PROBABILITY WORK SHEET

School Book:

Probability	9^{th}	OLD BOOK	Term 3	Chapter – 5
	9^{th}	NEW BOOK	Term 3	Chapter - 5
	10^{th}	OLD BOOK		Chapter - 12
	10^{th}	NEW BOOK		Chapter – 8 Exercise : 8.3 & 8.4
	11^{th}	OLD BOOK		Chapter - 10
	11^{th}	NEW BOOK		Chapter - 12
	12^{th}	OLD BOOK		Chapter – 10 Exercise : 10.2, 10.3, 104
	12^{th}	NEW BOOK		Chapter – 11 Exercise 11.4 & 11.5

Basic Concepts and Definitions:

Before we start the theory on Probability, let us define some of the basic terms required for it.

- Experiment
- Random Experiment
- Trial
- sample space
- Sample Point
- Events

அடிப்படைக் கருத்துகள் மற்றும் வரையறைகள்:

நிகழ்தகவு கருத்தியலை தொடங்குவதற்கு முன் நமக்குத் தேவையான சில அடிப்படைக் கருத்துகளை வரையறை செய்வோம்.

- சோதனை (Experiment)
- சமவாய்ப்புச் சோதனை (Random Experiment)
- முயற்சி (Trial)
- கூறுவெளி (Sample space)

- கூறுபுள்ளி (Sample point)
- நிகழ்ச்சி (Event)

1. **Deterministic Experiment**: It is an experiment whose outcomes can be predicted with certainty, under identical conditions.

   For example, in the cases-when we heat water it evaporates, when we keep a tray of water into the refrigerator it freezes into ice and while flipping an unusual coin with heads on both sides getting head - the outcomes of the experiments can be predicted well in advance. Hence these experiments are deterministic.

   Random Experiment : It is an experiment whose all possible outcomes are known, but it is not possible to predict the exact outcome in advance.
   For example, consider the following experiments:

   (i) A coin is flipped (tossed)
   (ii) A die is rolled.
   These are random experiments, since we cannot predict the outcome of these experiments.

Key Concept

Trial	A trial is an action which results in one or several outcomes.	For example, "Flipping" a coin and "Rolling" a die are trials
Sample Space	A sample space S is the set of all possible outcomes of a random experiment.	**For example,** While flipping coin the sample space, S = {Head, Tail} While rolling a die, sample space S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
	A Sample space S is the set of all possible outcomes of a random experiment.	For example, While flipping a coin the sample space, S = {Head, Tail} While rolling. a die, sample space S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
Sample point	Each outcome of an experiment is called a sample point.	While flipping a coin each outcome {Head}, {Tail} are the sample points.
Event	Any subset of a sample space is called an event.	For example, When a die is rolled some of the possible events are {1, 2, 3}, {1, 3}, (2, 3, 5, 6}

1. **உறுதியான சோதனை (அ) தீர்மானமான சோதனை (Deterministic experiment):**
   ஒத்த நிபந்தனைகளின் அடிப்படையில் முடிவுகளை முன்னரே அறியக்கூடியச் சோதனை தீர்மானமான சோதனை (அ) உறுதியான சோதனை எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டாக, நீரை கொதிக்க வைக்கும் போது அது ஆவியாக மாறுதல், குளிர்சாதனப் பெட்டியில் நீரை வைக்கும் போது அது பனிக்கட்டியாக உறைதல் மற்றும் இருபுறமும் தலையையுடைய ஒரு மாறுபட்ட நாணயத்தை சுண்டும் போது தலை கிடைப்பது போன்ற சோதனைகளில் முடிவுகளை நாம் முன்னரே அறிய முடியும்.எனவே இவையனைத்தும் உறுதியான (அ) தீர்மானமான சோதனைகள் ஆகும்.

2. **சமவாய்ப்புச் சோதனை (Random Experiment)**: ஒரு சோதனையில் நிகழக்கூடிய அனைத்து விளைவுகளும் முன்னரே தெரிந்திருந்தாலும் அவற்றில் எந்த விளைவு நிகழப்போகிறது என்பதை முன்னரே சரியாகச் சொல்ல முடியாது எனில், அச்சோதனை சமவாய்ப்புச் சோதனை எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டாக, பின்வரும் சோதனைகளைக் கருதுவோம்.

i. ஒரு நாணயத்தை சுண்டுதல்
ii. ஒரு பகடையை உருட்டுதல்

இச்சோதனைகள் சமவாய்ப்புச் சோதனைகள் ஆகும். ஏனெனில், இவற்றில் நிகழப்போகும் விளைவினை முன்னரே அறிய இயலாது.

முக்கிய கருத்து:

முயற்சி (Trial)	ஒன்று அல்லது பல விளைவுகளை உருவாக்கும் ஒரு செயல் முயற்சி எனப்படும்.	உதாரணமாக, நாணயத்தை ”சுண்டுதல்” பகடையை ”உருட்டுதல்” ஆகியவை முயற்சிகள் ஆகும்.
கூறுவெளி (Sample Space)	சம வாய்ப்புச் சோதனையின் எல்லா விளைவுகளின் கணம் கூறுவெளி எனப்படும். இதனை S எனக் குறிப்பிடலாம்.	உதாரணமாக, ஒரு நாணயத்தைச் சுண்டும் போது கூறுவெளி S = {தலை, பூ} ஒரு பகடையை உருட்டும் போது கூறுவெளி S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
கூறுபுள்ளி (Sample point)	சோதனையின் ஒவ்வொரு விளைவும் கூறுபுள்ளி எனப்படும்.	ஒரு நாணயத்தை சுண்டும் போது தலை, பூ ஆகியவை கூறுபுள்ளிகளாகும். ஒரு பகடையை உருட்டும் போது 1, 2, 3, 4, 5 மற்றும் 6 ஆகியவை கூறுபுள்ளிகளாகும்
நிகழ்ச்சி (Event)	கூறுவெளியின் எந்த ஒரு உட்கணமும் நிகழ்ச்சி எனப்படும்.	உதாரணமாக, ஒரு பகடையை உருட்டும் போது கிடைக்கும் சாதகமான நிகழ்ச்சிகளில் சில {1, 2, 3}, (1, 3}, {1, 2, 3, 5, 6}

Classification of Probability

According to various concepts of probability, it can be classified mainly in to three types as given below:

1. Subjective Probability
2. Classical Probability
3. Empirical Probability

நிகழ்தகவு:

நிகழ்தகவின் பல்வேறு கருத்துக்களிலிருந்து நிகழ்தகவினை மூன்று வகைகளாக பிரிக்கலாம்.

i. அகநிலை நிகழ்தகவு (Subjective probability)
ii. தொன்மை நிகழ்தகவு (Classical probability)
iii. பட்டறி நிகழ்தகவு (Empirical probability)

Subjective Probability

Subjective probabilities express the strength of one's belief with regard to the uncertainties. It can be applied especially when there is a little or no direct evidence about the event desired, there is no choice but to consider indirect evidence, educated guesses and perhaps intuition and other subjective factors to calculate probability .

அகநிலை நிகழ்தகவு:

உறுதிப்பாடற்றத் தன்மையை பற்றிய ஒருவருடைய நம்பிக்கையின் வலிமையை அகநிலை நிகழ்தகவு வெளிப்படுத்துகிறது. நாம் எதிர்பாக்கும் விளைவுகளுக்கு நேரடியான சான்றுகள் மிகக் குறைந்த அளவே உள்ள அல்லது முழுமையாக இல்லாத தருணங்களில் மறைமுகமான சான்றுகளையோ, அறிவின்பால்பட்ட யூகத்திலோ, உள்ளுணர்வு மூலமோ மற்றும் அகநிலை காரணிகள் மூலமோ நிகழ்தகவினைக் கணக்கிடலாம்.

Classical Probability

Classical probability concept is originated in connection with games of chance. It applies when all possible outcomes are equally likely. If there are n equally likely possibilities of which one must occur and s of them are regarded as favorable or as a success then the probability of a success is given by $\frac{s}{n}$.

தொன்மை நிகழ்தகவு:

தொன்மை நிகழ்தகவு எனும் கருத்து வாய்ப்பு விளையாட்டுகளிலிருந்து பெறப்பட்டது. சோதனையின் விளைவுகள் அனைத்தும் சமவாய்ப்பைப் பெற்றிருக்கும் போது இது பொருந்துகிறது. ஒத்த சமவாய்ப்புள்ள n நிகழ்வுகளில் ஒரு நிகழ்வு நிகழ சாதகமான s வாய்ப்புகள் இருப்பின் அந்நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு $\frac{s}{n}$ எனக் கொடுக்கப்படுகிறது.

