

TEST - 5

1. Answer the following questions

பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளி

A. Kumaravel has paid simple interest on a certain sum for 2 years at 10% per annum is ₹ 750. Find the sum.

குமரவேல் ஒரு குறிப்பிட்டத் தொகைக்கு 10% வட்டி வீதம் 2 ஆண்டுகள் கழித்து ₹ 750 ஐ தனிவட்டியாகச் செலுத்தினால், அசலைக் காண்க.

Solution:

Given the rate of interest (r) = 10% per annum

Time (n) = 2 years

We know that Simple Interest (I) = $\frac{Pnr}{100}$

$$750 = \frac{P \times 2 \times 10}{100}$$

$$\text{Therefore, Principal (P)} = \frac{750 \times 100}{2 \times 10} = 3750$$

Therefore, Kumaravel has borrowed a sum of ₹ 3,750

A. (B) If $a + b + c = 15$, $ab + bc + ca = 25$ find $a^2 + b^2 + c^2$

$a + b + c = 15$, மற்றும் $ab + bc + ca = 25$ எனில் $a^2 + b^2 + c^2$ ஐ காண்க.

solution:

$$\text{we have } (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca).$$

So,

$$15^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(25)$$

$$225 = a^2 + b^2 + c^2 + 50$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 225 - 50 = 175$$

2. A mother divides ₹ 207 into three parts such that the amount are in A.P. and gives it to her three children. The product of the two least amounts that the children had ₹ 4623. Find the amount received by each child.

ஒரு தாய் தன்னிடம் உள்ள ₹ 207 ஐ கூட்டுத் தொடர் வரிசையில் அமையும் மூன்று பாகங்களாகப் பிரித்துத் தனது மூன்று குழந்தைகளுக்கும் கொடுக்கவிரும்பினார். அவற்றில் இரு சிறிய தொகைகளின் பெருக்கற்பலன் ₹ 4623 ஆகும். ஒவ்வொரு குழந்தையும் பெறும் தொகையினைக் காண்க.

Solution:

Let the amount received by the three children be in the form of A.P. is given by $a - d, a, a + d$. Since, sum of the amount is ₹207, we have $(a - d) + a + (a + d) = 207$
 $3a = 207$ gives $a = 69$

It is given that

product of the two least amounts = 4623.

$$(a - d) a = 4623$$

$$(69 - d)69 = 4623$$

$$d = 2$$

Therefore, amount given by the mother to her three children are
₹ (69-2), ₹69, ₹(69+2). That is, ₹67, ₹69 and ₹71.

3. In a rectangle, if the length is increased and the breadth is reduced each by 2 cm then the area is reduced by 28cm². If the length is reduced by 1 cm and the breadth increased by 2cm, then the area increases by 33cm². Find the area of the rectangle.

ஒரு செவ்வகத்தின் நீளத்தை 2 செ.மீ அதிகரித்து அகலத்தை 2 செ.மீ குறைத்தால், அதன் பரப்பு 28 ச.செ.மீ குறைகிறது. நீளத்தை 1 செ.மீ குறைத்து அகலத்தை 2செ.மீ அதிகரித்தால், செவ்வகத்தின் பரப்பு 33 ச.செ.மீ அதிகரிக்கும் எனில், செவ்வகத்தின் பரப்பைக் காண்க.

Solution:

Let the length of the rectangle be x units and the breadth be y units.

Area of the rectangle = length \times breadth = $x \times y = xy$ sq. units

From the given information, we have,

$$(x + 2) \times (y - 2) = xy - 28$$

$$\text{and } (x - 1) \times (y + 2) = xy + 33$$

$$(x + 2) \times (y - 2) = xy - 28$$

$$\Rightarrow xy - 2x + 2y - 4 = xy - 28$$

$$\Rightarrow -2x + 2y = -24$$

$$\Rightarrow -x + y = -12$$

$$\Rightarrow x = y + 12$$

(i)

$$\text{Also, } (x - 1) \times (y + 2) = xy + 33$$

$$\Rightarrow xy + 2x - y - 2 = xy + 33$$

$$\Rightarrow 2x - y = 35$$

(ii)

