

# APPOLO STUDY CENTRE

PHYSICS  
TEST - 6

11 <sup>th</sup> physics	அலகு- 1	இயல் உலகத்தின் தன்மையும் அளவீட்டியலும்-F
	அலகு- 2	இயக்கவியல் -F

APPOLO  
STUDY CENTRE

## 11TH இயற்பியல்

தொகுதி - 1

அலகு - 1

### இயல் உலகத்தின் தன்மையும் அளவீட்டியலும் (Nature of Physical world and Measurement)

#### அறிமுகம்:

'Science' என்றும் சொல் "அறிந்து கொள்ளுதல்" எனும் பொருளுடைய 'சைன்சியா' (Scientia) எனும் இலத்தீன் மூலச் சொல்லிலிருந்து உருவானதாகும். தமிழ்மொழியில் science என்பது 'அறிவியல்' எனப் பொருள் கொள்ளப்படுகிறது. உண்மைகளை அறிந்து ஆராய்தலே அறிவியலாகும். மனித மனம் எப்போதும் இயற்கையின் பல்வேறு நிகழ்வுகளான கிரகங்கள், ஒளிரும் நட்சத்திரங்களின் இயக்கங்கள், பருவகாலச் சுழற்சி மாற்றம் மற்றும் வானவில் உருவாதல் போன்றவற்றை அறிந்துகொள்ளவும், புரிந்து கொள்ளவும் ஆர்வமுடன் இருந்து வந்திருக்கிறது. இந்நிகழ்வுகள் உருவாகும் விதத்தையும் அவற்றிற்கு இடையேயான தொடர்புகளையும் அறிய ஆராய்ச்சி நோக்குள்ள மனம் முற்படுகிறது. இயற்கையைப் புரிந்து கொள்ளும் இந்த முயற்சிதான் இன்றைய நவீன அறிவியலுக்கும், தொழில் நுட்பத்திற்கும் வழிவகுத்தது. இயற்கை நிகழ்வுகளை உற்றுநோக்கி, ஆய்வு செய்து மற்றும் பகுத்தறிந்து பெறப்பட்ட முறையான அறிவை அறிவியலாகும்.

உயிரற்ற பொருட்களைப் பற்றிப் பயிலும் அறிவியல், இயல் அறிவியல் (இயற்பியல், வேதியியல்) என்றும், உயிருள்ள பொருட்களைப் பற்றிப் பயிலும் அறிவியல் உயிர் அறிவியல் (தாவரவியல், விலங்கியல் மற்றும் பல) என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

இயற்கை நிகழ்வுகளை ஆர்வமாக உற்று நோக்குதலும், அறிந்து கொள்வதுமே அறிவியலின் ஆரம்பமாகும். அறிவியல் எனும் சொல் 19 ஆம் நூற்றாண்டிலேயே பயன்படுத்தப்பட்டது.

முற்காலத்தில் இயற்கை தத்துவவியலே (natural philosophy) அறிவியல் என அழைக்கப்பட்டது. பண்டைய நாகரிக காலத்தில் வானியல், வேதியியல், மனித உடற்கூறியல் மற்றும் வேளாண்மை போன்றவற்றைப் பற்றி அறிந்து சிறந்த முறையில் பயன்படுத்தினார்கள். எழுத்துமுறை வளர்ச்சி பெறுவதற்கு முன்பு வாய்வழி மூலமே அறிவு பரிமாறிக் கொள்ளப்பட்டது. பண்டைய காலத்தில் வானியல் முதல் மருத்துவம் வரை அறிவியல்

இந்திய அரசியலமைப்புச் சட்டம் 51A(h) அடிப்படைக் கடமைகள் பிரிவு IV இல் "அறிவியல் மனப்பான்மையையும், மனித நேயத்தையும், சீர்திருத்தத்தையும், ஆய்வு மனப்பான்மையையும் போற்றி வளர்ப்பது ஒவ்வொரு இந்தியக் குடிமகனின் கடமையாகும்" என்று கூறப்பட்டுள்ளது. இதுவே நமது அறிவியல் கல்வியின் நோக்கமாகும்.

முன்னேற்றங்கள் அனைத்திலும் எகிப்தியர்களே முன்னோடிகளாகச் சிறந்து விளங்கினார்கள். சிந்து சமவெளி நாகரிக காலந்தொட்டே (3300 - 1300 கி.மு. (பொ.ஆ.மு) இந்தியர்கள் அறிவியல் மற்றும் கணிதப் பயன்பாட்டில் சிறந்து விளங்கினார்கள்.

#### அறிவியல் முறை :

அறிவியல் முறை என்பது இயற்கை நிகழ்வுகளைப் புரிந்துகொள்வதற்கும் மற்றும் இயற்கை நிகழ்வுகள் தோன்ற காரணமாக உள்ள விதிகளை உருவாக்குவதற்குமான ஒரு படிப்படியான அணுகுமுறையாகும்.

எந்த ஒரு அறிவியல் முறையும் கீழ்க்கண்ட பொதுவான அம்சங்களை உள்ளடக்கியது.

1. முறைப்படுத்தப்பட்ட உற்று நோக்கல்
2. கட்டுப்படுத்தப்பட்ட பரிசோதனை
3. தரமான மற்றும் அளந்தறியும் பகுப்பாய்வு
4. கணிதவியல் மாதிரிகள்
5. கணித்தல் மற்றும் சரிபார்த்தல் அல்லது தவறான கோட்பாடுகளை அறிவியல் முறை மூலம் கண்டறிந்து தவிர்த்தல்

### எடுத்துக்காட்டு:

ஒரு உலோகத் தண்டின் ஒரு முனையை வெப்பப்படுத்தும் போது மறு முனையில் வெப்பம் உணரப்படுகிறது. இந்நிகழ்வை உற்று நோக்கி கீழ்க்காணும் வினாக்களை எழுப்பலாம்.

1. வெப்பப்படுத்தும் பொழுது அந்த தண்டின் உள்ளே நிகழ்வது என்ன?
2. வெப்பம் மறுமுனைக்கு எவ்வாறு பரவியது?
3. எல்லா பொருட்களிலும் இந்த விளைவு நிகழுமா?
4. பொருட்களின் வழியே வெப்பம் பரவுகிறது எனில் வெப்பத்தைக் காண முடியுமா?

பொ.ஆ.மு. (BCE) 350 இல் இயற்பியல் (Physics) என்ற பெயர் அரிஸ்டாட்டில் (Aristotle) என்பவரால் அறிமுகப்படுத்தப்பட்டது.

### இயற்பியல் - அறிமுகம்:

Physics (இயற்பியல்) என்ற சொல்லானது, இயற்கை என்ற பொருளுடைய ஃபிசுசில் (Fusis) எனும் கிரேக்கச் சொல்லில் இருந்து தருவிக்கப்பட்டது. இயற்பியல் என்பது இயற்கை மற்றும் இயற்கையின் நிகழ்வுகளைப் பற்றி பயிலுவதாகும். எனவே இயற்பியலே அறிவியலின் அனைத்துப் பிரிவுகளுக்கும் அடிப்படையானதாகக் கருதப்படுகிறது.

இயற்பியல் பயிலுவதில் ஒன்றிணைத்துப் பார்த்தல் (Unification) மற்றும் பகுத்துப்பார்த்தல் (Reductionism) ஆகிய இரு அணுகுமுறைகள் உள்ளன. ஒன்றிணைத்துப் பார்த்தல் என்பது வேறுபட்ட இயற்பியல் நிகழ்வுகளை ஒரு சில தத்துவங்கள் மற்றும் விதிகளைப் பயன்படுத்தி விளக்க முயற்சித்தலாகும். எடுத்துக்காட்டாக, புவியை நோக்கித் தடையின்றித் தானே விழும் பொருட்களின் இயக்கம், சூரியனைச் சுற்றி வரும் கோள்களின் இயக்கம், புவியைச் சுற்றிவரும் சந்திரனின் இயக்கம் ஆகியவற்றிற்கு காரணமான இயற்கையின் விசைகளை நியூட்டனின் ஈர்ப்பியல் விதி ஒன்றிணைக்கின்றது.

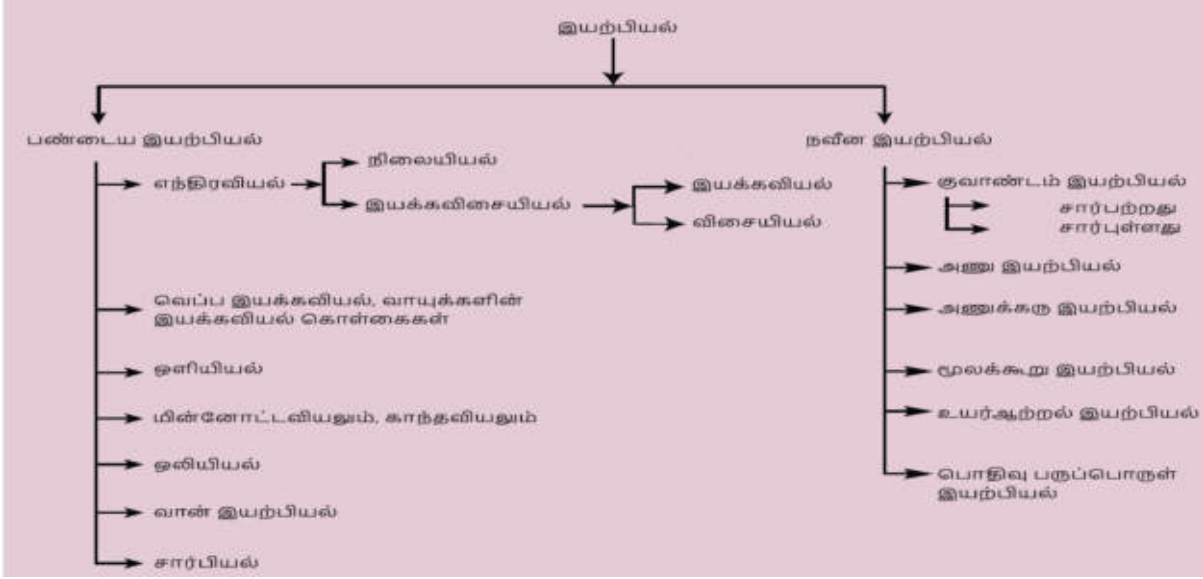
ஓர் பெரிய அமைப்பினை அல்லது பொருளை (Macroscopic) அதனுள் அடங்கிய நுண்ணியத்துகள்களின் (Microscopic) மூலம் விளக்க முயற்சிப்பதே பகுத்துப்பார்த்தலாகும். எடுத்துக்காட்டாக, பெரிய அமைப்பின் பண்புகளான வெப்பநிலை, என்ட்ரோபி (Entropy) போன்றவற்றை விளக்க வெப்ப இயக்கவியல் (Thermodynamics) உருவாக்கப்பட்டது.

