

# APPOLO STUDY CENTRE

## L.C.M. / H.C.F WORK SHEET

1	L.C.M. / H.C.F	6	OLD	1	2.5, 2.6
		6	NEW	2	1.2, 1.3
		9	NEW	2	3.9
		10	OLD		3.6, 3.7, 3.8
		10	NEW		3.2, 3.3

### Introduction:

- The Highest Common Factor (HCF) is also called as the Greatest Common Divisor (GCD) or the Greatest Common Factor (GCF).
- $HCF(1, x) = 1$
- $HCF(x, y) = x$ , if  $y$  is a multiple of  $x$ . For example,  $HCF(3, 6) = 3$ .
- If the H.C.F of two numbers is 1, then the numbers are said to be **co-primes** or **relatively prime**. Here, the two numbers can both be primes as (5, 7) or both can be composites as (14, 27) or one can be a prime and other a composite as (11, 12).

### Highest Common Factor (H.C.F) or Greatest Common Measure (G.C.M.) or Greatest Common Divisor (G.C.D) :

The H.C.F. of two or more than two numbers is the greatest number that divides each of them exactly. There are two methods of finding the H.C.F of a given set of numbers.

1. **Factorization Method:** Express each one of the given numbers as the product of prime factors. The product of least powers of common prime factors given H.C.F.

2. **Division Method:** Suppose we have to find the H.C.F of two given numbers. Divide the larger number by the smaller one, Now, divide the divisor by the remainder. Repeat the process of dividing the preceding number by the remainder last obtained till zero is obtained as remainder. The last divisor is the required H.C.F.

### Least common Multiple (L.C.M)

The least number which is exactly divisible by each one of the given numbers is called their L.C.M.

1. **Factorization Method of Finding L.C.M.:** Resolve each one of the given numbers into a product of prime factors. Then, L.C.M. is the product of highest powers of all the factors.

2. **Common Division Method (Short-cut Method) of Finding L.C.M.:** Arrange the given numbers in a row in any order. Divide by a number which divides exactly at least two of given numbers and carry forward the numbers which are not divisible. Repeat the above process till no two of the numbers are divisible by the same number except 1. The product of the divisors and the undivided numbers is the required L.C.M. of the given numbers.

- Product of two numbers = Product of their H.C.F. and L.C.M.)

- H.C.F. and L.C.M. of Fractions:

$$1. HCF = \frac{H.C.F. \text{ of Numerators}}{L.C.M \text{ of Denominators}}$$

$$2. L.C.M = \frac{L.C.M. \text{ of Numerators}}{H.C.F \text{ of Denominators}}$$

- L.C.M is always greater than or equal to the largest of the given numbers.

- L.C.M will always be a multiple of H.C.F.

## L.C.M/ H.C.F Work Sheet

1. Find the HCF of the numbers 40 and 56 by division method.

வகுத்தல் முறையில் 40 மற்றும் 56 ஆகிய எண்களுக்கு மீ.பெ.கா. காண்க.

**Solution:**

2	40
2	20
2	10
5	5
	1

2	56
2	28
2	14
7	7
	1

or

2	40, 56
2	20, 28
2	10, 14
	5, 7

Prime factorisation of 40 = 2 x 2 x 2 x 5

Prime factorisation of 56 = 2 x 2 x 2 x 7

The product of common factors of 40 and 56  
= 2 x 2 x 2 = 8 and so, HCF (40, 56) = 8

Dividing by the common factor 2,  
(in 3 steps)

HCF = Product of common factors  
= 2 x 2 x 2 = 8

2. Find the HCF of the numbers 18, 24 and 30 by factor tree method.

18, 24 மற்றும் 30 ஆகிய எண்களின் மீ.பெ.கா காண்க.

**Solution:**

Let us find the factors of 18, 24 and 30 (use of divisibility test rules will also help).

The factors of 18 are 1, 2, 3, 6, 9 and 18.

The factors of 24 are 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 and 24.

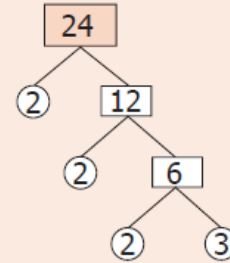
The factors of 30 are 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 and 30.

The factors that are common to all the three given numbers are 1, 2, 3 and 6 of which 6 is the highest.

Hence, HCF (18, 24, 30) = 6.