Substituting equation (i) in equation (ii), we get,

$$2x - y = 35$$

$$\Rightarrow 2(y + 12) - y = 35$$

$$\Rightarrow 2y - 24 - y = 35$$

$$\Rightarrow y = 11$$

Substituting $y = 11$ in equation (i), we get,

$$x = y + 12$$

$$\Rightarrow x = 11 + 12$$

$$\Rightarrow x = 23$$

Therefore, length of rectangle = $x = 23$ units

and breadth of rectangle = $y = 11$ units

Area of rectangle = $xy = 23 \times 11 = 253$ square units

4. Answer the following questions

பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளி

A. Find the C.I. on ₹ 15,625 at 8% p.a. for 3 years compounded annually.

₹ 15,625 க்கு ஆண்டு வட்டி 8% வீதம் எனில், 3 ஆண்டுகளுக்குக் கூட்டு வட்டி காணவும்.

Solution

We know,

$$\begin{aligned}\text{Amount after 3 years} &= P \left(1 + \frac{r}{100}\right)^3 \\ &= 15625 \left(1 + \frac{8}{100}\right)^3 \\ &= 15625 \left(1 + \frac{2}{25}\right)^3 \\ &= 15625 \left(\frac{27}{25}\right)^3 \\ &= 15625 \times \frac{27}{25} \times \frac{27}{25} \times \frac{27}{25} = ₹19,683\end{aligned}$$

Now, Compound interest = $A - P = 19,683 - 15,625$

$$= ₹4,058$$

B. A person saved money every year, half as much as he could in the previous year. If he had totally saved ₹ 7875 in 6 years then how much did he save in the first year?

ஒரு நபர் ஒவ்வொரு ஆண்டும் அதற்கு முந்தைய ஆண்டு சேமித்த தொகையில் பாதியைச் சேமிக்கிறார். 6 ஆண்டுகளில் அவர் ₹7875 ஐச் சேமிக்கிறார் எனில், முதல் ஆண்டில் அவர் சேமித்த தொகை எவ்வளவு?

Solution

Total amount saved in 6 years is $S_6 = 7875$

Since he saved half as much money as every year he saved in the previous year,

We have $r = \frac{1}{2} < 1$

$$\frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{a \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^6\right)}{1 - \frac{1}{2}} = 7875$$

$$\frac{a\left(1 - \frac{1}{64}\right)}{\frac{1}{2}} = 7875 \text{ gives } a \times \frac{63}{32} = 7875$$

$$a = \frac{7875 \times 32}{63} \text{ so, } a = 4000$$

The amount saved in the first year is ₹4000.

5. In simple interest, a sum of money amounts to ₹ 6,200 in 2 years and ₹ 6,800 in 3 years. Find the principal and rate of interest.

ஒரு தொகை ஒரு குறிப்பிட்ட தனிவட்டி வீதத்தில் 2 ஆண்டுகளில் ₹ 6,200 எனவும். 3 ஆண்டுகளில் ₹ 6,800 எனவும் உயர்கிறது எனில் அந்தத் தொகையையும், வட்டி வீதத்தையும் காண்க.

Solution:

$$\text{Amount} = 6200 \quad (2 \text{ years})$$

$$\text{Amount} = 6800 \quad (3 \text{ years})$$

$$\text{SI For } 1 \text{ year} = 6800 - 6200 = 600$$

$$\text{So, SI For 2 year} = 1200$$

$$p = 6200 - 1200 = 5000$$

$$r = \left(\frac{600}{5000} \right) \times 100 = 12\%$$

6. Answer the following questions

பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளி

- A. The cost of a computer is ₹ 20,000. The company offers it in 36 months, but charges 10% interest. Find the monthly installment the purchaser has to pay.