மூலக்கூறுகளின் இயக்கவியற்கொள்கை (Kinetic Theory) மற்றும் புள்ளியியல் எந்திரவியல் (Statistical Mechanics) ஆகியவை மேற்கூறிய ஒரு பெரிய அமைப்பின் (பொருளின்) பண்புகளை அந்த பெரிய அமைப்பின் (பொருளின்) நுண் துகள்களான மூலக்கூறுகள் வழியே விளக்குகிறது.

விண்மீன்கள் வரை அனைத்தையும் குறிக்கும். மீ நுண்ணமைப்பு (microscopic system) என்பது நாம் கண்ணிற்கு புலப்படாத சிறிய அளவிலான மூலக்கூறுகளைக் குறிக்கும். சிறிய அளவிலான மூலக்கூறுகளைக் குறிக்கும். சிறிய அளவிலான மூலக்கூறுகள் ஒருங்கிணையும் போது பெரிய அளவிலான பொருள் உருவாகிறது.

### இயற்பியலின் பிரிவுகள்:

இயற்கையின் விதிகளை வெளிக்கொணர்வதில் துணைபுரிந்த அடிப்படை அறிவியல் இயற்பியலாகும். இயற்கையின் விதிகளை வெளிக்கொணர்வதில் துணைபுரிந்த அடிப்படை அறிவியல் இயற்பியலாகும். இந்த இயற்பியலின் மொழி கணிதவியலாகும். பழங்காலத்தில் மனிதர்கள் இயற்கையோடு இணைந்து வாழ்ந்தனர். அவர்கள் வாழ்க்கைமுறை இயற்கையோடு இணைக்கப்பட்டிருந்தது. வான்பொருட்கள் மற்றும் விண்மீன்களின் இயக்கங்களை ஆதாரமாகக்கொண்டு பருவ காலங்களை கணித்தனர். விதைக்கும் மற்றும் அறுவடை செய்யும் காலங்களை வான்வெளியை



**இயற்பியலின் பிரிவுகள்:**

	மரபு இயற்பியல் (Classical Physics)	20-ஆம் நூற்றாண்டின் தொடக்கத்திற்கு முன் வளர்ச்சியடைந்த மற்றும் ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்ட அடிப்படை இயற்பியல் பற்றியது.
	பிரிவு (Branch)	கவனம் செலுத்தப்பட்ட பகுதி (Major Focus)
1.	மரபு எந்திரவியல் (Classical Mechanics)	ஓய்வு அல்லது இயக்கநிலையில் உள்ள பொருட்களின் மீது செயல்படும் விசைகளைப் பற்றிய விளக்கம்
2.	வெப்ப இயக்கவியல் (Thermodynamics)	வெப்பம் மற்றும் பல்வேறு ஆற்றல்களுக்கிடையேயான தொடர்பைப் பற்றிய விளக்கம்
3.	ஒளியியல் (Optics)	ஒளியைப் பற்றிய விளக்கம்
4.	மின்னோட்டவியலும் காந்தவியலும் (Electricity & Magnetism)	மின்னோட்டம், காந்தவியல் மற்றும் அவற்றின் தொடர்புகளைப் பற்றிய விளக்கம்
5.	ஒலியியல் (Acoustics)	ஒலி அலைகள் உருவாதல் மற்றும் பரவுதல் பற்றிய விளக்கம்
6.	வான் இயற்பியல் (Astrophysics)	ஒளி அலைகள் உருவாதல் மற்றும் பரவுதல் பற்றிய விளக்கம் வானியல் பொருட்களைப் பற்றி விளக்கம்
7.	சார்பியல் (Relativity)	கோட்பாட்டு இயற்பியலின் ஒரு பிரிவாகும். வெவ்வேறு முறைகளில் இயங்கும் பொருட்களைப் பொருத்து வெளி, நேரம் மற்றும் ஆற்றல் இவற்றிற்கு இடையேயான தொடர்பிற்கான விளக்கம்
	நவீன இயற்பியல் (Modern Physics)	20-ஆம் நூற்றாண்டின் தொடக்கத்தில் உள்ள இயற்பியல் கருத்துக்கள்
1.	‘குவாண்டம் எந்திரவியல் (Quantum Mechanics)	அணு மற்றும் அணு உட்துகள் மட்டங்களில் நடைபெறும் நிகழ்வுகளைப் பற்றியது.
2.	அணு இயற்பியல் (Atomic Physics)	அணுவின் பண்புகள் மற்றும் அதன் அமைப்புகளைப் பற்றிய இயற்பியல் விளக்கம்
3.	அணுக்கரு இயற்பியல் (Nuclear Physics)	அணுக்கரு அமைப்பு, பண்புகள் அதன் இடைவினைகள் பற்றிய இயற்பியல் விளக்கம்
4.	பொதிவு பருப்பொருள் இயற்பியல் (Condensed matter Physics)	பொதிவு பருப்பொருட்களின் (திண்மம், திரவம், இவ்விரு நிலைகளுக்கு இடைப்பட்ட நிலையிலுள்ள பொருட்கள் மற்றும் அடர்வாயுக்கள்) பண்புகளைப்

		பற்றியது. இது நானோ அறிவியல் (Nano Science) ஒளிச்சிப்ப அறிவியல் (Photonics) போன்ற நவீன வளர்ந்து வரும் இயற்பியலின் பல்வேறு உட்பிரிவுகளைக் கொண்டுள்ளது. மேலும் இது பொருள் வகை அறிவியலின் (Material Science) அடிப்படைகளை உள்ளடக்கியுள்ளது. இதன் நோக்கம் சிறந்த நம்பகத் தன்மையுடன் பயன்படுத்தக்கூடிய பொருட்களை உருவாக்குவதைப் பற்றியது.
5.	உயர் ஆற்றல் இயற்பியல் (High Energy Physics)	துகள்களின் இயல்புகளைப் பற்றிய விளக்கம்

நோக்குவதன் மூலம் அனுமானித்து வந்தனர். எனவே, முதன் முதலில் வளர்ச்சியடைந்த அறிவியல் பிரிவு வானியலும் கணிதவியலுமேயாகும். இயற்பியலின் பல்வேறு பிரிவுகளின் காலமுறை வளர்ச்சி பின் இணைப்பு தொகுத்து வழங்கப்பட்டுள்ளது. இயற்பியலின் வெவ்வேறு பிரிவுகள் மற்றும் அவற்றின் தொடர்புகள் சுட்டுப்படமாக காட்டப்பட்டுள்ளது. மேலும், இயற்பியல் பிரிவுகளின் அடிப்படை சுட்டிக்காட்டப்பட்டுள்ளன.

இயற்பியலின் அடிப்படைப் பிரிவுகளின் முக்கியக்கருத்துக்கள் விவரிக்கப்பட்டுள்ளன. குறிப்பாக எந்திரவியல் (Mechanics) 1 முதல் 6 வரையிலான அலகுகளாக தொகுத்து வழங்கப்பட்டுள்ளது. இயற்பியலின் வளர்ச்சி அதன் அடிப்படைக் கருத்துக்களான அளவீட்டியல், அலகுகள் போன்றவற்றுடன் விவரிக்கப்பட்டுள்ளன. இயற்பியல் தத்துவங்கள் மற்றும் அவற்றிற்குக் காரணமான இயற்பியல் விதிகளை விவரிப்பதற்குத் தேவையான அடிப்படை கணிதவியல், விவரிக்கப்பட்டுள்ளது. பொருட்களின் மீது செயல்படும் விசையின் தாக்கம் நியூட்டனின் இயக்கவியல் விதிகளின் அடிப்படையில் முறையாக விவரிக்கப்பட்டுள்ளது. எந்திரவியல் உலகில் ஆய்வு செய்வதற்குத் தேவைப்படும் முக்கிய அளவுருகளான வேலை மற்றும் ஆற்றல் பற்றிய கருத்துக்கள் வழங்கப்பட்டுள்ளன.

பொருட்களின் மீது செயல்படும் விசையின் தாக்கம் நியூட்டனின் இயக்கவியல் விதிகளின் அடிப்படையில் முறையாக விவரிக்கப்பட்டுள்ளது. எந்திரவியல் உலகில் ஆய்வு செய்வதற்குத் தேவைப்படும் முக்கிய அளவுருகளான வேலை மற்றும் ஆற்றல் பற்றிய கருத்துக்கள் வழங்கப்பட்டுள்ளன.