Empirical Probability

It relies on actual experience to determine the likelihood of outcomes.

பட்டறி நிகழ்தகவு:

நேரடியான அனுபவங்கள் மூலம் விளைவுகளின் நிகழ்தகவினைக் காண்பது பட்டறிவு நிகழ்தகவு ஆகும்.

Empirical Probability:

Let m be the number of trials in which the event E happened (number of observations favourable to the event E) and n be the total number of trials (total number of observations) of an experiment. The empirical probability of happening of an event E, denoted by P(E), is given by

$$P(E) = \frac{\text{Number of trials in which the event happend}}{\text{Total number of trials}}$$

$$P(E) = \frac{\text{Number of favourable observations}}{\text{Total number of observations}}$$

பட்டறி நிகழ்தகவு:

m என்பது E என்ற நிகழ்ச்சியின் சாதகமான முயற்சிகளின் எண்ணிக்கை என்றும் n என்பது மொத்த முயற்சிகளின் எண்ணிக்கை என்றும் கொண்டால், E – ன் பட்டறி நிகழ்தகவு என்பதை பின்வருமாறு வரையறுக்கலாம். இதனை P(E) எனக் குறிப்பிடலாம்.

$$P(E)=\frac{\text{நிகழ்வு ஏற்பட்ட முயற்சிகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{முயற்சிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை}}$$

$$P(E)=\frac{\text{கண்டறிந்த சாதகமான நிகழ்ச்சிகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{கண்டறிந்த மொத்த நிகழ்ச்சிகளின் எண்ணிக்கை}}$$

எனவே, $P(E)=\frac{m}{n}$

Clearly $0\le m\le n\Rightarrow 0\le\frac{m}{n}\le 1$, hence $0\le P(E)\le 1$.

$$\boxed{0\le P(E)\le 1}$$

i.e. the probability of happening of an event always lies from 0 to 1.

இங்கு $0\le m\le n\Rightarrow 0\le\frac{m}{n}\le 1$ ஆகவே $0\le P(E)\le 1$.

$$\boxed{0\le P(E)\le 1}$$

அதாவது, ஒரு நிகழ்ச்சி நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவு எப்பொழுதும் 0 விலிருந்து 1 முடிய உள்ள ஏதேனும் ஒரு எண் ஆகும்.

If P(E) = 1 then E is called Certain event or sure event.
IF P(E) = 0 then E is known is an Impossible event.
If P(E) is the probability of an event, then the probability of not happening of E is denoted by P(E) or P($\overline{E}$)

We know P(E) + P(E') = 1; P(E') = 1 – P(E)

$$\boxed{P(E') = 1 - P(E)}$$

i. P(E) = 1 எனில், E என்பது உறுதியான நிகழ்ச்சி
ii. P(E) = 0 எனில், E என்பது நடைபெற இயலாத நிகழ்ச்சி
ஒரு நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு P(E) எனில், அந்நிகழ்ச்சி நடைபெறாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவை P(E') அல்லது $P(\overline{E})$ என எழுதலாம்.

Events	Explanation	Example
Equally likely events	Two or more events are said to be equally likely if each one of them has an equal chance of occurring	Head and tail are equally likely events in tossing a coin.
Certain events	In an experiment, the event which surely occur is called certain event.	When we roll a die, the event of getting any natural number from one to six is a certain event.
Impossible events	In an experiment if an event has no scope to occur then it is called an impossible event	When we toss two coins, the event of getting three heads is an impossible event.
Mutually exclusive events	Two or more events are said to be mutually exclusive if they don't have common sample Points. i.e,	When we roll a die the events of getting odd numbers and even numbers

	events A, B are said to be mutually exclusive if $A \bigcap B = \phi$	are mutually exclusive events.
Exhaustive events	The collection of events whose union is the whole sample space are called exhaustive events.	When we toss a coin twice, events of getting two heads, exactly one head, no head are exhaustive events.
Complementary events	The event A and its complement A' are mutually exclusive and exhaustive.	when we roll a die, the event 'rolling a 5 or 6 and the event of rolling a 1, 2, 3 or 4 are complementary events.

நிகழ்ச்சி	விளக்கம்	எடுத்துக்காட்டு
சம வாய்ப்பு நிகழ்ச்சிகள்	இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட நிகழ்ச்சிகள் ஒவ்வொன்றும் நிகழ்வதற்கு சமவாய்ப்புகள் இருந்தால் அவற்றைச் சமவாய்ப்பு நிகழ்ச்சிகள் என்கிறோம்	ஒரு நாணயத்தை சுண்டும்போது கிடைக்கும் தலை மற்றும் பூ ஆகியவை சமவாய்ப்பு நிகழ்ச்சிகள்
உறுதியான நிகழ்ச்சிகள்	ஒரு சோதனையில் நிச்சயமாக நிகழும் நிகழ்ச்சியை உறுதியான நிகழ்ச்சி என்கிறோம்.	ஒரு பகடையை உருட்டும் போது 1-லிருந்து 6 வரை உள்ள இயல் எண்களில் ஏதேனும் ஒரு எண் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி உறுதியான நிகழ்ச்சியாகும்.
இயலா நிகழ்ச்சிகள்	ஒரு சோதனையில், ஒரு போதும் நடைபெற முடியாத நிகழ்ச்சி இயலா நிகழ்ச்சி எனப்படும்.	இரண்டு நாணயங்களை சுண்டும் போது மூன்று தலைகள் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி இயலா நிகழ்ச்சியாகும்
ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழச்சிகள்	இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட நிகழ்ச்சிகளுக்கு பொதுவான கூறுபுள்ளிகள் இருக்காது. அந்த நிகழ்ச்சிகளை ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் என்கிறோம். A, B ஆகியவை ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் என்றால் $A \bigcap B = \phi$	ஒரு பகடையை உருட்டும் போது ஒற்றைப்படை எண்கள் மற்றும் இரட்டைப்படை எண்கள் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சிகள் ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள்
நிறைவு செய் நிகழ்ச்சிகள்	நிகழ்ச்சிகளின் சேர்ப்பு கணம் கூறுவெளியாக இருப்பின் அவற்றை நிறைவு செய் நிகழ்ச்சிகள் என்கிறோம்	ஒரு நாணத்தை இருமுறை சுண்டும் போது இரண்டு தலைகள் ஒரே ஒரு தலை, தலை இல்லாமல் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சிகள் நிறைவு செய் நிகழ்ச்சிகள்
நிரப்பு நிகழ்ச்சிகள்	A-யின் நிரப்பு நிகழ்ச்சியானது ஒரு பகடையை உருட்டும்போது 5, A-யில் இல்லாத மற்ற விளைவு 6 கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சியும் களைக் கொண்ட கூறு புள்ளிகள் மற்றும் 1, 2, 3, 4 கிடைப்பதற்கான ஆகும். இதை A' அல்லது A' அல்லது நிகழ்ச்சியும் நிரப்பு நிகழ்ச்சிகளாகும். A எனக் குறிக்கலாம். A மற்றும் A' ஆகியவை	

	ஒன்றையொன்று விலக்கும் மற்றும் நிறைவு செய்யும் நிகழ்ச்சிகளாக இருக்கும்.	

1. $P(E)=\frac{n(E)}{n(S)}$
2. $P(S)=\frac{n(S)}{n(S)}$ = 1. The probability of sure event is 1.
3. $P(\phi)=\frac{n(\phi)}{n(s)}=\frac{0}{n(s)}=0$ The probability of impossible event is 0.
4. Since E is a subset of S and ϕ is a subset of any set,

   $\phi \subseteq E \subseteq S$

   $P\phi \leq P(E) \leq P(S)$

   $0 \leq P(E) \leq 1$

   Therefore, the probability value always lies from 0 to 1.
5. The complement event of E is $\overline{E}$

   Let P(E) = $\frac{m}{n}$ (Where m is the number of favourable outcomes of E and n is the total number of possible outcomes).

   $$P(\overline{E})=\frac{Number\ of\ outcomes\ unfavourable\ to\ occurace\ of\ E}{Number\ of\ all\ possible\ out\ comes}$$

   P($\overline{E}$) = $\frac{n-m}{n}=1-\frac{m}{n}$

   $P(\overline{E})=1-P(E)$
6. $P(E)+P(\overline{E})=1$

1. $P(E)=\frac{n(E)}{n(S)}$
2. $P(S)=\frac{n(S)}{n(S)}$ = 1. உறுதியான நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவானது 1 ஆகும்.
3. $P(\phi)=\frac{n(\phi)}{n(s)}=\frac{0}{n(s)}=0$ இயலா நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவானது 0 ஆகும்.
4. E ஆனது, S –ன் உட்கணமாகும். மேலும் ϕ ஆனது எல்லா கணங்களின் உட்கணமாகும் எனவே

   $\phi \subseteq E \subseteq S$

   $P\phi \leq P(E) \leq P(S)$

   $0 \leq P(E) \leq 1$

   ஆகையால், நிகழ்தகவு மதிப்பு எப்பொழுதும் 0 முதல் 1 வரை இருக்கும்.
5. E –ன் நிரப்பு நிகழ்ச்சி $\overline{E}$ ஆகும்.