Note that we find that 1 is a trivial factor of all numbers.

Let us find the factors of 24 by tree method.



Here, 24 = 2 x 2 x 2 x 3

Similarly, we can find the factors of 18 and 30.

3. The LCM of two numbers is 432 and their HCF is 36. If one of the numbers is 108, then find the other number.

இரு எண்களின் மீ.சி.ம 432 மற்றும் அவற்றின் மீ.பெ.கா. 36. ஓர் எண் 108 எனில், மற்றோர் எண் என்ன?

**Solution:** We know that, the product of the two numbers = LCM × HCF

$$108 \times (\text{the other number}) = 432 \times 36$$

$$\text{The other number} = (432 \times 36) \div 108 = 144$$

4. The LCM of two co-prime numbers is 5005. If one of the numbers is 65, then find the other number.

இரு சார்பகா எண்களின் மீ.சி.ம 5005. ஓர் எண் 65 எனில், மற்றோர் எண் என்ன?

**Solution:** We know that, the product of the two numbers = LCM × HCF

As the HCF of co-primes is 1,

$$65 \times (\text{the other number}) = 5005 \times 1$$

$$\text{The other number} = 5005 \div 65 = 77$$

5. Find the H.C.F and L.C.M of  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{8}{9}$ ,  $\frac{16}{81}$  and  $\frac{10}{27}$

$\frac{2}{3}$ ,  $\frac{8}{9}$ ,  $\frac{16}{81}$ ,  $\frac{10}{27}$  - ன் மீ.பொ.வ மற்றும் மீ.சி.ம காண்க.

**Solution:**

$$\text{H.C.F of given fractions} = \frac{\text{H.C.F of } 2, 8, 16, 10}{\text{L.C.M. of } 3, 9, 81, 27} = \frac{2}{81}$$

$$\text{L.C.M of given fractions} = \frac{\text{L.C.M of } 2, 8, 16, 10}{\text{H.C.F of } 3, 9, 81, 27} = \frac{80}{3}$$

6. Find the H.C.F and L.C.M of 0.63, 1.05 and 2.1

0.63, 1.05, 2.1 ன் மீ.பொ.வ மற்றும் மீ.சி.ம காண்க.

**Solution:**

Making the same number of decimal places, the given numbers are 0.63, 1.05 and 2.10. Without decimal places, these numbers are 63, 105 and 210.

New ∴ H.C.F of 63, 105 and 210 is 21

H.C.F of 0.63, 1.05 and 2.1 is 0.21.

LCM of 63, 105 and 210 is 630

∴ L.C.M. of 0.63, 1.05 and 2.1 is 6.30

7. Find GCD of the following:

கீழ்க்கண்டவற்றிற்கு மீ.பொ.கா காண்க.

(i)  $16x^3y^2, 24xy^3z$

(ii)  $(y^3 + 1)$  and  $(y^2 - 1)$

(iii)  $2x^2 - 18$  and  $x^2 - 2x - 3$

(iv)  $(a - b)^2, (b - c)^3, (c - a)^4$

**Solution:**

i.  $16x^3y^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times x^3y^2 = 2^4 \times x^3 \times y^2$

$$= 2^3 \times 2 \times x^2 \times x \times y^2$$

$$24xy^3z = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times x \times y^3 \times z = 2^3 \times 3 \times x \times y^3 \times z$$

$$= 2^3 \times 3 \times x \times y \times y^2 \times z$$

Therefore, GCD =  $2^3 xy^2$

ii.  $y^3 + 1 = y^3 + 1^3 = (y + 1)(y^2 - y + 1)$   
 $y^2 - 1 = y^2 - 1^2 = (y + 1)(y - 1)$   
 Therefore, GCD =  $(y + 1)$

iii.  $2x^2 - 18 = 2(x^2 - 9) = 2(x^2 - 3^2) = 2(x + 3)(x - 3)$   
 $x^2 - 2x - 3 = x^2 - 3x + x - 3$   
 $= x(x - 3) + 1(x - 3)$   
 $= (x - 3)(x + 1)$   
 Therefore, GCD =  $(x - 3)$

iv.  $(a - b)^2, (b - c)^3, (c - a)^4$   
 There is no common factor other than one.  
 Therefore, GCD = 1