பொருட்களை புள்ளிப்பொருட்களாக (Point objects) கருதப்பட்டதற்கு மாறாக திண்மப்பொருட்களின் (Rigid bodies) இயந்திரவியல் பற்றிய கருத்துக்கள் விவரிக்கப்பட்டுள்ளன. ஈர்ப்புவிசை மற்றும் அதன் விளைவுகள் விளக்கப்பட்டுள்ளன.

இயற்பியலின் பழம்பிரிவான பல்வேறு பருப்பொருட்களின் பண்புகள் விளக்கப்பட்டுள்ளன. வெப்பத்தின் தாக்கம் மற்றும் அதன் விளைவுகளை ஆய்வு செய்வது குறித்து விளக்கப்பட்டுள்ளது. அலைவுகள் மற்றும் அலை இயக்கத்தின் முக்கியக் கூறுகள் விவரிக்கப்பட்டுள்ளன.

#### இயற்பியல் கற்றலின் இனிமையும், வாய்ப்புகளும்:

இயற்பியல் கண்டுபிடிப்புகள் இருவகையானவை. அவை தற்செயலான கண்டுபிடிப்புகள் மற்றும் உள்ளூணர்வு மூலம் கணித்தவற்றை ஆய்வகங்கள் மூலம் நன்கு பகுப்பாய்வு செய்து கண்டறிதல் என்பன ஆகும். எடுத்துக்காட்டாக, காந்தத் தன்மை தற்செயலாக உணரப்பட்டது. ஆனால் காந்தவியலின் வினோதப் பண்புகள் கோட்பாட்டளவில் (Theoretically) பின்னர் பகுப்பாய்வு செய்யப்பட்டன. இந்தப் பகுப்பாய்வு காந்தப் பொருட்களின் அடிப்படைப் பண்புகளை வெளிப்படுத்தியது. இதன் மூலம் செயற்கைக் காந்தங்கள் ஆய்வகத்தில் உருவாக்கப்பட்டன. இயற்பியல் கோட்பாடுகளை பயன்படுத்தி முன்னறியும் முறையானது (Prediction) தொழில் நுட்பம் மற்றும் மருத்துவத் துறையின் வளர்ச்சியில் முக்கிய பங்கு வகிக்கிறது. எடுத்துக்காட்டாக, 1905 இல் ஆல்பர்ட் ஐன்ஸ்டீனால் கருத்தியல் ரீதியாக கண்டறியப்பட்ட  $E = mc^2$  மிகவும் பிரபலமான சமன்பாடு ஆகும். 1932 இல் காக்கரூட்டி மற்றும் வால்டன் அவர்களால் சோதனை மூலம் இக்கருத்து நிரூபிக்கப்பட்டது. கோட்பாட்டு ரீதியான கணிப்புகளும் (Theoretical Predictions), கணக்கீட்டு நடைமுறைகளும் (Computation Procedures), முக்கியமான பயன்பாடுகளுக்குத் தேவைப்படும் பொருத்தமான மூலப் பொருட்களைத் தேர்ந்தெடுக்கப் பயன்படுகின்றன. மருந்து தயாரிப்பு நிறுவனங்கள் புதிய மருந்துப் பொருட்களைத் தயாரிக்க இந்த அணுகுமுறையையே பயன்படுத்துகின்றன.

மனித உடலுக்கு ஊறு விளைவிக்காத பொருட்களைக் கொண்டு மாற்று உறுப்புகள் தயாரிப்பதற்கு குவாண்டம் இயற்பியல் (Quantum Physics) பயன்படுத்தப்படுகிறது. இதன் மூலம் ஆய்வுக் கூட ஆராய்ச்சி செயல்முறையில் ஆராயும் முன், குவாண்டம் இயற்பியல் கோட்பாடுகளைப் பயன்படுத்தி பொருத்தமான பொருட்களை முன்னறியும் முறை நவீன சிகிச்சை முறையில் பயன்படுத்தப்படுகிறது. இவ்வாறு கோட்பாடுகளும் (Theoretical) ஆய்வகச் செயல்முறைகளும் (Experimental) பயன்பாட்டில் ஒன்றையொன்றை முழுமையாக்குகின்றன.

மிகப்பெரிய மதிப்புகள் உடைய பல்வேறு இயற்பியல் அளவுகளை (நீளம், நிறை, காலம், ஆற்றல் போன்றவை) உள்ளடக்கியது என்பதால் இயற்பியலின் வாய்ப்புகள் பரந்து விரிந்து காணப்படுகின்றன.

எலக்ட்ரான் மற்றும் புரோட்டான்களை உள்ளடக்கிய மீச்சிறு அளவுகள் முதல் வானியல் நிகழ்வுகள் போன்ற மிகப்பெரிய அளவுகள் வரை இயற்பியல் எடுத்துரைக்கிறது.

- கால அளவின் வீச்சு (Range): வானியல் அளவு முதல் நுண்ணிய அளவு வரை ( $10^{18}$  s to  $10^{-22}$  s)
- நிறைகளின் வீச்சு (Range): மீப்பெரு வான் பொருட்களிலிருந்து எலக்ட்ரான் வரை,  $10^{55}$  kg (அளவிடக்கூடிய பிரபஞ்சத்தின் நிறை) முதல்  $10^{-31}$  kg (எலக்ட்ரானின் நிறை =  $9.11 \times 10^{-31}$  kg) வரை. இயற்பியலைக் கற்றல் என்பது ஒரு கல்வி சார்ந்த நிகழ்வு மட்டுமின்றி. பல்வேறு வழிகளில் வியப்பூட்டும் வகையிலும் அமைந்துள்ளது.
- சில அடிப்படைக் கருத்துகள் மற்றும் விதிகள் (Concepts and laws) வேறுபட்ட பல இயற்பியல் நிகழ்வுகளை (Physical Phenomena) விளக்குவதாக உள்ளன.
- இயற்பியல் விதிகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு பலவகை பயன்பாட்டுக் கருவிகள் வடிவமைக்கப்படுகின்றன.

#### எடுத்துக்காட்டாக:

1. ரோபோக்களின் பயன்
2. நிலவு மற்றும் அருகில் உள்ள கோள்களுக்கான பயணத்தை பூமியிலிருந்து கட்டுப்படுத்துவது.
3. உடல்நல அறிவியலில் (Health Sciences) பயன்படும் தொழில் நுட்ப முன்னேற்றங்கள் போன்றவை.
  - இயற்கையின் உண்மையான இரகசியங்களை வெளிப்படுத்தக்கூடிய புதிய சவால் விடும் செய்முறைகளை பயன்படுத்துதல் மற்றும் ஏற்கனவே உள்ள அறிவியல் கோட்பாடுகளின் உண்மை நிலையை உறுதிப்படுத்துதல்.
  - கிரகணம் எவ்வாறு உருவாகிறது? நெருப்பின் அருகில் உள்ள ஒருவர் வெப்பத்தை உணருவது ஏன்? காற்று ஏன் வீசுகின்றது? போன்ற இயற்கையின் நிகழ்வுகளுக்குப் பின் உள்ள அறிவியலை நன்கு ஆய்ந்து புரிந்து கொள்ளல்.

தொழிநுட்பத்தில் முன்னேறிக் கொண்டிருக்கும் இன்றைய உலகில் அனைத்து வகையான பொறியியல் மற்றும் தொழில்நுட்பப் பாடப் பிரிவுகளுக்கு அடிப்படையாக இயற்பியல் விளங்குகிறது.

#### தொழில் நுட்பம் மற்றும் சமுதாயத்துடன் இயற்பியலின் தொடர்பு:

இயற்பியலின் கோட்பாடுகளை நடைமுறையில் பயன்படுத்துவதே தொழில் நுட்பமாகும். பல்வேறு துறைகளில் பயனுள்ள பொருட்களை கண்டுபிடிக்கவும் அவற்றைத் தயாரிக்கவும் மற்றும் நடைமுறைப் பிரச்சனைகளைத் தீர்க்கவும் அறிவுத் திறனைப் பயன்படுத்துவதுமே தொழில் நுட்பவியலாகும் (technology)

எனவே நம் சமுதாயத்துடன் நேரடியாகவோ, அல்லது மறைமுகமாகவோ இயற்பியலும் தொழில் நுட்பவியலும் இணைந்து தாக்கத்தை ஏற்படுத்துகின்றன.

எடுத்துக்காட்டாக,

1. மின்னோட்டவியல் மற்றும் காந்தவியலின் அடிப்படை விதிகளின் கீழ் கண்டுபிடிக்கப்பட்ட கம்பியில்லா தொலைத் தொடர்புமுறை உலகத்தைச் சுருக்கி மிக நீண்ட தொலைவிற்கான மிகச்சிறந்த தொடர்பை ஏற்படுத்துகின்றது.
2. விண்வெளியில் (Space) நிலை நிறுத்தப்பட்ட செயற்கைக் கோள்கள் தொலைத்தொடர்பில் மிகப்பெரிய புரட்சியை உருவாக்குகின்றன.
3. நுண் எலக்ட்ரானியல் (Microelectronics), லேசர் (Laser), கணினி (Computer), மீக்கடத்தி (Super conductor) மற்றும் அணுக்கரு ஆற்றல் ஆகியவை மனிதனின் சிந்தனையையும் வாழ்க்கை முறையையும் முழுமையாக மாற்றியுள்ளன.

அனைத்து அறிவியலின் வளர்ச்சிக்கும், அடிப்படை அறிவியலான இயற்பியல் முக்கியப் பங்காற்றுகிறது.