   P(E) = $\frac{m}{n}$ என்க. (m-ஆனது E-யின் சாதகமான வாய்ப்புகள் மற்றும் 6-அனது மொத்த வாய்ப்புகள்)

$$P(\overline{E}) = \frac{E \text{ நிகழ சாதகமற்ற வாய்ப்புகள்}}{\text{மொத்த வாய்ப்புகள்}}$$

$$P(\overline{E}) = \frac{n-m}{n} = 1 - \frac{m}{n}$$

$$P(\overline{E}) = 1 - P(E)$$

6. $P(E) + P(\overline{E}) = 1$

Let S be the sample space associated with a random experiment and A be an event. Let n(S) and n(A) be the number of elements of S and A respectively. Then the probability of the event A is defined as

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{Number\ of\ cases\ favourable\ to\ A}{Exhaustive\ number\ of\ cases\ in\ S}$$

Axioms of probability:

Let S be a finite sample space, let P(S) be the class of events, and let P be a real valued function defined on P(S). Then is called probability function of the event A, when the following axioms are hold:

[P1] For any event A. $1 \geq P(A) \geq 0$ (Non-negativity axiom)

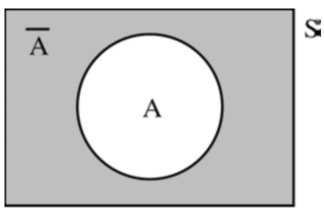
[P2] For any two mutually exclusive events
$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ (Additivity axiom)

[P3] For the certain event $P(S) = 1$ (Normalization axiom)

Important Theorems:

1. The probability of the impossible event is zero i.e. $P(\phi) = 0$
   Proof:
   Impossible event contains no sample point.
   $\therefore S \cup \phi = S$
   $P(S \cup \phi) = P(S)$
   $P(S) + P(\phi) = P(S)$ ($\because$ S and ϕ are mutually exclusive)
   $P(\phi) = 0$

2. If $\overline{A}$ is the complementary event of A, $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
   Proof:
   Let S be a sample space, we have
   $A \cup \overline{A} = S$
   $P(A \cup \overline{A}) = P(S)$
   $P(A) + P(\overline{A}) = 1$
   ($\because$ A and $\overline{A}$ are mutually exclusive and P(S) = 1)



$$P(A) = 1 - P(\overline{A})$$

3. If A and B are any two events and $\overline{B}$ is the complimentary event of B

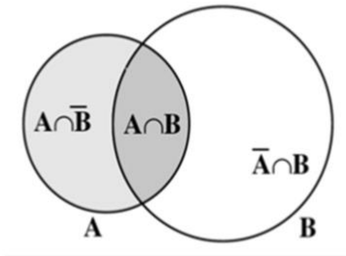
$$\boxed{P(A\cap \overline{B})=P(A)-P(A\cap B)}$$

Proof: A is the union of two mutually exclusive events $(A\cap \overline{B})$ and $(A\cap B)$

i.e. A = $(A\cap \overline{B})\cup(A\cap B)$

P (A) =

$P[A\cap \overline{B})\cup(A\cap B)]$



($\because (A\cap \overline{B})$ and $(A\cap B)$ are Mutually exclusive)

P(A) = P $(A\cap \overline{B})+P(A\cap B)$

rearranging, we get $P(A\cap \overline{B})=P(A)-P(A\cap B)$

Similarly $P(\overline{A}\cap B)=P(B)-P(A\cap B)$

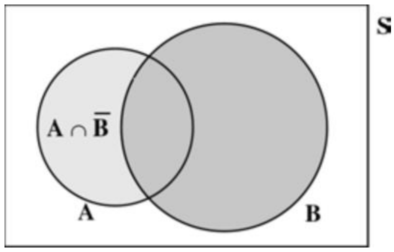
4. (Additive theorem on probability) If A and B are any two events

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

Proof: We have

$A\cup B=(A\cap \overline{B})\cup B$

$P(A\cup B)= P[A\cap \overline{B})\cup B]$



($\because A\cap \overline{B}$ and B are mutually exclusive event)

= $[P(A)-P(A\cap B)]+P(B)$

$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

Note: The above theorem can be extended to any 3 events.

$P(A\cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(C \cap A) + P(A \cap B \cap C)$

Conditional Probability:

The conditional probability of an event B, assuming that the event A has already happened is denoted by P(B/A) and is defined as

$$\boxed{P(B/A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} \text{ provided } P(A) \neq 0}$$

Similarly

$$\boxed{P(A/B)= \frac{P(A\cap B)}{P(B)} \text{ Provided } P(B) \neq 0}$$

நிகழ்ச்சி A ஏற்கனவே நிகழ்ந்துள்ள நிலையில் A –ன் நிபந்தனையில் B – ன் சார்புநிலை P(B/A) எனக் குறிக்கப்படுகிறது மற்றும்

$$P(B/A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)}; P(A) \neq 0$$ என வரையறுக்கப்படுகிறது.

இதே போல் $P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}; P(B) \neq 0$ என வரையறுக்கப்படுகிறது

The probability of the simultaneous happening of two events A and B is given by

$$P(A \cap B) = P(A/B)\,P(B) \text{ or } P(A\cap B) = P(B/A)\,P(A)$$

Two events A and B are said to be independent if and only if

$$P(A\cap B) = P(A).\,P(B)$$

5. Two cards are drawn from a pack of 52 cards in succession. Find the probability that both are Jack when the first drawn card is (i) replaced (ii) not replaced

(i) Let A be the event of drawing a Jack in the first draw,

(ii) B be the event of drawing a Jack in the second draw.

52 சீட்டுகள் கொண்ட ஒரு சீட்டுக்கட்டிலிருந்து இரண்டு சீட்டுகள் ஒன்றன்பின் ஒன்றாக எடுக்கப்படுகின்றன. எடுக்கப்படும் இரு சீட்டுகளும் ஜாக் (Jack)-ஆக இருக்க நிகழ்தகவினை பின்வரும் நிபந்தனைகள் படிக் காண்க.

i. முதலில் எடுக்கப்பட்ட சீட்டு மீண்டும் சீட்டுக் கட்டில் வைக்கப்படுகிறது.

ii. முதலில் எடுக்கப்பட்ட சீட்டு மீண்டும் சீட்டுக் கட்டில் வைக்கப்படவில்லை

Case (i)

Card is replaced

n(A) = 4 (Jack)

n(B) = 4 (Jack)

and n(S) = 52 (Total)

Clearly the event A will not affect the probability of the occurrence of event B and therefore A and B are independent.

$$P(A\cap B) = P(A).P(B)$$

$$P(A) = \frac{4}{52}, P(B) = \frac{4}{52}$$

$$P(A\cap B) = P(A)P(B)$$

$$= \frac{4}{52}.\ \frac{4}{52}$$

$$= \frac{1}{169}$$

Case (ii)

Card is not replaced

In the first draw, there are 4 Jacks and 52 cards in total. Since the Jack, drawn at the first draw is not replaced, in the second draw there are only 3 Jacks and 51 cards in total. Therefore the first event A affects the probability of the occurrence of the second event B.

Thus A and B are not independent. That is, they are dependent events.

Therefore, $P(A\cap B) = P(A).P(B/A)$

$$P(A) = \frac{4}{52}$$

$$P(B/A) = \frac{3}{51}$$

$$P(A \cap B) = P(A).\, P(B/A)$$

$$= \frac{4}{52} \cdot \frac{3}{51}$$

$$= \frac{1}{221}$$

Bayes' Theorem:

If A_1, A_2, A_3, ... A_n are mutually exclusive and exhaustive events such that P(Ai) > 0, i = 1, 2, 3 .... n and B is any event in which P(B) > 0. then

$$P(A_i/B) = \frac{P(A_i)P(B/A_i)}{P(A_i)P(B/A_i) + P(A_2)P(B/A_2) + ... + P(A_n)P(B/A_n)}$$

பேயீசியன் தேற்றம்:

A_1, A_2, A_3, ... A_n என்ற ஒற்றையொன்று விலக்கிய மற்றும் யாவுமளாவிய நிகழ்ச்சிகளாகவும் மேலும் $P(A_i) > 0$. i = 1, 2, 3 ...... n மற்றும் B என்பது.

