



## Test - 3

### PROBABILITY

1. Answer the following questions.

பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளி.

A. In a two children family, find the probability that there is atleast one girl in a family.  
இரண்டு குழந்தைகள் உள்ள ஒரு குடும்பத்தில், குறைந்தது ஒரு பெண்ணாவது இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க?

**Solution:**

A family has two children

Let girl is denoted by 'g' and boy be denoted by 'b'

Then the sample space

$$S = \{(g, g), (g, b), (b, g), (b, b)\}$$

$$n(S) = 4$$

Let A be the event of having atleast one girl baby.

$$A = \{(g, g), (g, b), (b, g)\}$$

$$n(A) = 3$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{4}$$

Probability of getting atleast one girl is  $\frac{3}{4}$

B. In a recent year, of the 1184 centum scores in various subjects in tenth standard public exams, 233 were in mathematics. 125 in social science and 106 in science. If one of the student is selected at random, find the probability of that selected student is not a centum scorer in Science.

பத்தாம் வகுப்பு இறுதித் தேர்வில் பல்வேறு பாடங்களில் நூற்றுக்கு நூறு மதிப்பெண்கள் பெற்ற 1184 மாணவர்களில், 233 பேர் கணிதத்திலும், 125 பேர் சமூக அறிவியலிலும், 106 பேர் அறிவியலிலும் நூற்றுக்கு நூறு பெற்றுள்ளனர். சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு மாணவரைத் தேர்ந்தெடுக்கும் போது அந்த மாணவர் அறிவியலில் நூற்றுக்கு நூறு பெறாதவராக இருக்க நிகழ்தகவு காண்க.

**Solution:**

Let E be the event of getting a centum scorer in Science.

Therefore  $n(E) = 106$ , That is,  $r = 106$

$$P(E) = \frac{r}{n} = \frac{106}{1184}$$

$$P(\bar{E}) = 1 - P(E)$$

$$= 1 - \frac{106}{1184}$$

$$\frac{1078}{1184} = \frac{539}{592}$$

2. In a town of 8000 people, 1300 are over 50 years and 3000 are females. It is known that 30% of the females are over 50 years. What is the probability that a chosen individual from the town is either a female or over 50 years?

8000 மக்கள்தொகை கொண்ட ஒரு நகரத்தில், 1300 பேர் 50 வயதிற்கு மேற்பட்டவர்கள் மற்றும் 3000 பேர் பெண்கள். மேலும் மொத்த பெண்களில் 30% பேர் 50 வயதிற்கு மேற்பட்ட பெண்கள் எனத் தெரியவருகிறது. தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒரு நபர், பெண்ணாக அல்லது 50 வயதிற்கு மேற்பட்டவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

**Solution:**

$$n(S) = 8000$$

Over 50 years be A;  $n(A) = 1300$

Females be B;  $n(B) = 3000$

30% =  $\frac{30}{100}$  of 3000 are over 50 years

$$\text{i.e. } \frac{30}{100} \times 3000 = 900$$

$$n(A \cap B) = 900$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1300}{8000}, P(B) = \frac{3000}{8000},$$

$$P(A \cap B) = \frac{900}{8000}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1300}{8000} + \frac{3000}{8000} - \frac{900}{8000}$$

$$= \frac{3400}{8000} = \frac{17}{40} = 0.425$$

**15 Mark**

1. Three fair coins are tossed once. Find the probability distribution (probability mass function), mean and variance for number of heads occurred.

மூன்று சீரான நாணயங்கள் ஒரு முறை சுண்டப்படுகின்றன. தலைகளின் எண்ணிக்கை நிகழ்விற்கு நிகழ்தகவுப் பரவல் (நிகழ்தகவு நிறை சார்பு), சராசரி, மற்றும் பரவற்படி காண்க.

**Solution:**

When three coins are tossed, the sample space is

$$S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$$

'X' is the random variable denotes the number of heads.

'X' can take the values of 0, 1, 2 and 3 Hence the probabilities

$$P(X = 0) = P(\text{No heads}) = \frac{1}{8} \quad ; \quad P(X = 1) = P(1 \text{ head}) = \frac{3}{8}$$

$$P(X = 2) = P(2 \text{ heads}) = \frac{3}{8} \quad P(X = 3) = P(3 \text{ heads}) = \frac{1}{8}$$