எடுத்துக்காட்டாக,

வேதியியலுடன் இயற்பியலின் தொடர்பு: இயற்பியலில் அணு அமைப்பு, கதிரியக்கம், X - கதிர் விளிம்பு விளைவு முதலியவற்றை நாம் பயில்கின்றோம். அவைகளைப் பயன்படுத்தி வேதியியல் ஆய்வாளர்கள் தனிம வரிசை அட்டவணையில் அணு எண் அடிப்படையில் அணுக்களை வரிசைப்படுத்துகின்றனர். இது மேலும் அணுக்களின் இணைதிறனின் இயல்புகள், வேதியியல் பிணைப்பு பற்றி அறியவும், சிக்கலான வேதியியல் அமைப்புகளை புரிந்து கொள்ளவும் உதவுகிறது. இங்கு இயல் வேதியியல் (Physical Chemistry), மற்றும் குவாண்டம் வேதியியல் (Quantum Chemistry) போன்ற வேதியியலின் உட்பிரிவுகள் முக்கிய பங்காற்றுகின்றன.

1. **உயிரியலுடன் இயற்பியலின் தொடர்பு:** இயற்பியல் தத்துவங்களின் அடிப்படையில் உருவாக்கப்படும் நுண்ணோக்கி (microscope) இல்லாமல் உயிரியல் ஆய்வுகளை நிகழ்த்த முடியாது. எலக்ட்ரான் நுண்ணோக்கி கண்டுபிடிப்பு ஒரு செல்லின் கட்டமைப்பைக்கூட பார்க்க உதவுகிறது. X – கதிர் மற்றும் நியூட்ரான் விளிம்பு விளைவு நுணுக்கங்கள் நியூக்ளிக் அமிலங்களின் அமைப்புகளைப் புரிந்து கொள்ளவும் அதன்மூலம் அடிப்படையான வாழ்க்கை செயல்முறைகளைக் கட்டுப்படுத்தவும் உதவுகிறது. ஓ – கதிர்கள் உடலைப் பகுப்பாய்வு செய்ய உதவுகிறது. ரேடியோ ஐசோடோப்புகள், புற்றுநோய் மற்றும் இதர நோய்களைக் குணப்படுத்த ரேடியோ சிகிச்சை முறையில் பயன்படுத்தப்படுகிறது. தற்பொழுது உயிரியல் செயல்முறைகள் இயற்பியலின் கண்ணோட்டத்தில் கற்பிக்கப்படுகின்றன.
2. **கணிதவியலில் இயற்பியல் தொடர்பு:** இயற்பியல் என்பது அளவிடக்கூடிய ஒரு அறிவியல் ஆகும். இயற்பியலின் வளர்ச்சிக்கு கணிதவியல் முக்கியக் கருவியாக உள்ளதால் இயற்பியல் கணிதத்துடன் மிக நெருங்கிய தொடர்பு கொண்டுள்ளது.
3. **வானியலுடன் இயற்பியலின் தொடர்பு:** கோள்களின் இயக்கம் மற்றும் வான் பொருட்கள் பற்றி அறிய வானியல் தொலைநோக்கிகள் பயன்படுகின்றன. வானியலாளர்கள் அண்டத்தின் தொலைதூரத்தை உற்றுநோக்க ரேடியோ தொலை நோக்கியைப் பயன்படுத்துகின்றனர். இயற்பியல் தத்துவங்களைப் பயன்படுத்தி அண்டத்தினைப் பற்றி கற்றுக்கொள்ள முடிகின்றது.
4. **புவி நில அமைப்பியலுடன் இயற்பியலின் தொடர்பு:** வேறுபட்ட பாறைகளின் படிக்கக் கட்டமைப்பைப் பற்றி அறிய விளிம்பு விளைவின் நுட்பங்கள் உதவுகின்றன. பாறைகளின் வயது, படிமங்களின் வயது மற்றும் புவியின் வயது ஆகியவற்றைக் கணிக்க கதிரியக்கம் பயன்படுகிறது.

5. **கடலியலுடன் இயற்பியலின் தொடர்பு:** கடலில் நடைபெறும் இயற்பியல் மற்றும் வேதியியல் மாற்றங்களைக் கடலியலாளர்கள் புரிந்து கொள்ள விரும்புகின்றனர். அவர்கள் வெப்பநிலை, உப்புத்தன்மை, நீரோட்டத்தின் வேகம், வாயுக்களின் பாய ஓட்டம், வேதியியல் கூறுகள் போன்ற அளவுகளை அளவீடு செய்கின்றனர்.

6. **உளவியலுடன் இயற்பியலின் தொடர்பு:** அனைத்து உளவியல் இடைவினைகளும் உடலியக்க செயல்முறைகள் மூலமே பெறப்படுகின்றன. நரம்பு மண்டல கடத்திகளின் இயக்கங்கள் இயற்பியலின் பண்புகளான விரவல் மற்றும் மூலக்கூறுகளின் இயக்கம் ஆகியவற்றின் அடிப்படையிலேயே அமைகின்றன. அலை, துகள் இயக்க இருமைகளின் அடிப்படையிலேயே மூளையின் செயல்பாடும் அமைந்துள்ளது.

இயற்பியலை மிகச்சிறந்த கருவியாகக் கொண்டு உண்மையான அறிவியலை இயற்கை விளக்குகிறது. அறிவியலையும், தொழில்நுட்பவியலையும் சம நிலையில் பயன்படுத்த வேண்டும். இல்லையெனில் அறிவியலை நமக்கு கற்பித்த இயற்கையை அழிக்கும் கருவியாக அலை மாறிவிடும்.

உலக வெப்பமயமாதல் மற்றும் தொழில் நுட்பத்தின் எதிர்மறைத் தாக்கம் ஆகியவை தடுக்கப்பட வேண்டும். தொழில்நுட்ப உதவியுடன் தேவையான மற்றும் பொருந்தக் கூடிய பாதுகாப்பான அறிவியலே இந்த நூற்றாண்டின் தேவை ஆகும்.

உயர்கல்வியில் இயற்பியலின் நோக்கமும், வாய்ப்புகளும் மற்றும் பல்வேறு ஆய்வு உதவித்தொகை பற்றிய விவரங்களும் பாடநூலின் ஆரம்பத்திலேயே தொகுக்கப்பட்டுள்ளன.

#### அளவீட்டியல்:

அளவீட்டியல் என்பது எந்த ஒரு இயற்பியல் அளவையும் அதன் படித்தர அளவுடன் ஒப்பிடுவது ஆகும். அனைத்து அறவியல் ஆராய்ச்சிகளுக்கும், சோதனைகளுக்கும் அடிப்படை அளவீட்டியலாகும். இம் நம் அன்றாட வாழ்வில் முக்கியப் பங்கு வகிக்கின்றது. இயற்பியல் என்பது அளந்தறியும் அறிவியலாகும். இயற்பியல் அளவீடுகளை குறிப்பிடக்கூடிய எண்களையே இயற்பியலாளர்கள் எப்பொழுதும் கையாள்கின்றனர்.

#### இயற்பியல் அளவின் வரையறை:

அளவிடப்படக்கூடியதும், அதன் மூலம் இயற்பியல் விதிகளை விவரிக்கத் தக்கதுமான அளவுகள் இயற்பியல் அளவுகள் எனப்படுகின்றன. எடுத்துக்காட்டு நீளம், நிறை, காலம், விசை, ஆற்றல் மற்றும் பல.

#### இயற்பியல் அளவுகளின் வகைகள்:

இயற்பியல் அளவுகள் இரு வகைப்படும். ஒன்று அடிப்படை அளவுகள், மற்றொன்று வழி அளவுகள்.

வேறு எந்த இயற்பியல் அளவுகளாலும் குறிப்பிடப்பட இயலாத அளவுகள் அடிப்படை அளவுகள் எனப்படும். அவை நீளம், நிறை, காலம், மின்னோட்டம், வெப்பநிலை, ஒளிச்செறிவு மற்றும் பொருளின் அளவு (Amount of a substance) ஆகும்.

அடிப்படை அளவுகளால் குறிப்பிடக்கூடிய அளவுகள், வழி அளவுகள் எனப்படும். எடுத்துக்காட்டு பரப்பு, கனஅளவு, திசை வேகம், முடுக்கம். விசை மற்றும் பல.

#### அலகின் வரையறை மற்றும் அதன் வகைகள்:

அளவீட்டு முறை என்பது அடிப்படையில் ஓர் ஒப்பீட்டு முறையே ஆகும். அளவு ஒன்றை அளந்தறிய, நாம் எப்பொழுதும் அதனை ஒரு படித்தர அளவுடன் ஒப்பிடுகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டாக, கயிறு ஒன்றின் நீளம் 10 மீட்டர் என்பது, 1 மீட்டர் நீளம் என வரையறுக்கப்பட்ட ஒரு பொருளின் நீளத்தைப் போல் 10 மடங்கு நீளமுள்ளது என்பதாகும். இங்கு மீட்டர் என்பதே நீளத்தின் படித்தர அளவாகும். இந்த படித்தர அளவே அலகு என்றழைக்கப்படுகிறது.



உலகளவில் ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்ட, தனித்துவமிக்க தெரிவு செய்யப்பட்ட ஓர் அளவின் படித்தர அளவே அலகு என அழைக்கப்படுகிறது.

அடிப்படை அளவுகளை அளந்தறியும் அலகுகள் அடிப்படை அலகுகள் எனவும், மற்ற இயற்பியல் அளவுகளை அளவிடுவதற்காக அடிப்படை அலகுகளின் அடுக்குகளின் தகுந்த, பெருக்கல் அல்லது வகுத்தல்களின் மூலம் பெறப்படும் அலகுகள், வழி அலகுகள் எனவும் அழைக்கப்படுகின்றன.

#### பல்வேறு அளவிடும் முறைகள்:

அனைத்து விதமான அடிப்படை மற்றும் வழி அளவுகளை அளக்கப் பயன்படும் அலகுகளின் ஒரு முழுமையான தொகுப்பே அலகிடும் முறையாகும்.