ஏதேனும் ஒரு நிகழ்ச்சியாகவும் மேலும் P(B) > 0. எனில

$$P(A_i/B) = \frac{P(A_i)P(B/A_i)}{P(A_i)P(B/A_i) + P(A_2)P(B/A_2) + ... + P(A_n)P(B/A_n)}$$

ODDS:

The word odds is frequently used in probability and statistics. Odds relate the chances in favour of an event A to the chances against it. Suppose 'a' represents the number of ways that an event can occur and 'b' represents the number of ways that the event can fail to occur.

The odds of an event A are a : b in favour of an event and

$$P(A) = \frac{a}{a+b}$$

Further, it may be noted that the odds are a : b in favour of an event is the same as to say that the odds are b : a against the event.

If the probability of an event is p, then the odds in favour of its occurrence are p to (1-p) and the odds against its occurrence are (1 – p) to p.

சாதக மற்றும் சாதகமற்ற விகிதங்கள் (Odds):

புள்ளியியல் மற்றும் நிகழ்தகவில் விகிதங்கள் என்ற சொல் அதிக அளவில் பயன்படுத்தப்படுகிறது. ஒரு நிகழ்ச்சியில் A – க்குச் சாதக மற்றும் அதற்கு பாதகமாக உள்ள நிகழ்வினைத் தொடர்படுத்தவது விகிதமாகும். a என்பது ஒரு நிகழ்ச்சி எத்தனை வழிகளில் நிகழ்கிறது மற்றும் b என்பது அதே நிகழ்ச்சி எத்தனை வழிகளில் நடக்க இயலாது என்பதையும் குறிக்கிறது என்க.

$$P(A) = \frac{a}{a+b}$$

மேலும் ஒரு நிகழ்ச்சி நிகழ்வதற்குச் சாதகமான விகிதம் a : b என்பதனை அந்நிகழ்ச்சிக்கு பாதகமான விகிதம் b : a என எழுதலாம். ஒரு நிகழ்ச்சி நிகழ்வதற்கான

நிகழ்தகவு எனில், P-க்கு சாதகமான விகிதம் 1-p ஆகும் மற்றும் 1-p க்கு பாதகமான விகிதம் p ஆகும்.

1. A man has 2 ten rupee notes, 4 hundred rupee notes and 6 five hundred rupee notes in his pocket. If 2 notes are taken at random, what are the odds in favour of both notes being of hundred rupee denomination and also its probability?
இரண்டு பத்து ரூபாய் 4 நூறு ரூபாய் மற்றும் 6 ஐந்து ரூபாய் தாள்கள் ஒருவர் பாக்கெட்டில் உள்ளது. சமவாய்ப்பு முறையில் 2 தாள்கள் எடுக்கப்படுகின்றன. அவ்விரண்டு தாள்கள் நூறு ரூபாய் தாள்களாக இருப்பதற்குச் சாதக விகிதம் மற்றும் அதன் நிகழ்தகவு என்ன?
Solution
Let S be the sample space and A be the event of taking 2 hundred rupee note.

Therefore, n(S) = $12c_2$ = 66, n(A) = $4c_2$ = 6 and $n\left(\overline{A}\right)$ = 66 – 6 = 60

Therefore, odds in favour of A is 6: 60

That is, odds in favour of A is 1: 10, and $P(A)=\frac{1}{11}$

2. A manufacturer tested 1000 cell phones at random and found that 25 of them were defective. If a cell phone is selected at random, what is the probability that the selected cellphone is a defective one.
ஒரு உற்பத்தியாளர் உற்பத்தியான செல்லிடப்பேசிகளிலிருந்து (Cellphone) 1000 செல்லிடப்பேசிகளை சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுத்து சோதித்துப் பார்த்ததில் 25 செல்லிடப்பேசிகள் குறைபாடுடையன என்று கண்டுபிடிக்கப்பட்டது எனில், சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கும் ஒரு செல்லிடப்பேசி குறைபாடுடையதாக இருக்க நிகழ்தகவு என்ன?
Solution:

Total number of cell phones tested = 1000 i.e., n = 1000
Let E be the event of selecting a defective cell phone.
n(E) = 25 i.e., m = 25

$$P(E)=\frac{Number\ of\ defective\ cellphones}{Total\ number\ of\ cellphones\ tested}$$

$$=\frac{m}{n}=\frac{25}{1000}=\frac{1}{40}$$

3. On a particular day a policeman observed vehicles for speed check. The frequency table shows the speed of 160 vehicles that pass a radar speed check on dual carriage way.

Speed (Km/h)	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70&above
No.of Vehicles	14	23	28	35	52	8

Find the probability that the speed of a vehicle selected at random is
(i) faster than 69 km/h. (ii) between 20 - 39 km/h.
(iii) less than 60 km/h. (iv) between 40 - 69 km/h.
ஒரு இருவழிச் சாலையில் குறிப்பிட்ட ஒரு நாளில் ஒரு காவலர் வாகனங்களின் வேகத்தை சோதனை செய்தார். அவர் சோதனை செய்த 160 வாகனங்களின் வேகங்களின் நிகழ்வெண் பட்டியல் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

வேகம் (கி.மீ/மணி)	20-29	30-39	40- 49	50-59	60-69	70 ம் அதற்கு மேலும்
வாகனங்களின் எண்ணிக்கை	14	23	28	35	52	8

ஒரு வாகனத்தைச் சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கும் போது அதன் வேகம்
i. 69 கி.மீ/மணி – ஐ விட அதிகமாக
ii. 20 கி.மீ/மணியிலிருந்து 39 கி.மீ / மணி வரை
iii. 60 கி.மீ/மணி-க்கும் குறைவாக
iv. 40 கி.மீ/மணியிலிருந்து 69 கி.மீ/மணி வரை இருக்க நிகழ்தகவு என்ன?

Solution:

i. Let E_1 be the event of a vehicle travelling faster than 69 km/h.

$n(E_1) = 8$ i.e. $m_1 = 8$

Total number of vehicles = 160. i.e. $n = 160$

$$P(E_1) = \frac{m_1}{n} = \frac{8}{160} = \frac{1}{20}$$

ii. Let E_2 be the event of a vehicle travelling the speed between 20 – 39 km/h.

$n(E_2) = 14 + 23 = 37$ i.e $m_2 = 37$

$$P(E_2) = \frac{m_2}{n} = \frac{37}{160}$$

iii. Let E_3 be the event of a vehicle travelling the speed less than 60 *km/h*.

$n(E_3) = 14 + 23 + 28 + 35 = 100$ i.e. $m_3 = 100$

$$P(E_3) = \frac{m_3}{n} = \frac{100}{160} = \frac{5}{8}$$

iv. Let E_4 be the event of a vehicle travelling the speed between 40 – 69 km/h.

$n(E_4) = 28 + 35 + 52 = 115$ i.e. $m_4 = 115$

$$P(E_4) = \frac{m_4}{n} = \frac{115}{160} = \frac{23}{32}$$

4. A researcher would like to determine whether there is a relationship between a student's interest in statistics and his or her ability in mathematics. A random sample of 200 students is selected and they are asked whether their ability in mathematics and interest in statistics is low, average or high. The results were as follows:

		Ability in mathematics		
		Low	Average	High
Interest in statistics	Low	60	15	15
	Average	15	45	10
	High	5	10	25

If a student is selected at random, what is the probability that he / she
(i) has a high ability in mathematics
(ii) has an average interest in statistics
(iii) has a high interest in statistics
(iv) has high ability in mathematics and high interest in statistics and
(v) has average ability in mathematics and low interest in statistics.

ஒரு ஆராய்ச்சியாளர் மாணவர்களின் கணித திறமைக்கும், புள்ளியியல் ஆர்வத்திற்கும் இடையே உள்ள தொடர்பைக் கண்டறிய விரும்பினார். சோதனைக்காக 200 மாணவர்களை சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுத்து அவர்களிடம் கணிதத் திறமை மற்றும் புள்ளியியல் ஆர்வம்

ஆகியவற்றை குறைவு, சராசரி, அதிகம் எனக் குறிப்பிடுமாறு கூறி சேகரிக்கப்பட்ட புள்ளிவிவரப் பட்டியல் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

		கணிதத்தில் திறமை		
புள்ளியியலில் ஆர்வம்		குறைவு	சராசரி	அதிகம்
	குறைவு	60	15	15
	சராசரி	15	45	10
	அதிகம்	5	10	25

ஒரு மாணவரை சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கும்போது அவர்

i. கணிதத்தில் அதிக திறமை

ii. புள்ளியியலில் சராசரி ஆர்வம்

iii. புள்ளியியலில் அதிக ஆர்வம்

iv. கணிதத்தில் அதிக திறமை மற்றும் புள்ளியியலில் அதிக ஆர்வம் மற்றும்

v. கணிதத்தில் சராசரி திறமை மற்றும் புள்ளியியலில் குறைந்த ஆர்வம்

உடையதாக இருக்க நிகழ்தகவு என்ன?