ஒரு கணினியின் விலை 20,000. ஒரு நிறுவனம் இத்தொகையை 10% வட்டியுடன் 36 மாதத் தவணையாகத் தரலாம் என்கின்றது. இதை வாங்குபவர் செலுத்த வேண்டிய மாதத் தவணை எவ்வளவு?

Solution:

$$\text{Cost of computer} = 20,000, \text{ Interest} = 10\%$$

$$\text{p.a. Period} = 36 \text{ months (3 years)}$$

$$\begin{aligned} \text{Total Interest} &= 20000 \times \frac{10}{100} \times 3 \\ &= 6,0000 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{Total amount to be paid} = 20,000 + 6,000$$

$$= 26,000$$

$$\text{Monthly Installment} = \frac{\text{Total amount}}{\text{Number of months}}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{26000}{36} \\
&= 722.22 \\
&\approx 722
\end{aligned}$$

B. If the difference between a number and its reciprocal is $\frac{24}{5}$, find the number.

ஓர் எண் மற்றும் அதன் தலைகீழி ஆகியவற்றின் வித்தியாசம் $\frac{24}{5}$ எனில், அந்த எண்ணைக் காண்க.

Solution:

Let the number be 'x'

its reciprocal is $\frac{1}{x}$

$$\text{Given } x - \frac{1}{x} = \frac{24}{5}$$

$$\frac{x^2 - 1}{x} = \frac{24}{5}$$

$$5x^2 - 5 = 24x$$

$$5x^2 - 24x - 5 = 0$$

$$5x^2 - 25x + x - 5 = 0$$

$$5x(x - 5) + 1(x - 5) = 0$$

$$(x - 5)(5x + 1) = 0$$

$$x = 5, -\frac{1}{5}$$

The number is '5' or '-1/5'.

7. Answer the following questions

பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளி

A. The sum of the digits of a three-digit number is 11. If the digits are reversed, the new number is 46 more than five times the old number. If the hundreds digit plus twice the tens digit is equal to the units digit, then find the original three digit number ?

ஒரு மூவிலக்க எண்ணில் இலக்கங்களின் கூடுதல் 11. இலக்கங்களை இடமிருந்து வலமாக வரிசை மாற்றினால் புதிய எண் பழைய எண்ணின் ஐந்து மடங்கை விட 46 அதிகம். பத்தாம் இட இலக்கத்தின் இரு மடங்கோடு நூறாம் இட இலக்கத்தைக் கூட்டினால் ஒன்றாம் இட இலக்கம் கிடைக்கும் எனில், அந்த மூவிலக்க எண்ணைக் காண்க.

Solution:

let the 100's digit be 'x' 10's be 'y' and Unit digit be 'z'

∴ The three digit number is $100x + 10y + z$

Now given, $x + y + z = 11$ (1)

$$100x + 10y + z = 5(100x + 10y + z) + 46$$

Simplifying

$$499x + 40y - 95z = -46$$
 (2)

$$\Rightarrow x + 2y = z$$

$$x + 2y - z = 0$$
 (3)

Consider (1) and (3)

$$x + y + z = 11$$
 (1)

$$x + 2y - z = 0$$
 (3)

$$(1) + (3) \Rightarrow 2x + 3y = 11$$
 (4)

Consider (1)

$$499x + 40y - 95z = -46$$
 (2)

(1) \times 95 \Rightarrow

$$\frac{95x + 95y + 95z = 1045}{594x + 135y = 999}$$
 (5)

$$= 999$$
 (6)

Consider (6) and (4)

$$(4) \times 45 \Rightarrow \begin{array}{r} 594x + 135y = 999 \\ 90x + 135y = 495 \\ \hline 504x = 504 \end{array}$$
 (6)

$$x = \frac{504}{504} = 1$$

Substituting the value $x = 1$ in (4)

$$2(1) + 3y = 11$$

$$3y = 11 - 2 = 9$$

$$y = \frac{9}{3} = 3$$

Substituting $x = 1, y = 3$ in (1)

$$1 + 3 + z = 11$$

$$z = 11 - 4 = 7$$

$$\therefore x = 1, y = 3, z = 7$$

∴ The original three digit number is 137

$$\text{i.e., } 100(1) + 10(3) + 1(7) = 100 + 30 + 7 = 137$$

B. $3 + 33 + 333 + \dots$ to n terms find the sum

$3 + 33 + 333 + \dots$ n உறுப்புகள் வரை. கூடுதல் காண்க.