எந்திரவியலில் பயன்படும் பொதுவான அலகு முறைகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

#### f.p.s. அலகு முறை:

f.p.s அலகு முறை ஓர் பிரிட்டிஷ் அலகு முறையாகும். இம்முறையில் நீளம், நிறை மற்றும் காலத்தை அளக்க முறையே அடி (Foot), பவுண்ட் (Pound), வினாடி (Second) ஆகிய மூன்று அடிப்படை அலகுகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

#### c.g.s அலகு முறை:

இது ஓர் காஸ்சியன் (Gaussian) முறையாகும். இம்முறையில் நீளம், நிறை மற்றும் காலத்தை அளக்க முறையே சென்டிமீட்டர், கிராம் மற்றும் வினாடி ஆகிய மூன்று அடிப்படை அலகுகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

#### m.k.s. முறை:

இம்முறையில் நீளம், நிறை மற்றும் காலத்தை அளக்க முறையே மீட்டர், கிலோகிராம் மற்றும் வினாடி ஆகிய மூன்று அடிப்படை அலகுகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

cgs, mks மற்றும் SI அலகு முறைகள் மெட்ரிக் அல்லது தசம அலகு முறையாகும். ஆனால் fps அலகு முறை மெட்ரிக் அலகு முறை அல்ல.

#### SI அலகு முறை:

அறிவியல் அறிஞர்கள் மற்றும் பொறியியல் வல்லுனர்களால் உலகம் முழுவதும் பன்படுத்தப்பட்ட அலகு முறை மெட்ரிக் முறை (Metric System) என அழைக்கப்பட்டது. 1960 க்கு பிறகு இது பன்னாட்டு அலகு முறை அல்லது SI அலகு முறையாக (System International - French name) அனைவராலும் ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்டது. உலகளாவிய அறிவியல், தொழில்நுட்பம், தொழில் துறை மற்றும் வணிகப் பயன்பாட்டிற்காக, 1971 இல் நடைபெற்ற எடைகள் மற்றும் அளவீடுகள் பொதுமாநாட்டில் SI அலகு முறையின் நிலையான திட்டக் குறியீடுகள், அலகுகள் மற்றும் சுருக்கக்குறியீடுகள் உருவாக்கப்பட்டு அனைவராலும் ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்டன.

#### SI அலகு முறையின் சிறப்பியல்புகளைக் காண்போம்

1. இம்முறையில் ஒரு இயற்பியல் அளவிற்கு ஒரே ஒரு அலகு மட்டுமே பயன்படுத்தப்படுகிறது. அதாவது இம்முறை ஓர் பங்கீட்டு, பகுத்தறிவுக்கிசைந்த (Rational method) முறையாகும்.
2. இம்முறையில் அனைத்து வழி அலகுகளும், அடிப்படை அலகுகளில் இருந்து எளிதாக தருவிக்கப்படுகின்றன. எனவே, இது ஓர் ஓரியல் (Coherent) அலகு முறையாகும்.
3. இது ஓர் மெட்ரிக் அலகு முறையாதலால் பெருக்கல் மற்றும் துணைப்பெருக்கல் ஆகியன 10 இன் மடங்குகளாக நேரடியாக தரப்படுகின்றன.

SI அலகு முறையின் ஏழு அடிப்படை அளவுகளும் தொகுக்கப்பட்டுள்ளன.

**அடிப்படை அளவுகளும் அவற்றின் SI அலகுகளும்**  
**SI அலகுகள்**

அடிப்படை அளவுகள்	அலகு	குறியீடு	வரையறை
நீளம்	மீட்டர்	m	வெற்றிடத்தில் $\frac{1}{299,792,458}$ நொடியில் ஒளியானது கடக்கும் பாதையின் நீளம் 1 மீட்டர் ஆகும் (1983)
நிறை	கிலோ கிராம்	kg	பிரான்சில், பாரிசுக்கு அருகில் சர்வஸ் என்ற இடத்தில் உள்ள பன்னாட்டு எடைகள் மற்றும் அளவைகள் நிறுவனத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ள பிளாட்டினம் - இரிடியம் உலோகக் கலவையிலான உருளையின் (இதன் விட்டம் அதன் உயரத்திற்குச் சமம்) நிறையே ஒரு கிலோகிராம் ஆகும் (1901)

**அடிப்படை அளவுகளும் அவற்றின் SI அலகுகளும்**  
**SI அலகுகள்**

அடிப்படை அளவுகள்	அலகு	குறியீடு	வரையறை
காலம்	வினாடி	s	சீசியம் 133- அணுவின் இரு ஆற்றல் நிலைகளின் மீ நுண்ணிய மட்டங்களுக்கிடையே பரிமாற்றம் நிகழ்வதால் ஏற்படும் கதிர்வீச்சின் அலைவு காலத்தின் $9,192,631,770$ மடங்கு ஒரு நொடியாகும் (1967)
மின்னோட்டம்	ஆம்பியர்	A	வெற்றிடத்தில், ஒரு மீட்டர் இடைவெளியில் வைக்கப்பட்ட புறக்கணிக்கத் தக்க குறுக்கு வெட்டுப்பரப்பு உடைய இரு முடிவிலா நீளங்கள் உடைய நேரான இணைக்கடத்திகள் வழியே, பாயும் சீரான மின்னோட்டம் அவ்விரு கடத்திகளிடையே ஒரு மீட்டர் நீளத்தில் $2 \times 10^{-7} \text{ N m}^{-1}$ விசையை ஏற்படுத்தினால், அம்மின்னோட்டம் ஒரு ஆம்பியர் எனப்படும். (1948)
வெப்பநிலை	கெல்வின்	K	நீரின் முப்புள்ளியின் (Triple point) வெப்ப இயக்கவியல் வெப்பநிலையில் $\frac{1}{273.16}$ பின்னப்பகுதி ஒரு கெல்வின் ஆகும் (1967)
பொருளின் அளவு	மோல்	mol	0.012 கிலோகிராம் தூய கார்பன் - 12இல் உள்ள அணுக்களின் எண்ணிக்கைக்குச் சமமான பல துகள்களை உள்ளடக்கிய பொருளின் அளவு ஒரு மோல் எனப்படும்.
ஒளிச்செறிவு	கேண்டிலா	cd	$5.4 \times 10^{14} \text{ Hz}$ அதிர்வெண் உடைய ஒளிமூலம் உமிழும் ஒற்றை நிறக் கதிர்வீச்சின் செறிவு, ஒரு குறிப்பிட்ட திசையில் $\frac{1}{683}$ வாட் / ஸ்டிரீடியன் எனில் அத்திசையில் ஒளிச்செறிவு ஒரு கேண்டிலா ஆகும். (1979)

**வழி அளவுகளும் அவற்றின் அலகுகளும்:**

இயற்பியல் அளவு	சமன்பாடு	அலகு
தளக்கோணம்	வட்டவில் / ஆரம்	rad
திண்மக் கோணம்	மேற்பரப்பு / ஆரம் <sup>2</sup>	sr
புரப்பு (செவ்வகம்)	நீளம் × அகலம்	m <sup>2</sup>
கன அளவு அல்லது பருமன்	பரப்பு × உயரம்	m <sup>3</sup>
திசைவேகம்	இடப்பெயர்ச்சி / காலம்	m s <sup>-1</sup>

முடுக்கம்	திசைவேகம் / காலம்	$m s^{-2}$
-----------	-------------------	------------

வழி அளவுகளும் அவற்றின் அலகுகளும்:

இயற்பியல் அளவு	சமன்பாடு	அலகு
கோணத்திசை வேகம்	கோண இடப்பெயர்ச்சி / காலம்	$Rad s^{-1}$
கோண முடுக்கம்	கோணத்திசை வேகம் / காலம்	$Rad s^{-2}$
அடர்த்தி	நிறை / பருமன்	$Kg m^{-3}$
நீள் உந்தம்	நிறை $\times$ திசைவேகம்	$Kg m s^{-1}$
நிலைமத் திருப்புத்திறன்	நிறை $\times$ (தொலைவு) <sup>2</sup>	$Kg m^2$
விசை	விசை $\times$ பரப்பு	$Kg ms^{-2}$ அல்லது N
அழுத்தம்	விசை / பரப்பு	$N m^{-2}$ அல்லது Pa
ஆற்றல் (வேலை)	விசை தொலைவு	$N m$ அல்லது J
திறன்	வேலை / காலம்	$J s^{-1}$ அல்லது வாட்(W)
கணத்தாக்கு விசை	விசை $\times$ காலம்	$N s$
பரப்பு இழுவிசை	விசை / நீளம்	$N m^{-1}$
விசையின் திருப்புத்திறன் (திருப்பு விசை)	விசை $\times$ தொலைவு	$N m$
மின்னூட்டம்	மின்னோட்டம் $\times$ காலம்	$A s$ அல்லது C
மின்னோட்ட அடர்த்தி	மின்னோட்டம் / பரப்பு	$A m^{-2}$
காந்தத் தூண்டல்	விசை (மின்னோட்டம் $\times$ நீளம்)	$N A^{-1} m^{-1}$ அல்லது tesla
விசை மாறிலி	விசை / இடப்பெயர்ச்சி	$N m^{-1}$
பிளாங்க் மாறிலி	போட்டானின் ஆற்றல் / அதிர்வெண்	$J s$
தன்வெப்பம் (S)	வெப்ப ஆற்றல் (நிறை $\times$ வெப்பநிலை)	$J kg^{-1} K^{-1}$
போல்ட்ஸ்மேன் மாறிலி (k)	ஆற்றல் / வெப்பநிலை	$J K^{-1}$