Solution:

Total number of students = 80 + 70 + 50 = 200. i.e. n = 200

i. Let E_1 be the event that he/she has a high ability in mathematics.

$n(E_1) = 15 + 10 + 25 = 50$ i.e. $m_1 = 50$

$$P(E_1) = \frac{m_1}{n} = \frac{50}{200} = \frac{1}{4}$$

ii. Let E_2 be the event that he/she has an average interest in statistics.

$n(E_2) = 15 + 45 + 10 = 70$ i.e. $m_2 = 70$

$$P(E_2) = \frac{m_2}{n} = \frac{70}{200} = \frac{7}{20}$$

iii. Let E_3 be the event that he/she has a high interest in statistics.

$n(E_3) = 5 + 10 + 25 = 40$ i.e. $m_3 = 40$

$$P(E_3) = \frac{m_3}{n} = \frac{40}{200} = \frac{1}{5}$$

iv. Let E_4 be the event has high ability in mathematics and high interest in statistics.

$n(E_4) = 25$ i.e. $m_4 = 25$

$$P(E_4) = \frac{m_4}{n} = \frac{25}{200} = \frac{1}{8}$$

v. Let E_5 be the event has has average ability in mathematics and low interest in statistics.

$n(E_5) = 15$ i.e. $m_5 = 15$

$$P(E_5) = \frac{m_5}{n} = \frac{15}{200} = \frac{3}{40}$$

5. In a recent year, of the 1184 centum scorers in various subjects in tenth standard public exams, 233 were in mathematics. 125 in social science and 106 in science. If one of the student is selected at random, find the probability of that selected student,
(i) is a centum scorer in Mathematics (ii) is not a centum scorer in Science
பத்தாம் வகுப்பு இறுதித் தேர்வில் பல்வேறு பாடங்களில் நூற்றுக்கு நூறு மதிப்பெண்கள் பெற்ற 1184 மாணவர்களில், 233 பேர் கணிதத்திலும், 125 பேர் சமூக அறிவியலிலும், 106 பேர் அறிவியலிலும் நூற்றுக்கு நூறு பெற்றுள்ளனர். சம வாய்ப்பு முறையில் ஒரு மாணவரைக் தேர்ந்தெடுக்கும்போது அந்த மாணவர்

i. கணிதத்தில் நூற்றுக்கு நூறு மதிப்பெண் பெற்றவராக இருக்க.

ii. அறிவியலில் நூற்றுக்கு நூறு பெறாதவராக இருக்க நிகழ்தகவு காண்க.

Solution:

Total number of centum scorers =1184

Therefore n = 1184

(i) Let E_1 be the event of getting a centum scorer in Mathematics.

Therefore $n(E_1) = 233$, That is, $r_1 = 233$

$$P(E_1) = \frac{r_1}{n} = \frac{233}{1184}$$

ii. Let E_2 be the event of getting a centum scorer in science.

Therefor $n(E_2) = 106$, That is, $r_2 = 106$

$$P(E_2) = \frac{r_2}{n} = \frac{106}{1184}$$

$$P(E_2) = 1 - P(E_2)$$

$$= 1 - \frac{106}{1184}$$

$$= \frac{1078}{1184}$$

6. An integer is chosen from the first twenty natural numbers. What is the probability that it is a prime number?
முதல் இருபது இயல் எண்களிலிருந்து ஒரு முழு எண் சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. அந்த எண் ஒரு பகா எண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவினைக் காண்க.

Solution:

Here S = {1, 2, 3 ...., 20}

$n(S) = 20$

Let A be the event of choosing a prime number.

Then, A = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19}

$n(A) = 8.$

$$\text{Hence } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

7. Two unbiased dice are rolled once. Find the probability of getting
(i) a sum 8 (ii) a doublet (iii) a sum greater than 8.
இரு சீரான பகடைகள் ஒரு முறை உருட்டப்படுகின்றன. கீழ்க்காணும் நிகழ்ச்சிகளுக்கான நிகழ்தகவினைக் காண்க.

i. முக எண்களின் கூடுதல் 8 ஆக இருத்தல்

ii. முக எண்கள் ஒரே எண்களாக (doublet) இருத்தல்

iii. முக எண்களின் கூடுதல் 8- ஐ விட அதிகமாக இருத்தல்

Solution:

When two dice are thrown, the sample space is

S = {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6),
(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6),
(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6),
(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6),
(5,1), (5,2),(5,3), (5,4), (5,5), (5,6),
(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)}

n(S) = 6 × 6 = 36

i. Let A be the event of getting a sum 8.

A = {(2, 6), (3,5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)}

Then n(A) = 5

Hence P (A) = $\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{36}$

ii. Let B be the event of getting a doublet

B = {(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)}.

Thus, n(B) = 6

∴ P(B) = $\frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

iii. Let C be the event of getting a sum greater than 8.

Then, C = {(3,6), (4,5), (4,6), (5,4) (5,5) (5,6), (6,3), (6,4) (6,5) (6,6)}.

Thus, n(C) = 10

∴ P(C) = $\frac{n(C)}{n(S)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

8. A letter is chosen at random from the letters of the word "ENTERTAINMENT". Find the probability that the chosen letter is a vowel or T. (repetition of letters is allowed)

"ENTERTAINMENT" என்ற சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்களிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு எழுத்தைத் தேர்வு செய்ய, அவ்வெழுத்து ஆங்கில உயிரெழுத்தாகவோ அல்லது எழுத்து T ஆகவோ இருப்பதற்கான நிகழ்தகவினைக் காண்க. (எழுத்துகள் திரும்பத் திரும்ப வரலாம்)

Solution:

There are 13 letters in the word ENTERTAINMENT.

n(S) = 13.

Let A be the event of getting a vowel.

n(A) = 5

Hence P (A) = $\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{13}$

Let B be the event of getting the letter T.

n(B) = 3

Hence, P(B) = $\frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{13}$. Then

P(A or B) = P(A) + P(B) A and B are mutually exclusive events

$= \frac{5}{13} + \frac{3}{13} = \frac{8}{13}$

9. Two dice are rolled together. Find the probability of getting a doublet or sum of faces as 4.
இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படுகின்றன. இரண்டு முக மதிப்புகளும் சமமாக இருக்க அல்லது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4 ஆக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

Solution

When two dice are rolled together, there are 6 × 6 = 36 outcomes. Let S be the sample space. Then = 36

Let A be the event of getting a doublet and B be the event of getting face sum 4.

Then A = {(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)}

B = {(1,3), (2,2), (3,1)}

Therefore A ∩ B = {(2, 2)}

Then, n(A) = 6, n(B) = 3, n(A ∩ B) = 1

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{36}$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{1}{36}$$

Therefore, P (getting a doublet or a total of 4) = P (A ∪ B)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{6}{36} + \frac{3}{36} - \frac{1}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

Hence, the required probability is $\frac{2}{9}$

10. A and *B* are two candidates seeking admission to IIT, the probability that A getting selected is 0.5 and the probability that both *A* and *B* getting selected is 0.3. Prove that the probability of B being selected is at most 0.8.
A மற்றும் B ஆகிய இரு விண்ணப்பதாரர்கள் IIT – யில் சேர்வதற்காகக் காத்திருப்பவர்கள். இவர்களில் A தேர்ந்தெடுக்கப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.5, A மற்றும் B இருவரும் தேர்ந்தெடுக்கப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.3 எனில், B தேர்ந்தெடுக்கப்படுவதற்கான அதிகபட்ச நிகழ்தகவு 0.8 என நிரூபிக்க.

Solution:

P(A) = 0.5, P(A ∩ B) = 0.3

We have $P(A \cup B) \le 1$

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) \le 1$$

$$0.5 + P(B) - 0.3 \le 1$$

$$P(B) \le 1 - 0.2$$

$$P(B) \le 0.8$$

Therefore, probability of B getting selected is at most 0.8.