8. Find the GCD of the polynomials  $x^4 + 3x^3 - x - 3$  and  $x^3 + x^2 - 5x + 3$ .  
 ( $x^4 + 3x^3 - x - 3$ ) மற்றும் ( $x^3 + x^2 - 5x + 3$ ) ஆகிய பல்லுறுப்புக்கோவைகளின் மீ.பொ.வ. காண்க.

solution:

Let  $f(x) = x^4 + 3x^3 - x - 3$  and  $g(x) = x^3 + x^2 - 5x + 3$   
 here degree of  $f(x) >$  degree of  $g(x)$ . Divisor is  $x^3 + x^2 - 5x + 3$

$\begin{array}{r} x+2 \\ \hline x^3+x^2-5x+3 \overline{) x^4+3x^3+0x^2-x-3} \\ \underline{x^4+x^3-5x^2+3x} \quad (-) \\ 2x^3+5x^2-4x-3 \\ \underline{2x^3+2x^2-10x+6} \quad (-) \\ 3x^2+6x-9 \end{array}$	$\begin{array}{r} x-1 \\ \hline x^2+2x-3 \overline{) x^3+x^2-5x+3} \\ \underline{x^3+2x^2-3x} \\ -x^2-2x+3 \\ \underline{-x^2-2x+3} \\ 0 \rightarrow \text{remainder} \end{array}$
---	--

$3x^2 + 6x - 9 = 3(x^2 + 2x - 3)$  3 is not a divisor of  $g(x)$  remainder = 0  
 Therefore, GCD ( $f(x), g(x)$ ) =  $x^2 + 2x - 3$

9. Find the LCM of the following.  
 (i)  $35a^2 c^3 b, 42a^3 cb^2, 30ac^2 b^3$   
 (ii)  $(a - 1)^5 (a + 3)^2, (a - 2)^2 (a - 1)^3 (a + 3)^4$   
 (iii)  $x^3 + y^3, x^3 - y^3, x^4 + x^2 y^2 + y^4$

i. Now, LCM of 35, 42 and 30 is  $5 \times 7 \times 6 = 210$   
 Hence, the required LCM =  $210 \times a^3 \times c^3 \times b^3 = 210a^3c^3b^3$

ii. Now, LCM of  $(a - 1)^5 (a + 3)^2, (a - 2)^2 (a - 1)^3 (a + 3)^4$  is  $(a - 1)^5 (a + 3)^4 (a - 2)^2$

iii. Let us first find the factors for each of the given expressions.

$$x^3 + y^3 = (x + y) (x^2 - xy + y^2)$$

$$x^3 - y^3 = (x - y) (x^2 + xy + y^2)$$

$$x^4 + x^2y^2 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - x^2y^2 = (x^2 + xy + y^2) (x^2 - xy + y^2)$$

$$\begin{aligned} \text{Thus, LCM } (x + y) (x^2 - xy + y^2) (x - y) (x^2 + xy + y^2) \\ = (x^3 + y^3) (x^3 - y^3) = x^6 - y^6 \end{aligned}$$

10. The GCD and LCM of two polynomials are  $x + 1$  and  $x^6 - 1$  respectively. If one of the polynomials is  $x^3 + 1$ . find the other.

இரு பல்லுறுப்புக்கோவைகளின் மீ.பொ.வ மற்றும் மீ.பொ.ம முறையே  $x + 1$  மற்றும்  $x^6 - 1$ . மேலும், ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவை  $x^3 + 1$  எனில், மற்றொன்றைக் காண்க.

solution:

$$\text{Given GCD} = x + 1 \text{ and LCM} = x^6 - 1$$

$$\text{Let } f(x) = x^3 + 1$$

$$\text{We know that LCM} \times \text{GCD} = f(x) \times g(x)$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{\text{LCM} \times \text{GCD}}{f(x)} = \frac{(x^6 - 1)(x + 1)}{x^3 + 1}$$

$$= \frac{(x^3 + 1)(x^3 - 1)(x + 1)}{x^3 + 1} = (x^3 - 1)(x + 1)$$

$$\text{Hence, } g(x) = (x^3 - 1)(x + 1)$$

## 5 Mark Questions

1. Find the L.C.M of 154, 198 and 286.

154, 198, 286 ன் மீ.சி.ம காண்க.

2. The product of 2 two digit numbers is 300 and thier HCF is 5. What are the numbers?

இரண்டு ஈரிலக்க எண்களின் பெருக்கற்பலன் 300 மற்றும் அவற்றின் மீ.பெ.கா 5 எனில் அவ்வெண்கள் யாவை?