குறிப்பு:

$$\pi \text{ ரேடியன்} = 180^\circ$$

$$1 \text{ ரேடியன்} = \frac{180}{\pi} = \frac{180^\circ \times 7}{22} = 57.27^\circ$$

$$\text{மேலும் } 1^\circ = 60' \text{ மற்றும் } 1' = 60''$$

ரேடியன், டிகிரி மற்றும் மினிட்ஸ் இவற்றிற்கிடையேயான தொடர்பு

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad} = 1.745 \times 10^{-2} \text{ rad}$$

$$\therefore 1' = \frac{1^\circ}{60} = \frac{1.745 \times 10^{-2}}{60} = 2.908 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

$$\approx 2.91 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

$$\therefore 1'' = \frac{1^\circ}{3600} = \frac{1.745 \times 10^{-2}}{3600} = 4.847 \times 10^{-6} \text{ rad}$$

$$\approx 4.85 \times 10^{-6} \text{ rad}$$

அடிப்படை அளவுகளின் அளவீட்டியல்

நீளத்தை அளவிடுதல்:

இயற்பியலில் நீளத்தைப்பற்றிய கருத்து என்பது, அன்றாட வாழ்வில் தொலைவைப் பற்றிய கருத்தாகும். வெளியில் (Space) இரு புள்ளிகளுக்கு இடையே உள்ள தொலைவே நீளம் என வரையறுக்கப்படுகின்றது. நீளத்தின் SI அலகு மீட்டர் ஆகும்.

பொருட்களின் அளவுகள் நாம் வியக்கும் அளவிற்கு வேறுபடுகின்றன. எடுத்துக்காட்டாக, மிகப்பெரிய தொலைவுகளில் அமைந்த மிகப்பெரிய பொருட்களான விண்மீன் திரள்கள், விண்மீன்கள், சூரியன், புவி, சந்திரன் போன்றவை, பேரண்டத்தை (Macrocosm) உருவாக்குகின்றன. இது மிகப்பெரிய ரேடியன் (rad): வட்டத்தின் ஆரத்திற்கு சமமான நீளம் கொண்ட வட்டவில் வட்டத்தின் மையத்தில் ஏற்படுத்தும் கோணம், ஒரு ரேடியன் ஆகும்.

**ஸ்டிரேடியன் (sr):** ஆரத்தின் வர்க்கத்திற்கு சமமான பரப்பு உடைய கோளப்பரப்பின் ஒரு பகுதி, கோளத்தின் மையத்தில் ஏற்படுத்தும் திண்மக்கோணம் ஒரு ஸ்டிரேடியன் ஆகும்.

பொருட்களையும் நீண்ட தொலைவுகளையும் உடைய பெரிய உலகத்தைக் குறிக்கிறது.

இதற்கு மாறாக மூலக்கூறுகள், அணுக்கள், புரோட்டான்கள், நியூட்ரான்கள், எலக்ட்ரான்கள், பாக்டீரியா போன்ற பொருட்களும் அவற்றின் இடையேயான தொலைவுகளும் நுண் உலகத்தை (Microcosm) உருவாக்குகின்றன. இது மீச்சிறு பொருட்களும், மிகச்சிறிய தொலைவுகளும் உடைய நுண் உலகத்தைக் குறிக்கிறது.

$10^{-5}$  m முதல்  $10^2$  m வரையிலான தொலைவுகளை நேரடி முறையில் அளக்க முடியும். எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு மீட்டர் அளவுகோலைக்கொண்டு  $10^{-3}$  m முதல் 1 m வரையிலான தொலைவை அளக்க முடியும், வெர்னியர் அளவி (vernier caliper) கொண்டு  $10^{-4}$  m வரையிலான தொலைவையும், திருகு அளவி (screw guage) கொண்டு  $10^{-5}$  m வரையிலான தொலைவையும் அளக்க முடியும்.

அணு மற்றும் வானியல் தொலைவுகளை மேற்கூறிய எந்த ஒரு நேரடியான முறையிலும் அளக்க இயலாது. எனவே, மிகச் சிறிய மற்றும் நீண்ட தொலைவுகளை அளக்க சில மாற்று முறைகள் உருவாக்கப்பட்டு பயன்படுத்தப்படுகின்றன. அடுக்குகள் (நேர்மறை மற்றும் எதிர்மறை) அட்டவணைப்படுத்தப்பட்டுள்ளன.

**பத்தின் அடுக்குகளின் முன்னீடு:**

10-இன் அடுக்கு	முன்னீடு	குறியீடு	10-இன் துணைப்பெருக்கல்	முன்னீடு	குறியீடு
$10^1$	டேகா (deca)	da	$10^{-1}$	டெசி (deci)	d
$10^2$	ஹெக்டோ (hecto)	H	$10^{-2}$	சென்டி (centi)	c
$10^3$	கிலோ (kilo)	K	$10^{-3}$	மில்லி (milli)	m
$10^6$	மெகா (mega)	M	$10^{-6}$	மைக்ரோ (micro)	$\mu$
$10^{-9}$	ஜிகா (giga)	G	$10^{-9}$	நானோ (nano)	n
$10^{12}$	டேரா (tera)	T	$10^{-12}$	பிக்கோ (pico)	p
$10^{15}$	பீட்டா (peta)	P	$10^{-15}$	ஃபெம்டோ (femto)	f
$10^{18}$	எக்ஸா (exa)	E	$10^{-18}$	ஆட்டோ (atto)	a
$10^{21}$	ஜீட்டா (zetta)	Z	$10^{-21}$	செப்டோ (zepto)	z
$10^{24}$	யோட்டா (yotta)	Y	$10^{-24}$	யோக்டோ (yocto)	y

துணை அளவுகளான தளக்கோணம் மற்றும் திண்மக் கோணம் ஆகியவை வழிமுறை அளவுகளாக 1995 ஆம் ஆண்டு (GCEM) மாற்றப்பட்டது.

1. சிறிய தொலைவுகளை அளவிடுதல் (திருகு அளவி மற்றும் வெர்னியர் அளவி) திருகு அளவி திருகு அளவியானது 50 அஅ வரையிலான பொருட்களின் பரிமாணங்களை மிகத் துல்லியமாக அளவிடப் பயன்படும் கருவியாகும். இக்கருவியின் தத்துவம் திருகின் வட்ட இயக்கத்தைப் பயன்படுத்தி பெரிதாக்கப்பட்ட நேர்க்கோட்டு இயக்கமாகும். திருகு அளவியின் மீச் சிற்றளவு 0.01 mm ஆகும்.

#### வெர்னியர் அளவி:

துளையின் ஆழம் அல்லது துளையின் விட்டம் போன்ற அளவீடுகளை அளக்கப் பயன்படும் பன்முகத்தன்மை (Versatile) கொண்ட கருவி வெர்னியர் அளவி ஆகும். வெர்னியர் அளவியின் மீச்சிற்றளவு 0.01 cm ஆகும்.

2. நீண்ட தொலைவுகளை அளவிடுதல்  
மரத்தின் உயரம், புவியிலிருந்து சந்திரன் அல்லது கோள்களின் தூரம் போன்ற நீண்ட தொலைவுகளை அளக்க சில சிறப்பு முறைகளைப் பயன்படுத்துகின்றோம். முக்கோண முறை (Triangulation method), இடமாறு தோற்றமுறை (Parallax method) மற்றும் ரேடார் துடிப்பு முறை (Radar method) ஆகிய முறைகளைப் பயன்படுத்தி மிக நீண்ட தொலைவுகளை அளவிடலாம்.

#### முக்கோண முறையின் மூலம் ஒரு பொருளின் உயரத்தை அளவிடுதல்:

$AB = h$  என்பது அளக்க வேண்டிய மரத்தின் உயரம் அல்லது கோபுரத்தின் உயரம் என்க. B யிலிருந்து  $x$  தொலைவில் உள்ள C என்ற இடத்தில் உற்றுநோக்குபவர் இருப்பதாகக் கொள்வோம்.

C- யிலிருந்து வீச்சை அளப்பவர் (Range finder) A- வுடன் ஏற்படுத்தும் ஏற்றக்கோணம்  $\angle ACB = \theta$  என்க.

செங்கோண முக்கோணம் ABC - யிலிருந்து

$$\tan \theta = \frac{AB}{BC} = \frac{h}{x}$$

அல்லது உயரம்  $h = x \tan \theta$

தொலைவு  $x$  ஐ அறிந்திருந்தால், உயரம்  $h$  ஐப் பெறலாம்.