5 Marks

1. A coin is tossed thrice. What is the probability of getting two consecutive tails?
ஒரு நாணயம் மூன்று முறை சுண்டப்படுகிறது. இரண்டு அடுத்தடுத்த பூக்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

2. In a box there are 20 non-defective and some defective bulbs. If the probability that a bulb selected at random from the box found to be defective is $\frac{3}{8}$ then, find the number of defective bulbs.
ஒரு பெட்டியில் 20 குறைபாடில்லாத விளக்குகளும் ஒரு சில குறைபாடுடைய விளக்குகளும் உள்ளன. பெட்டியிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒரு விளக்கானது குறைபாடுடையதாக இருப்பதற்கான வாய்ப்பு $\frac{3}{8}$ எனில், குறைபாடுடைய விளக்குகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

3. The record of a weather station shows that out of the past 300 consecutive days, its weather was forecasted correctly 195 times. What is the probability that on a given day selected at random.
(i) it was correct (ii) it was not correct.
வானிலை ஆராய்ச்சி மையத்தில் கடந்த 300 நாட்களில் பதிவு செய்யப்பட்டு வெளியிடப்பட்ட வானிலை அறிக்கைகளில் 195 முறை சரியாக இருந்தது. கொடுக்கப்பட்ட நாளில் வெளியிடப்பட்ட வானிலை அறிக்கை
i. சரியாக ii. தவறாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

4. A number is selected at random from integers 1 to 100. Find the probability that it is
(i) a perfect square (ii) not a perfect cube
1 முதல் 100 வரையிலான முழு எண்களிலிருந்து சம வாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒரு எண்
i. ஒரு முழு வர்க்கமாக (perfect square) இருக்க
ii. முழு கனமாக இல்லாமல் (not a Perfect cube) இருக்க ஆகியனவற்றின் நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

5. Gowri asked 25 people if they liked the taste of a new health drink. The responses are,

Responses	Like	Dislike	Undecided
No. of people	15	8	2

Find the probability that a person selected at random
(i) likes the taste (ii) dislikes the taste
(iii) undecided about the taste
ஒரு புதிய ஊட்டச்சத்து பானத்தின் சுவையைப் பற்றி கௌரி, 25 மாணவர்களிடம் கருத்துகளைக் கேட்டறிந்தார். கிடைத்த பதில்கள் பின்வருமாறு.

பதில்கள்	விரும்புவோர்	விரும்பாதோர்	முடிவெடுக்காதோர்
மொத்த நபர்கள்	15	8	2

ஒரு மாணவரை சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்தெடுக்கும் போது அவர் சுவையை
i. விரும்புபவராக ii. விரும்பாதவராக iii. முடிவெடுக்காதவராக
இருக்க நிகழ்தகவு என்ன?

6. If A is an event of a random experiment such that
$P(A) : P(\overline{A}) = 7 : 12$, then find P(A).

ஒரு சமவாய்ப்புச் சோதனையில் ஒரு நிகழ்ச்சி A என்க. அந்நிகழ்ச்சியின் நிரப்பு நிகழ்ச்சி $\overline{A}$ என்க. $P(A):P(\overline{A}) = 7:12$ எனில், P (A) ஐக் காண்க.

$7\frac{1}{2}$ Mark

7. Find the probability that
(i) a leap year selected at random will have 53 Fridays
(ii) a leap year selected at random will have only 52 Fridays
(iii) a non-leap year selected at random will have 53 Fridays.
பின்வருவனவற்றிற்கான நிகழ்தகவினைக் காண்க.
i. சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படும் நெட்டாண்டில் 53 வெள்ளிக் கிழமைகள் இருத்தல்
ii. சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படும் நெட்டாண்டில் 52 வெள்ளிக் கிழமைகள் மட்டுமே இருத்தல்.
iii. சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படும் சாதாரண வருடத்தில் (Non-leap year) 53 வெள்ளிக்கிழமைகள் இருத்தல்

8. The probability that a person will get an electrification contract is $\frac{3}{5}$ and the probability that he will not get plumbing contract is $\frac{5}{8}$. The probability of getting atleast one contract is $\frac{5}{7}$. What is the probability that he will get both?
ஒருவருக்கு மின்சார ஒப்பந்தம் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{3}{5}$ மற்றும் குழாய்கள் பொருத்துவதற்கான ஒப்பந்தம் கிடைக்காமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{5}{8}$ ஆகும். மேலும் குறைந்தபட்சம் ஏதாவது ஒரு ஒப்பந்தம் கிடைக்கப்பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{5}{7}$ எனில், இரண்டு ஒப்பந்தங்களும் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

9. Three fair coins are tossed together. Find the probability of getting
(i) all heads (ii) atleast one tail
(iii) atmost one head (iv) atmost two tails
மூன்று சீரான நாணயங்கள் முறையாக ஒரே நேரத்தில் சுண்டப்படுகின்றன.
i. அனைத்தும் தலையாகக் கிடைக்க
ii. குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ கிடைக்க
iii. அதிகபட்சம் ஒரு தலை கிடைக்க
iv. அதிகபட்சம் இரண்டு பூக்கள் கிடைக்க ஆகியவற்றிற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

10. A box contains cards numbered 3, 5, 7, 9, ... 35, 37. A card is drawn at random from the box. Find the probability that the drawn card have either multiples of 7 or a prime number.

ஒரு பெட்டியில் 3, 5, 7, 9, ... 35, 37 என்ற எண்கள் குறிக்கப்பட்ட சீட்டுகள் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படும் ஒரு சீட்டு ஆனது 7-ன் மடங்காக அல்லது பகா எண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

11. Two dice are rolled simultaneously. Find the probability that the sum of the numbers on the faces is neither divisible by 3 nor by 4.
இரு பகடைகள் ஒரே நேரத்தில் சேர உருட்டப்படும்போது கிடைக்கும் முக எண்களின் கூடுதல் 3 ஆல் மற்றும் 4 ஆல் வகுபடாமலிருக்க நிகழ்தகவு காண்க.

12. A box contains 10 white, 6 red and 10 black balls. A ball is drawn at random. Find the probability that the ball drawn is white or red.
ஒரு பையில் 10 வெள்ளை, 6 சிவப்பு மற்றும் 10 கருப்பு நிறப் பந்துகள் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு பந்தினை எடுக்கும்போது அது வெள்ளை அல்லது சிவப்பு நிறப் பந்தாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவினைக் காண்க.

10 Mark

13. The following table gives the lifetime of 500 CFL lamps.

Life time (months)	9	10	11	12	13	14	more than 14
Number of Lamps	26	71	82	102	89	77	53

A bulb is selected at random. Find the probability that the life time of the selected bulb is
(i) less than 12 months (ii) more than 14 months
(iii) at most 12 months (iv) at least 13 months
500 சிறு சூழல் விளக்குகளின் வாழ்நாள் விவரம் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

வாழ்நாள் (மாதங்களில்)	9	10	11	12	13	14	14ஐ விட அதிகம்
விளக்குகளின் எண்ணிக்கை	26	71	82	102	89	77	53

ஒரு சிறுசூழல் விளக்கு தேர்ந்தெடுக்கும்போது, கீழ்க்காணும் வாழ்நாள் பயன்பாட்டிற்கான நிகழ்தகவினைக் காண்க.
i. 12 மாதங்களுக்குக் குறைவாக ii. 14 மாதங்களுக்கு அதிகமாக
iii. அதிகபட்சம் 12 மாதங்கள் iv. குறைந்தபட்சம் 13 மாதங்கள்

14. Each individual letter of the word “ACCOMMODATION” is written in a piece of paper, and all 13 pieces of papers are placed in a jar. If one piece of paper is selected at random from the jar, find the probability that
(i) the letter ‘*A*’ or ‘*O*’ is selected.
(ii) the letter ‘*M*’ or ‘*C*’ is selected.
"ACCOMMODATION" என்ற சொல்லின் ஒவ்வொரு எழுத்தும் தனித்தனியே சிறிய காகிதங்களில் எழுதப்பட்டு, அந்த 13 சிறிய காகிதங்களும் ஒரு முகவையில் வைக்கப்பட்டுள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் முகவையிலிருந்து ஒரு காகிதத்தைத் தேர்வு செய்யும் போது, அதில் இடம் பெறும் எழுத்து
i. 'A" அல்லது 'O' ஆகவோ
ii. 'M' அல்லது 'C“ ஆகவோ இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

15. Two customers Priya and Amuthan are visiting a particular shop in the same week (Monday to Saturday). Each is equally likely to visit the shop on any one day as on another day. What is the probability that both will visit the shop on (i) the same day (ii) different days (iii) consecutive days?