3. Wilson, Mathan and Guna can complete one round of a circular track in 10, 15 and 20 minutes respectively. If they start together at 7 am from the starting point, at what time will they meet together again at the starting point?

வில்சன், மதன் மற்றும் குணா ஆகியோர் ஒரு வட்ட வடிவிலான ஒடுபாதையின் ஒரு சுற்றை முறையே 10, 15 மற்றும் 20 நிமிடங்களில் சுற்றி முடிக்கின்றனர். அவர்கள் தொடக்கப் புள்ளியில் காலை 7 மணிக்கு ஒன்றாகச் சுற்றத் தொடங்கினால், அவர்கள் மீண்டும் எப்போது தொடக்கப் புள்ளியில் ஒன்றாகச் சந்திப்பார்கள்?

4. The LCM of two numbers is 210 and thier HCF is 14. How many such pairs are possible?

இரு எண்களின் மீ.சி.ம 210 மற்றும் மீ.பெ.கா. 14 என்றுள்ளவாறு எத்தனை எண் சோடிகள் சாத்தியமாகும்?

## 7.5 Mark Questions

5. The LCM of two numbers is 6 times thier HCF. If the HCF is 12 and one of the numbers is 36. find the other number?

இரு எண்களின் மீ.சி.ம ஆனது மீ.பெ.கா-வின் 6 மடங்காகும். மீ.பெ.கா. 12 மற்றும் ஓர் எண் 36. எனில் மற்றொரு எண்ணைக் காண்க.

6. Find the greatest number which on dividing 1657 and 2037 leaves remainders 6 and 5 respectively.

எந்த மிகப்பெரிய எண் ஆனது 1657 ஆல் வகுபடும் போது மீதி 6 - யையும், 2037 ல் வகுபடும் போது 5-யையும் தரும்?

7. Find the smallest number of five digit exactly divisible by 16, 24, 36 and 54.

16, 24, 36, 54 ஆகிய எண்களால் வகுபடும் மிகச்சிறிய எண் யாது?

8.  $x^2 + 3xy + 2y^2, x^2 + 5xy + 6y^2$  : find GCD

$x^2 + 3xy + 2y^2, x^2 + 5xy + 6y^2$  இவற்றின் மீ.பொ.வ காண்க.

## 10 Mark Questions

9.  $24(6x^4 - x^3 - 2x^2), 20(2x^6 + 3x^5 + x^4)$  find GCD.

$24(6x^4 - x^3 - 2x^2), 20(2x^6 + 3x^5 + x^4)$  இதன் மீ.பொ.வ. காண்க.

10. Find the L.C.M of  $10(9x^2 + 6xy + y^2), 12(3x^2 - 5xy - 2y^2), 14(6x^4 + 2x^3)$   
 $10(9x^2 + 6xy + y^2), 12(3x^2 - 5xy - 2y^2), 14(6x^4 + 2x^3)$  மீ.சி.ம காண்க.

11. The sum and difference of L.C.M and H.C.F of two numbers are 592 and 518 respectively. If the sum of the numbers be 296, find the numbers.

இரு எண்களின் மீ.பெ.கா மீ.சி.ம யின் கூடுதல் மற்றும் வித்தியாசத்தின் முறையே 592, 518 மேலும் இரு எண்களின் கூடுதல் 296 எனில் அவ்வெண்களைக் காண்க.

12. (A) The LCM of  $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7^2$ ,  $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^4$ ,  $2 \times 3 \times 5^3 \times 7 \times 11$ .  
 $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7^2$ ,  $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^4$ ,  $2 \times 3 \times 5^3 \times 7 \times 11$  மீ.சி.ம காண்க.

(B) HCF of 3240, 3600 and a third number is 36 and thier LCM is  $2^4 \times 3^5 \times 5^2 \times 7^2$ . The third number is.

3240, 3600 மற்றும் முன்றாவது எண் இவற்றின் மீ.பெ.கா 36 மற்றும் இதன் மீ.சி.ம  $2^4 \times 3^5 \times 5^2 \times 7^2$  எனில் முன்றாவது எண் என்ன?

### 15 Mark Questions

13. L.C.M and H.C.F of two polynomial is  $a^3 - 10a^2 + 11a + 70$  and  $a - 7$  respectively. one of the polynomial is  $a^2 - 12a + 35$  means find the another.