#### நீளத்தின் நெடுக்கங்களும் அதன் வரிசை முறைகளும்

பொருட்களின் அளவு மற்றும் தொலைவுகள்	நீளம் (m)
அண்டத்தின் எல்லையின் அறிந்த தொலைவு	$10^{26}$
பூமிக்கும், ஆண்ட்ரோமோடா விண்மீன் திரளாக்கும் இடையே உள்ள தொலைவு	$10^{22}$
நமது விண்மீன்திரளின் அளவு	$10^{21}$
பூமிக்கும் அருகில் உள்ள விண்மீனுக்கும்	$10^{16}$
புளூட்டோவின் சராசரி சுற்றுப் பாதையின் ஆரம்	$10^{12}$
பூமியில் இருந்து சூரியனின் தொலைவு	$10^{11}$
பூமியில் இருந்து சந்திரனின் தொலைவு	$10^8$
பூமியின் ஆரம்	$10^7$
கடல் மட்டத்திலிருந்து எவரெஸ்ட் சிகரத்தின் உயரம்	$10^4$
கால்பந்தாட்ட மைதானத்தின் நீளம்	$10^2$
தாளின் தடிமன்	$10^{-4}$
இரத்த சிவப்பணுக்களின் விட்டம்	$10^{-5}$
ஒளியின் அலைநீளம்	$10^{-7}$

வைரஸின் நீளம்	$10^{-8}$
ஹைட்ரஜன் அணுவின் விட்டம்	$10^{-10}$
அணுக்கருவின் அளவு	$10^{-14}$
புரோட்டானின் விட்டம் (தடிமன்)	$10^{-15}$

சில பொதுவான நடைமுறை அலகுகள்:

1. ∴பெர்மி =  $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$
- 2.1 அங்ஸ்ட்ராம் =  $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$
- 3.1 நானோ மீட்டர் =  $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$
- 4.1 மைக்ரான் =  $1 \text{ } \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$
5. ஒளியாண்டு (வெற்றிடத்தில், ஒளியானது ஒரு ஆண்டில் செல்லக்கூடிய தொலைவு)  
1 ஒளியாண்டு =  $9.467 \times 10^{15} \text{ m}$
- 6.வானியல் அலகு – புவியிலிருந்து சூரியனின் சராசரி தொலைவு  
(1 AU = 1 Astronomical unit)  
1 AU =  $1.496 \times 10^{11} \text{ m}$

7.1 பர்செக் (பாரலாட்டிக் நொடி)

(வில்லின் நீளம் ஒரு வானியல் அலகும் (1 AU), மையக் கோணம் ஒரு (one second) நொடி வில்லும் கொண்ட வட்டவில்லின் ஆரமே 1 பர்செக் ஆகும்.

1 பர்செக் =  $3.08 \times 10^{16} \text{ m} = 3.26 \text{ ஒளியாண்டு}$ .

**நிறையை அளவிடுதல்:**

நிறை என்பது பருப்பொருட்களின் அடிப்படைப் பண்பாகும். இது வெப்பநிலை, அழுத்தம், வெளியில் பொருளின் இருப்பிடம் ஆகியவற்றைச் சார்ந்திராது. ஒரு பொருளில் உள்ள பருப்பொருளின் அளவே, அப்பொருளின் நிறை என வரையறுக்கப்படுகிறது. இதன் SI அலகு கிலோ கிராம் (kg).

நிறையை அளவிடப் பயன்படும் உருளை பிளாட்டினம் - இரிடிய உலோகக் கலவையால் உருவாக்கப்படுவதேன்? சுற்றுச்சூழலாலும், காலத்தின் மாற்றத்தினாலும் பிளாட்டினம் - இரிடியம் உருளை மிகக் குறைந்த அளவே பாதிக்கப்படும்.

பொருட்களின் நிறைகளின் மதிப்பு பரந்த நெடுக்கம் உடையது. இது எலக்ட்ரானின் மிகச்சிறிய நிறை ( $9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ) யிலிருந்து அண்டத்தின் மிகப்பெரிய நிறை ( $10^{55} \text{ kg}$ ) வரை விரிந்துள்ளது.

நிறையின் மிகப்பெரிய செயல்முறை அலகு சந்திரசேகர் எல்லை (CSL) யாகும்.

1 CSL = சூரியனின் நிறையைப் போன்று 1.4 மடங்கு

காலத்தின் மிகக்குறைந்த நடைமுறை அலகு ஸேக் (Shake)

1 ஸேக் =  $10^{-8} \text{ s}$

வேறுபட்ட பெருட்களின் நிறைகளின் வகைகள் காட்டப்பட்டுள்ளது.

சாதாரணமாக ஒரு பொருளின் நிறையானது, மளிகைக்கடையில் பயன்படுத்தப்படும் சாதாரண தராசு மூலம் கிலோகிராமில் கண்டறியப்படுகிறது.

கோள்கள், விண்மீன்கள் போன்ற பெரிய பொருள்களின் நிறைகளை சில ஈர்ப்பியல் முறையின் மூலம் நாம் அளவிடலாம். அணு மற்றும் அணுக்கருத் துகள் போன்ற சிறிய துகள்களின் நிறைகளை நாம் நிறை நிறமாலை வரைவியைப் பயன்படுத்திக் கணக்கிடலாம்.

சாதாரண தராசு, சுருள்வில் தராசு, எலக்ட்ரானியல் தராசு போன்ற சில தராசுகள் பொதுவாக நிறையினைக் கண்டறியப் பயன்படும் தராசுகள் ஆகும்.

பொருள்களின் நிறைகளை சில ஈர்ப்பியல் முறையின் மூலம் நாம் அளவிடலாம். அணு மற்றும் அணுக்கருத் துகள் போன்ற சிறிய துகள்களின் நிறைகளை நாம் நிறை நிறமாலைவரைவியைப் பயன்படுத்திக் கணக்கிடலாம்.

**நிறையின் நெருக்கம்:**

பொருள்	நிறையின் வரிசை முறைகள் (kg)
எலக்ட்ரான்	$10^{-30}$
புரோட்டான் அல்லது நியூட்ரான் யுரேனியம் அணு	$10^{-27}$
இரத்த சிவப்பு அணுக்கள்	$10^{-25}$
செல்	$10^{-14}$
தூசித்துகள்	$10^{-10}$
மழைத்துளி	$10^{-9}$
கொசு	$10^{-6}$
திராட்சைப்பழம்	$10^{-5}$
தவளை	$10^{-3}$
மனிதன்	$10^{-1}$
மகிழுந்து	$10^2$
கப்பல்	$10^3$
சந்திரன்	$10^5$
பூமி	$10^{23}$
சூரியன்	$10^{25}$
பால்வழித்திரள்	$10^{30}$
காணக்கூடிய அண்டம்	$10^{41}$
	$10^{55}$

**காலத்தை அளவிடுதல்:**

“காலம் சீராக முன்னோக்கி செல்கின்றது” - சர் ஐசக் நியூட்டன்

“கடிகாரம் காட்டுவதே காலம்” – ஆல்பர்ட் ஐன்ஸ்டீன்  
 கால இடைவெளியை அளக்கக் கடிகாரம் பயன்படுகின்றது. அணுவியல் கால படித்தரம், சீசியம் அணு உருவாக்கும் சீரான அதிர்வுகளின் அடிப்படையிலானது.

மின் அலையியற்றி, மின்னணு அலையியற்றி, சூரியமின்கலக் கடிகாரம், குவார்ட்ஸ் படிக கடிகாரம், அணுக்கடிகாரம், அடிப்படைத் துகள்களின் சிதைவுறு காலம், கதிரியக்க வயதுக் கணிப்பு போன்றவை தற்பொழுது உருவாக்கப்பட்ட சில கடிகாரங்களாகும்.

கால இடைவெளியின் வரிசை (order) முறைகள் பட்டியலிடப்பட்டுள்ளன.

**கால இடைவெளியின் வீச்சுகள்**

நிகழ்கள்	கால இடைவெளியின் வரிசை முறைகள் (s)
நிலைத்தன்மை அற்ற துகளின் ஆயுட்காலம்	$10^{-24}$
அணுக்கரு அளவை ஒளி கடக்க எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்	$10^{-22}$
X கதிரின் அலைவு நேரம்	$10^{-19}$
ஹைட்ரஜன் அணுவில் உள்ள எலக்ட்ரானின் சுற்றுக்காலம்	$10^{-15}$
கண்ணுறு ஒளியின் (Visible light) அலைவு நேரம்	$10^{-15}$
ஜன்னல் கண்ணாடியை கண்ணுறு ஒளி கடக்க எடுத்துக்	$10^{-8}$

கொள்ளும் நேரம்	
அணுவின் கிளர்ச்சி நிலையில் ஆயுட்காலம்	$10^{-8}$
ரேடியோ அலைகளின் அலைவு நேரம்	$10^{-6}$
செவி உணர் ஒலியின் அலைவு நேரம்	$10^{-3}$
கண் சிமிட்டும் நேரம்	$10^{-1}$
இரு அடுத்தடுத்த இதய துடிப்புகளுக்கிடையேயான நேர இடைவெளி	$10^0$
நிலவில் இருந்து ஒளியானது புவியை அடைய எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்	$10^0$
சூரியனில் இருந்து ஒளியானது புவியை அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்	$10^2$
நியூட்ரானின் அரை ஆயுட்காலம்	$10^3$
செயற்கைக் கோளின் சுற்றுக் காலம்	$10^4$
புவி தன் அச்சைப் பொருத்து சுழல எடுத்துக் கொள்ளும் காலம் (ஒரு நாள்)	105
புவி சூரியனைச் சுற்றி வர ஆகும் காலம் (ஒரு வருடம்)	$10^7$
மனிதனின் சராசரி ஆயுட்காலம்	$10^9$
எகிப்து பிரமிடுகளின் வயது	$10^{11}$
அண்டத்தின் வயது	$10^{17}$

இந்தியாவில் உள்ள தேசிய இயற்பியல் ஆய்வகம் (NPL) (புதுதில்லி) நீளம், நிறை, காலம் போன்ற இயற்பியல் படித்தரங்களை, பராமரித்தல் மற்றும் தரம் உயர்த்துதல் ஆகிய பணிகளை மேற்கொள்கிறது.