இரண்டு நுகர்வோர்கள், பிரியா மற்றும் அமுதன் ஒரு குறிப்பிட்ட அங்காடிக்கு, குறிப்பிட்ட வாரத்தில் (திங்கள் முதல் சனி வரை) செல்கிறார்கள். அவர்கள் அங்காடிக்குச் சமவாய்ப்பு முறையில் ஒவ்வொரு நாளும் செல்கிறார்கள். இருவரும் அங்காடிக்கு (i) ஒரு நாளில் (ii) வெவ்வேறு நாட்களில் (iii) அடுத்தடுத்த நாட்களில் செல்வதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

16. If A, B, C are any three events such that probability of B is twice as that of probability of A and probability of C is thrice as that of probability of A and if $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$, $P(B \cap C) = \frac{1}{4}$, $P(A \cap C) = \frac{1}{8}$, $P(A \cup B \cup C) = \frac{9}{10}$ and , then find and $P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{15}$, then find P(A), P(B) and P(C) ?
A, B, C என்பன ஏதேனும் மூன்று நிகழ்ச்சிகள் மேலும் B கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு A – ன் நிகழ்தகவைப் போல இருமடங்காகவும், C கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு A – ஐ விட மூன்று மடங்காகவும் உள்ளன. மேலும் $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$, $P(B \cap C) = \frac{1}{4}$, $P(A \cap C) = \frac{1}{8}$, $P(A \cup B \cup C) = \frac{9}{10}$, $P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{15}$, எனில், P(A), P(B) மற்றும் P(C) ஐக் காண்க?

17. A bag contains 12 blue balls and x red balls. If one ball is drawn at random (i) what is the probability that it will be a red ball? (ii) If 8 more red balls are put in the bag, and if the probability of drawing a red ball will be twice that of the probability in (i), then find x.
ஒரு பையில் 12 நீல நிறப்பந்துகளும், x சிவப்பு நிறப்பந்துகளும் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு பந்து தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. (i) அது சிவப்பு நிறப்பந்தாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க (ii) 8 புதிய சிவப்பு நிறப்பந்துகள் அப்பையில் வைத்த பின்னர், ஒரு சிவப்பு நிறப்பந்தை தேர்ந்தெடுப்பதற்கான நிகழ்தகவானது (i)-யில் பெறப்பட்ட நிகழ்தகவைப் போல இருமடங்கு எனில், x-ன் மதிப்பினைக் காண்க.

15 Marks

18. The probability that a girl will be selected for admission in a medical college is 0.16. The probability that she will be selected for admission in an engineering college is 0.24 and the probability that she will be selected in both, is 0.11
I. Find the probability that she will be selected in at least one of the two colleges.
II. Find the probability that she will be selected either in a medical college only or in an engineering college only.
ஒரு மாணவிக்கு மருத்துவக் கல்லூரியில் சேர்க்கை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.16 என்க. பொறியியல் கல்லூரியில் சேர்க்கை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.24 மற்றும் இரு கல்லூரிகளிலும் சேர்க்கை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.11 எனில்,
I. மருத்துவம் மற்றும் பொறியியல் கல்லூரிகளில் ஏதேனும் ஒரு கல்லூரியில் சேர்க்கை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.
II. மருத்துவக் கல்லூரியில் மட்டுமோ அல்லது பொறியியல் கல்லூரியில் மட்டுமோ சேர்க்கை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

19. In a class of 50 students, 28 opted for NCC, 30 opted for NSS and 18 opted both NCC and NSS. One of the students is selected at random. Find the probability that
i. The student opted for NCC but not NSS.

ii. The student opted for NSS but not NCC.
iii. The student opted for exactly one of them.

50 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு வகுப்பில், 28 பேர் NCC-யிலும், 30 பேர் NSS-லும் மற்றும் 18 பேர் NCC மற்றும் NSS-லும் சேர்கிறார்கள். ஒரு மாணவர் சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறார் அவர்
i. NCC – யில் இருந்து, ஆனால் NSS-ல் இல்லாமல்
ii. NSS – ல் இருந்து, ஆனால் NCC-யில் இல்லாமல்
iii. ஒன்றே ஒன்றில் மட்டும் சேர்ந்து
இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

20. In a class of 35, students are numbered from 1 to 35. The ratio of boys to girls is 4:3. The roll numbers of students begin with boys and end with girls. Find the probability that a student selected is either a boy with prime roll number or a girl with composite roll number or an even roll number.

35 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு வகுப்பில் ஒவ்வொருவருக்கும் 1 முதல் 35 வரை எண்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. மாணவர்களுக்கும் மாணவிகளுக்கும் உள்ள விகிதமானது 4 : 3 ஆகும். வரிசை எண்கள் மாணவர்களில் தொடங்கி மாணவிகளில் முடிவடைகிறது. ஒருவர் வகுப்பிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறார். அவர் பகா எண்ணை வரிசை எண்ணாகக் கொண்ட மாணவராகவோ அல்லது பகு எண்ணை வரிசை எண்ணாகக் கொண்ட மாணவராகவோ அல்லது பகு எண்ணை வரிசை எண்ணாகக் கொண்ட மாணவியாகவோ அல்லது இரட்டை எண்ணை வரிசை எண்ணாகக் கொண்டவராகவோ இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

21. On one Sunday Muhil observed the vehicles at a Tollgate in the NH-45 for his science project about air pollution from 7 am. to 7 pm. The number of vehicles crossed are tabulated below.

Time interval / Vehicles	7 a.m to 11 a.m	11 a.m to 3 p.m	3 p.m to 7 p.m
Bus	300	120	400
Car	200	130	250
Two wheeler	500	250	350

A vehicle is selected at random. Find the probability that the vehicle chosen is a
(i) a bus at the time interval 7 a.m. to 11 a.m.
(ii) a car at the time interval 11 a.m. to 7 p.m.
(iii) a bus at the time interval 7 a.m. to 3 p.m.
(iv) a car at the time interval 7 a.m. to 7 p. m.
(v) not a two wheeler at the time interval 7 a.m. to 7 p.m.

முகில் என்பவர் ஒரு குறிப்பிட்ட ஞாயிற்றுக்கிழமையில், வாகனங்களால் ஏற்படும் காற்று மாசுபாடு பற்றிய அவருடைய அறிவியல் செயல்திட்டத்திற்காக காலை 7 மணி முதல் மாலை 7 வரை தேசிய நெடுஞ்சாலை எண் 45-ல் உள்ள சுங்கச்சாவடியை கடந்த செல்லும் வாகனங்களை உற்றுநோக்கினார். அப்போது கடந்து சென்ற வாகனங்களின் விவரம் கீழே அட்டவணைப் படுத்தப்பட்டுள்ளது.

கால இடைவெளி / வாகனங்கள்	காலை 7 மணி முதல் 11 வரை	காலை 11 மணி முதல் பிற்பகல் 3 வரை	பிற்பகல் 3 மணி முதல் மாலை 7 வரை
பேருந்து	300	120	400
மகிழுந்து	200	130	250

இரு சக்கர வாகனங்கள்	500	250	350

வாகனம் ஒன்றை சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கும் போது அவ்வாகனம்

i. முற்பகல் 7 மணி முதல் 11 மணி வரை செல்லும் பேருந்தாக இருக்க

ii. முற்பகல் 11 மணி முதல் பிற்பகல் 7 மணி வரை செல்லும் மகிழுந்தாக இருக்க

iii. முற்பகல் 7 மணி முதல் பிற்பகல் 3 மணி வரை செல்லும் பேருந்தாக இருக்க

iv. முற்பகல் 7 மணி முதல் பிற்பகல் 7 மணி வரை செல்லும் மகிழுந்தாக இருக்க

v. முற்பகல் 7 மணி முதல் பிற்பகல் 7 மணி வரை செல்லும் வாகனங்களில் இருசக்கர வாகனமாக இல்லாமல் இருக்க, நிகழ்தகவு என்ன?

22. A card is drawn from a pack of 52 cards. Find the probability of getting a king or a heart or a red card.
52 சீட்டுகள் கொண்ட சீட்டுக் கட்டிலிருந்து ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகின்றது. அந்தச் சீட்டு இராசா அல்லது ஹார்ட் அல்லது சிவப்பு நிறச் சீட்டாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

Mathematical Expectation

One of the important characteristics of a random variable is its expectation. synonyms for expectation are expected value, mean, and first moment.

The definition of mathematical expectation is driven by conventional idea of numerical average.
The numerical average of n numbers, say $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ is

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n}{n}$$

The average is used to summarize or characterize the entire collection of n numbers $a_1, a_2, a_3, \ldots a_n$, with single value.