Solution:

$3 + 33 + 333 + \dots$ to n terms.

Let $S_n = 3 + 33 + 333 + \dots$ upto n terms.

$$= 3 [1 + 11 + 111 + \dots \text{ upto } n \text{ terms}]$$

$$= \frac{3}{9} [9 + 99 + 999 + \dots \text{ upto } n \text{ terms}]$$

(multiply and divide by 9)

$$= \frac{1}{3} [(10 - 1) + (100 - 1) + (1000 - 1) + \dots n \text{ terms}]$$

$$= \frac{1}{3} [(10 - 1) + (10^2 - 1) + (10^3 - 1) + \dots \text{ upto } n \text{ terms}]$$

$$= \frac{1}{3} \{(10 + 10^2 + 10^3 + \dots \text{ upto } n \text{ terms} - n)\}$$

$= 10 + 10^2 + \dots$ is a G.P. with a G.P. with $a = 10$, $r = 10$

$$\therefore S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_n = \frac{1}{3} \left\{ \left[\frac{10(10^n - 1)}{10 - 1} \right] - n \right\}$$

$$S_n = \frac{1}{3} \left[\frac{10(10^n - 1)}{9} - n \right]$$

$$= 3 + 33 + 333 + \dots \text{ to } n \text{ terms} = \frac{10}{27} (10^n - 1) - \frac{n}{3}$$

8. Find the difference in the compound interest on ₹ 62500 for $1\frac{1}{2}$ years at 8%p.a compounded annually and when compounded half-yearly.

8% ஆண்டு வட்டி வீதத்தில் வட்டியானது ஆண்டுக்கொரு முறையும், அரையாண்டுக்கொரு முறையும் கணக்கிடப்பட்டால், ₹ 62500 க்கு $1\frac{1}{2}$ ஆண்டுகளுக்கு கிடைக்கும் கூட்டு வட்டிகளின் வித்தியாசத்தைக் காண்க.

Solution:

$$P = ₹ 62500$$

$$n = 1\frac{1}{2} \text{ yrs. (ab/c) Formula}$$

$$r = 8\% \text{ Compound annually}$$

$$CA = A - P$$

$$\begin{aligned}
A &= P \left(1 + \frac{r}{100}\right)^a \left(1 + \frac{\frac{b}{c} \times r}{100}\right) \\
&= 62500 \left(1 + \frac{8}{100}\right)^1 \left(1 + \frac{\frac{1}{2} \times 8}{100}\right) \\
&= 62500 \left(\frac{108}{100}\right) \left(1 + \frac{4}{100}\right) \\
&= 62500 \left(\frac{108}{100}\right) \left(\frac{104}{100}\right) = 70200 \quad (1) \\
\text{CI} &= 7700
\end{aligned}$$

Case 2 :

$$P = ₹ 62500$$

$$n = 1\frac{1}{2} \text{ yrs.}$$

$r = 8\%$ p.a when compound half yearly

$r = 4\%$ compound half yearly

$$\begin{aligned}
A &= P \left(1 + \frac{r}{100}\right)^{2n} = 62500 \left(1 + \frac{4}{100}\right)^{2 \times \frac{3}{2}} \\
&= 62500 \left(\frac{104}{100}\right)^3 = 70304
\end{aligned}$$

$$\text{CI} = 62500 \left(\frac{104}{100}\right)^3 - 62500$$

$$= 70304 - 62500 = ₹ 7804$$

Difference between case 1 & case 2 is (2) - (1)

$$\therefore (2) - (1) = 7804 - 7700 = ₹ 104$$