Probability distribution

x	0	1	2	3
P(X = x)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

$$\text{mean } E(x) = \sum_0^{\infty} p_i x_i$$

$$E(x) = 0\left(\frac{1}{8}\right) + 1\left(\frac{3}{8}\right) + 2\left(\frac{3}{8}\right) + 3\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{3}{8} + \frac{6}{8} + \frac{3}{8} = \frac{3}{2}$$

$$\text{Variance} = E(x^2) - E(x)^2$$

$$E(x^2) = \sum_0^{\infty} p_i x_i^2$$

$$= 0^2\left(\frac{1}{8}\right) + 1^2\left(\frac{3}{8}\right) + 2^2\left(\frac{3}{8}\right) + 3^2\left(\frac{1}{8}\right)$$

$$= \frac{3}{8} + \frac{12}{8} + \frac{9}{8} = \frac{24}{8} = 3$$

$$\text{variance} = 3 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

2. Answer the following questions

பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளி

A. 1500 families were surveyed and following data was recorded about their maids at homes

Types of maids	Only part time	Only full time	Both
Number of families	860	370	250

A family selected at random. Find the probability that the family selected has

(i) Both types of maids (ii) Part time maids (iii) No maids

1500 குடும்பங்களில் அவர்கள் வீட்டிலுள்ள பணிப்பெண்கள் (maids) பற்றிய தரவுகள் திரட்டப்பட்டுப் பின்வருமாறு பதிவு செய்யப்பட்டுள்ளது.

பணிப்பெண்கள் வகை	பகுதிநேரம் மட்டும்	முழுநேரம் மட்டும்	இரண்டு வகை பணிப்பெண்கள்
குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை	860	370	250

**Solution:**

Total Number of families surveyed = 1500

$$n(S) = 1500$$

$$\begin{aligned} \text{Number of families used maids} &= 860 + 370 + 250 \\ &= 1480 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Number of families not using any maids} &= 1500 - 1480 \\ &= 20 \end{aligned}$$

Let  $E_1$  be the event of getting families use both types of maids

$$n(E_1) = 250$$

$$\begin{aligned} P(E_1) &= \frac{n(E_1)}{n(S)} = \frac{250}{1500} \\ &= \frac{25}{150} \end{aligned}$$

$$\text{Probability of getting both types of maids} = \frac{1}{6}$$

Let  $E_2$  be the event of getting families use part time maids  $n(E_2) = 860$

$$\begin{aligned} P(E_2) &= \frac{n(E_2)}{n(S)} = \frac{860}{1500} \\ &= \frac{86}{150} = \frac{43}{75} \end{aligned}$$

$$\text{Probability of getting part time maids} = \frac{43}{75}$$

Let  $E_3$  be the event of getting family use no maids  $n(E_3) = 20$

$$\begin{aligned} P(E_3) &= \frac{n(E_3)}{n(S)} \\ &= \frac{20}{1500} \\ &= \frac{2}{150} = \frac{1}{75} \end{aligned}$$

$$\text{Probability of getting no maids} = \frac{1}{75}$$

- B. A bag contains 12 blue balls and  $x$  red balls. If one ball is drawn at random (i) what is the probability that it will be a red ball? (ii) If 8 more red balls are put in the bag, and if the probability of drawing a red ball will be twice that of the probability in (i), then find  $x$ .

ஒரு பையில் 12 நீல நிறப்பந்துகளும்,  $x$  சிவப்பு நிறப்பந்துகளும் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு பந்து தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. (i) அது சிவப்பு நிறப்பந்தாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க (ii) 8 புதிய சிவப்பு நிறப்பந்துகள் அப்பையில் வைத்த பின்னர், ஒரு சிவப்பு நிறப்பந்தை தேர்ந்தெடுப்பதற்கான நிகழ்தகவானது (i)-யில் பெறப்பட்ட நிகழ்தகவைப் போல இருமடங்கு எனில்,  $x$ -ன் மதிப்பினைக் காண்க.

**Solution:**

12 → blue balls

$x$  → red balls

i.  $P(\text{red ball}) = \frac{x}{x+12}$

ii. 8 red balls are added to the bag.  
12 → blue balls

$x + 8 \rightarrow$  red balls

$$P(\text{red ball})_{\text{new}} = \frac{x+8}{x+8+12} = \frac{x+8}{x+20}$$

Given that  $P(\text{ii}) = 2 \times P(\text{i})$

$$\Rightarrow \frac{x+8}{x+20} = 2 \times \frac{x}{x+12}$$

$$\Rightarrow (x+8)(x+12) = 2x(x+20)$$

$$\Rightarrow (x^2 + 20x + 96) = 2x^2 + 40x$$

$$\Rightarrow x^2 + 20x - 96 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 24x - 4x - 96 = 0$$

$$\Rightarrow x(x+24) - 4(x+24) = 0$$

$$\Rightarrow (x-4)(x+24) = 0$$

$$\Rightarrow (x-4)(x+24) = 0$$

$$x = 4 \text{ (or) } x = -24$$

$$x \text{ cannot be negative } \Rightarrow x = 4$$

Substituting  $x = 4$  in (i),

$$\text{we get } P(\text{red ball}) = \frac{4}{4+12} = \frac{1}{4}$$