Mean $E(x) = \sum xipi$

Variance $(V(x) = E(x^2) - (E(x))^2$

Binomial random variable

A discrete random variable X is called binomial random variable, if X is the number of successes in n -repeated trials such that

1. The n- repeated trials are independent and n is finite
2. Each trial results only two possible outcomes, labelled as 'success' or 'failure'
3. The probability of a success in each trial, denoted as p, remains constant.

Binomial distribution
The binomial random variable X, equals the number of successes with probability p for a success and q = 1 - p for a failure in n-independent trials, has a binomial distribution

denoted by X ~ B (n, p). The probability mass function of X is $f(x)=\binom{n}{x}p^x(1-p)^{n-x}, \quad x=0,1,2,.....,n$ **(or)** $n_{c_x}\, p^x q^{n-x}, \; x=0,1,2,.....,n$

If X is a binomial random variable with parameters p and n, the mean μ and variance σ^2 of binomial distribution are

$$\mu = np \text{ and } \sigma^2 = np(1-p)$$

Poission distribution :

Poisson distribution is also a discrete distribution.

Poisson distribution is a limiting case of Binomial distribution under the following conditions.

I. n the number of trials is indefinitely large ie., n → ∞.

II. p the constant probability of success in each trial is very small ie., p → 0.

III. np = is finite where is a positive real number. When an event occurs rarely, the distribution of such and event may be assumed to follow a Poisson distribution.

Definition:

A random variable X is said to have a Poisson distribution if the probability mass function of X is P(X = x) = $\frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{\lfloor x}$, x = 0, 1, 2 . for some λ >0.

The mean of the Poisson Distribution is λ. and the variance is also λ.

The parameter of the Poisson distribution is λ.

23. An urn contains 4 white and 3 Red balls. Find the probability distribution of the number of red balls in three draws when a ball is drawn at random with replacement. Also find its mean and variance.

ஒரு கொள்கலனில் 4 வெள்ளையும் 3 சிவப்புப் பந்துகளும் உள்ளன. திரும்ப வைக்குமாறு சமவாய்ப்பு முறையில் மூன்று முறை பந்துகளை ஒன்றன் பின் ஒன்றாக எடுக்கும் போது கிடைக்கும் சிவப்புப் பந்துகளின் எண்ணிக்கையின் நிகழ்தகவுப் பரவலைக் காண்க. மேலும் சராசரி, பரவற்படி, ஆகியவற்றைக் காண்க.

24. A multiple choice examination has ten questions, each question has four distractors with exactly one correct answer. Suppose a student answers by guessing and if X denotes the number of correct answers, find

(i) binomial distribution

(ii) probability that the student will get seven correct answers

(iii) the probability of getting at least one correct answer.

பத்து வினாக்கள் கொண்ட ஓர் பல்வாய்ப்புத் தேர்வில், ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் நான்கு கவனச் சிதறல் விடைகளில் ஒன்று சரியான விடையாகும். ஊகத்தின் அடிப்படையில் ஒரு மாணவர் விடையளிக்கிறார் என்க. சரியான விடைகளின் எண்ணிக்கையை X குறிக்கிறது. எனில்,

(i) ஈருறுப்பு பரவல்

(ii) மாணவர் ஏழு சரியான விடைகள் அளிப்பதற்கான நிகழ்தகவு

(iii) குறைந்தபட்சம் ஒரு விடை சரியானதாக இருக்க நிகழ்தகவு ஆகியவற்றைக் காண்க.

25. If the number of incoming buses per minute at a bus terminus is a random variable having a Poisson distribution with λ =0.9, find the probability that there will be
(i) Exactly 9 incoming buses during a period of 5 minutes
(ii) Fewer than 10 incoming buses during a period of 8 minutes.
(iii) Atleast 14 incoming buses during a period of 11 minutes.
ஒரு பேருந்து நிலையத்தில், ஒரு நிமிடத்திற்கு உள்ளே வரும் பேருந்துகளின் எண்ணிக்கை பாய்ஸான் பரவலைப் பெற்றிருக்கிறது எனில் λ= 0.9 எனக் கொண்டு.
i. 5 நிமிட கால இடைவெளியில் சரியாக 9 பேருந்துகள் உள்ளே வர
ii. 8 நிமிட கால இடைவெளியில் 10 க்கும் குறைவாக பேருந்துகள் உள்ளே வர
iii. 11 நிமிட கால இடைவெளியில் குறைந்தபட்சம் 14 பேருந்துகள் உள்ளே வர, நிகழ்தகவு காண்க.

(GROUP 1, 2017, Section 15 Mark)

40. An Urn contains 3 Yellow and 4 Green balls. Find the probability distribution of the number of Green balls in three draws when a ball is drawn at random with replacement. Also find its mean and variance.
ஒரு கொள்கலனில் 3 மஞ்சள் மற்றும் 4 பச்சை நிறப்பந்துகள் உள்ளன. திரும்ப வைக்குமாறு சம வாய்ப்பு முறையில் 3 முறை பந்துகளை ஒன்றன்பின் ஒன்றாக எடுக்கும் போது கிடைக்கும் பச்சை நிறப் பந்துகளின் எண்ணிக்கையின் நிகழ்தகவுப் பரவலைக் காண்க. மேலும் சராசரி, பரவற்படி ஆகியவற்றைக் காண்க.

(GROUP 1, 2019, Section A, 10 Mark)

41. The probability that a girl will be selected for admission in a medical college is 0.21. The probability that she will be selected for admission in an engineering college is 0.26 and the probability that she will be selected in both is 0.12.
a. Find the probability that she will be selected in at least one of the two colleges.
b. Find the probability that she will be selected either in a medical college only or in an engineering college only.

ஒரு மாணவிக்கு மருத்துவக் கல்லூரியில் சேர்க்கை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.21 என்க. பொறியியல் கல்லூரியில் சேர்க்கை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு 26 மற்றும் இரு கல்லூரிகளிலும் சேர்க்கை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.12 எனில்,
அ. மருத்துவம் மற்றும் பொறியியல் கல்லூரிகளில் ஏதேனும் ஒரு கல்லூரியில் சேர்க்கை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.
ஆ. மருத்துவக் கல்லூரியில் மட்டுமே அல்லது பொறியியல் கல்லூரியில் மட்டுமோ சேர்க்கை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

(GROUP 1, 2019, Section B, 15 Mark)

42. a. One card is drawn randomly from a well shuffled deck of 52 playing cards. Find the probability that the drawn card is
i. a diamond ii. not a diamond iii. not and ace

b. a number is selected at random from integers 1 to 100. Find the probability that it is
i. a perfect square ii. not a perfect cube.
(அ) நன்கு கலைத்து அடுக்கிய 52 சீட்டுகளைக் கொண்ட கட்டிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகிறது. பின்வருனவற்றிற்கு நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.
i. எடுத்த சீட்டு டயமண்ட் ஆக இருக்க
ii. எடுத்த சீட்டு டயமண்ட் இல்லாமல் இருக்க
iii. எடுத்த சீட்டு ஏஸ் சீட்டாக இல்லாமல் இருக்க

(ஆ) 1 முதல் 100 வரையிலான முழு எண்களிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒரு எண்

i. ஒரு முழு வர்க்கமாக (இருக்க.

ii. முழு கனமாக இல்லாமல் (not a cube) இருக்க ஆகியவற்றின் நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

(DEO, 2019, Section A, 10 Mark)

43. a. A bag contains 5 red balls and some blue balls. If the probability of drawing a blue ball from the bag is thrice that of drawing a red ball, then find the number of blue balls in the bag.

b. If A is an event of a random experiment such that $P(A) : P(\bar{A}) = 7 : 12$ then find P(A)

c. There are 7 defective items in a sample of 35 items. Find the probability that an item chosen at random is non-defective.

(அ) ஒரு பையில் 5 சிவப்பு மற்றும் சில நீல நிறப் பந்துகள் உள்ளன. அப்பையிலிருந்து ஒரு நீல நிறப் பந்தை எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு, ஒரு சிவப்பு நிறப்பந்தை எடுப்பதாற்கான நிகழ்தகவின் 3 மடங்கு எனில் அப்பையில் உள்ள நீல நிறப்பந்துகளின் எண்ணிக்கையைத் காண்க.

(ஆ) ஒரு சமவாய்ப்புச் சோதனையில் ஒரு நிகழ்ச்சி A என்க. அதில் $P(A) : P(\bar{A}) = 7 : 12$ எனில் $P(A)$ ஐ காண்க.

(DEO, 2019, Section B, 15 Mark)