இரு பல்லுறுப்புக்கோவைகளின் மீ.பெ.கா மற்றும் மீ.பொ.ம முறையே  $a - 7$  மற்றும்  $a^3 - 10a^2 + 11a + 70$ . அவற்றுள் ஒரு கோவை  $a^2 - 12a + 35$  எனில் மற்றொரு கோவை என்ன?

14. Find the GCD of the polynomials  $x^3 + x^2 - x + 2$  and  $2x^3 - 5x^2 + 5x - 3$   
 $x^3 + x^2 - x + 2$  மற்றும்  $2x^3 - 5x^2 + 5x - 3$  என்ற பல்லுறுப்பு கோவைகளின் மீ.பொ.வ. காண்க.

15. Find the HCF of 132, 104 and 208  
132, 104, 208 ன் மீ.பெ.கா காண்க.

- using factor method / காரணி முறையை பயன்படுத்தி
- using division method / வகுத்தல் முறையை பயன்படுத்தி

16. Find the H.C.F and L.C.M of  $\frac{2}{3}, \frac{8}{9}, \frac{16}{81}$  and  $\frac{10}{27}$   
 $\frac{2}{3}, \frac{8}{9}, \frac{16}{81}, \frac{10}{27}$  மீ.பெ.கா. மற்றும் மீ.சி.ம காண்க.

### L.C.M. / H.C.F (Previous Year Questions)

1. Find the greatest number less than 10000 which is exactly divisible by 48, 60 and 64.

48, 60 மற்றும் 64 ஆகிய எண்களால் மிகச் சரியாக வகுபடும், 10000-ஐ விட குறைந்த மிகப் பெரிய எண்ணைக் காண்க



(GROUP 1, 2015, Section 3 Mark)

2. Find the smallest 5 digit number exactly divisible by 16, 24, 36 and 54.  
16, 24, 36 மற்றும் 54 ஆகிய எண்களால் மிகச் சரியாக வகுபடும். மிகச்சிறிய ஐந்து இலக்க எண்ணைக் காண்க.

(GROUP 1, 2013, Section 15 Mark-part b)

3. The traffic signal lights at three different road crossings change after every 36, 48, 64 seconds respectively. If they all change simultaneously at 7.30 hours then at what time will they again change simultaneously?  
மூன்று வேறுபட்ட தெரு முகைளில் உள்ள போக்குவரத்து சிக்னல் விளக்குகள் முறையே 36, 48, 64 வினாடிகளில் சிக்னல் மாறுகின்றன. இது மூன்றும் 7 மணி 30 நிமிடத்தில் ஒன்று போல மாறும் எனில் மறுமுறை எந்த மணிநேரத்தில் மூன்றும் ஒன்று போல மாறும் என கணக்கிடுக.

(GROUP 1, 2013, Section 3 Mark)

4. The LCM of two numbers is 14 times of their HCF. The sum of LCM and HCF of those number is 600. If one number is 280 then find the other number.  
இரு எண்களின் மீச்சிறு பொதுமடங்கானது அவைகளின் மீப்பெரு பொது காரணியின் 14 மடங்காகும். மீச்சிறு பொதுமடங்கு மற்றும் மீப்பெரு பொது காரணியின் கூடுதல் 600 ஆகும். ஒரு எண்ணானது 280 எனில் மற்றொரு எண்ணைக் காண்க.

(DEO, 2015, Section 3 Mark)

5. L.C.M. of two numbers is 14 times their H.C.F. The sum of L.C.M. and H.C.F. is 600 if one number is 280 then find the other.

(GROUP 1, 2017, Section 8 Mark)

இரண்டு எண்களின் மீ.பொ.ம 14 மடங்கு மீ.பொ.வ ஆக இருப்பின், மீ.பொ.ம, மீ.பொ.வ வின் கூட்டுத் தொகை 600 ஆகவும், ஓர் எண் 280 ஆக இருப்பின், மற்றொரு எண்ணைக் காணவும்.

6. Find the HCF and LCM of  $\frac{8}{9}, \frac{10}{27}$  and  $\frac{32}{81}$

$\frac{8}{9}, \frac{10}{27}, \frac{32}{81}$  ஆகியவற்றின் மீ.பொ.கா (HCF) மற்றும் மீ.பொ.ம (LCM) காண்க.

(GROUP 1, 2019, Section B, 15 Mark)