#### பிழைகள்:

அனைத்து வகைச் செய்முறை அறிவியலுக்கும், தொழில்நுட்பவியலுக்கும் அடித்தளம் அளவிடுதலாகும். எந்த ஒரு அளவீட்டின் முடிவுகளும் சில துல்லியமற்ற தன்மையை உள்ளடக்கியிருக்கும். இந்த துல்லியமற்ற தன்மையே பிழைகள் எனப்படும். இவ்வாறு அளவிடப்பட்ட மதிப்புகளைப் பயன்படுத்தி செய்யப்படும் கணக்கீடுகள் பிழையாகவே அமையும். எந்த ஒரு ஆய்விலும் மிகச்சரியான அளவீடுகளை எடுக்க முடியாது. அளவிடுதலில் துல்லியத்தன்மை (Accuracy) மற்றும் நுட்பம் (Precision) ஆகிய இரு வேறுபட்ட கூறுகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. மேலும் இவற்றை வேறுபடுத்தி அறிய வேண்டியுள்ளது. துல்லியத்தன்மை என்பது உண்மையான மதிப்பிற்கு எவ்வளவு அருகில் அளவீடு செய்தோம் என்பதையும், நுட்பம் என்பது இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட அளவுகள் ஒன்றுக்கொன்று எவ்வளவு நெருக்கமாக உள்ளது என்பதையும் குறிக்கும்.

#### துல்லியத்தன்மையும் நுட்பமும்:

உங்களின் உண்மையான உயரம் மிகச்சரியாக 5'9" எனக் கொள்வோம். முதலில் நீங்கள் உங்கள் உயரத்தை ஓர் அளவுகோல் மூலம் அளவிடும் போது 5'0" என்ற மதிப்பைப் பெறுகிறீர்கள் என்றால், உங்களுடைய அளவீடு துல்லியத்தன்மை அற்றது. இப்பொழுது உங்கள் உயரத்தை லேசர் அளவுகோல் (Laser Yardstick) மூலம் அளவிட்டால் உயரம் 5'9" என்ற மதிப்பு கிடைக்கிறது. தற்போது உங்கள் அளவீடு துல்லியத்தன்மை கொண்டது. ஒரு அளவின் உண்மையான மதிப்பைக் கோட்பாட்டு மதிப்பு என்றும் அழைக்கலாம். ஒவ்வொரு பயன்பாட்டிற்கும் தேவையான துல்லியத்தன்மையின் அளவு மிகவும் மாறுபடுகிறது. அளவீடுகளை மிகவும் துல்லியத்தன்மையுடன் பெறுவதும், தொகுப்பதும் மிகவும் கடினமாகும். எடுத்துக்காட்டாக, அளவுகோல் கொண்டு உங்கள் உயரத்தை பலமுறை அளவீடு செய்யும் பொழுது உயரம் 5'0" என தொடர்ந்து பெற்றால் உங்களது அளவீடு நுட்பமானது. வெவ்வேறு பயன்பாட்டிற்குத் தேவைப்படும் நுட்பத்தின் அளவு பெரிய அளவில் வேறுபாடு உடையது. சாலை மற்றும் பயன்பாட்டு கட்டுமானம் போன்ற பொறியியல் செயல்திட்டங்களுக்கான அளவீடுகள் மிகவும் நுட்பமான மில்லி மீட்டர் அல்லது அங்குலத்தில் பத்தில் ஒரு பங்கு அளவிற்குத் தேவைப்படுகிறது.



ஒரு அளவீடு நுட்பமானது எனில் அது துல்லியத்தன்மை கொண்டது என்பது பொருள் அல்ல. எனினும் ஒரு அளவீடு தொடர்ச்சியாகத் துல்லியத்தன்மை கொண்டது எனில் அது நுட்பமான அளவீடு ஆகும்.

ஒரு கட்டிடத்தின் வெளியில் உண்மையான வெப்பநிலை  $40^{\circ}\text{C}$  என்க. ஒரு வெப்பநிலை மானி அந்த வெப்பநிலையை  $40^{\circ}\text{C}$  என அளவிட்டால், அந்த வெப்பநிலை மானி துல்லியத்தன்மை வாய்ந்தது எனலாம். அந்த வெப்பநிலை அளவிட முடிகின்றது எனில் அது நுட்பமானது எனக் கூறலாம்.

மற்றொரு எடுத்துக்காட்டினைக் கருதுவோம். ஒரு குளிர்பதனி (Refrigerator) யின் வெப்பநிலையை ஒரு வெப்பநிலைமானியைக் கொண்டு அளவிடுவதாகக் கொள்வோம். அது  $10.4^{\circ}\text{C}$ ,  $10.2^{\circ}\text{C}$ ,  $10.3^{\circ}\text{C}$ ,  $10.1^{\circ}\text{C}$ ,  $10.2^{\circ}\text{C}$ ,  $10.1^{\circ}\text{C}$ ,  $10.1^{\circ}\text{C}$ ,  $10.1^{\circ}\text{C}$  ஆகிய அளவுகளைத் தருகின்றது. குளிர்பதனியின் உண்மையான வெப்பநிலை  $9^{\circ}\text{C}$  எனில் அந்த வெப்பநிலைமானி துல்லியத்தன்மை அற்றது (உண்மையான மதிப்பிற்கு  $1^{\circ}\text{C}$  குறைவாக உள்ளது) ஆனால் அனைத்து அளவிடப்பட்ட அளவுகளும்  $10^{\circ}\text{C}$  க்கு அருகில் உள்ளதால் அந்த வெப்பநிலைமானி நுட்பமானது.

### ஒரு காட்சி உதாரணம்:

இலக்கு நோக்கி அம்பு எய்தும் எடுத்துக்காட்டு துல்லியத்தன்மை மற்றும் நுட்பத்தின் வேறுபாட்டினை விளக்க உதவுகிறது. இலக்கின் மையப்புள்ளியை நோக்கிக் குறிவைத்து அம்புகள் எய்தப்படுகின்றன. ஆனால் அம்புகள் அந்தப் புள்ளியைச் சுற்றிய வெவ்வேறு பகுதிகளை அடைகிறது. எனவே அம்பு எய்தல் துல்லியத்தன்மையையும், நுட்பமும் அற்றது.

அனைத்து அம்புகளும் ஒரே இடத்திற்கு அருகில் பாய்ந்துள்ளன. ஆனால் மையப்புள்ளியை அடையவில்லை. எனவே அவை நுட்பமானவை ஆனால் துல்லியத்தன்மை அற்றவை. அனைத்து அம்புகளும் மையப்புள்ளிக்கு அருகில் பாய்ந்துள்ளன. எனவே அவை துல்லியத்தன்மையும் நுட்பமும் கொண்டவை.

### எண் மதிப்பிலான எடுத்துக்காட்டு:

ஒரு குறிப்பிட்ட நீளத்தின் உண்மையான மதிப்பு  $5.678\text{ cm}$  சோதனையில்  $0.1\text{ cm}$ , பகுதிறன் கொண்ட ருவியைக் கொண்டு அளவிடும் போது என அளவிடப்படுகிறது. மற்றொரு சோதனையில்  $0.01$  உஅ, பகுதிறன் கொண்ட கருவியைக் கொண்டு  $5.38$  உஅ என அளவிடப்படுகிறது. முதல் அளவீட்டின் போது கண்டறியப்பட்ட அளவு உண்மை அளவிற்கு அருகில் உள்ளது. எனவே அது அதிக துல்லியத்தன்மை வாய்ந்தது. ஆனால், குறைந்த நுட்பம் கொண்டது. இதற்கு மாறாக இரண்டாவது அளவீட்டின் போது கண்டறியப்பட்ட அளவு குறைந்த துல்லியத்தன்மையும் அதிக நுட்பமும் கொண்டது.

### அளவீடு செய்தலில் பிழைகள்:

இயற்பியல் அளவு ஒன்றை அளவீடு செய்யும் போது ஏற்படும் துல்லியமற்றதன்மை பிழை எனப்படும். அளவிடும்போது முறையான பிழைகள், ஒழுங்கற்ற பிழைகள், மற்றும் மொத்தப் பிழைகள் ஆகிய மூன்று வகையான பிழைகள் ஏற்படலாம்.

#### 1. முறையான பிழைகள் (Systematic errors)

முறையான பிழைகள் என்பது தொடர்ச்சியாக மீண்டும் மீண்டும் ஒரே மாதிரி உருவாகும் பிழைகள் ஆகும். இப்பிழைகள் ஆய்வின் ஆரம்பம் முதல் முடிவு வரை தொடர்ந்து நிகழும் பிரச்சனையால் ஏற்படுகின்றன. முறையான பிழைகள் கீழ்க்கண்டவாறு வகைப்படுத்தப்படுகின்றன.

#### 2. கருவிப் பிழைகள் (Instrumental errors):

ஒரு கருவியானது தயாரிக்கப்படும்போது முறையாக அளவீடு செய்யப்படவில்லை எனில் கருவிப் பிழைகள் தோன்றலாம். முனை தேய்ந்த மீட்டர் அளவுகோலைக் கொண்டு ஒரு அளவை அளவீடு செய்யும்பொழுது பெறப்பட்ட முடிவுகள் பிழையாக இருக்கும். இந்த வகையான பிழைகளை கருவிகளை கவனமாகத் தேர்ந்தெடுப்பதன் மூலம் சரி செய்ய முடியும்.

#### 3. பரிசோதனையின் குறைபாடுகள் அல்லது செய்முறையின் குறைபாடுகள் (Imperfection in experimental technique or procedure)

சோதனை செய்யும் கருவிகளை அமைக்கும் போது, ஆய்வகச் சூழலில் ஏற்படும் சில தவறுகளால் இப்பிழைகள் தோன்றுகின்றன. எடுத்துக்காட்டாக, கலோரிமானி கொண்டு சோதனை நிகழ்த்தும் போது வெப்பக் காப்பீடு சரியாக செய்யப்படவில்லை எனில் கதிர்வீச்சு முறையில் வெப்ப இழப்பு ஏற்படும். இதனால் பெறப்படும் முடிவுகள் பிழையாக அமையும். அதனைத் தவிர்க்கத் தேவையான திருத்தங்களை மேற்கொள்ள வேண்டும்.

#### 4. தனிப்பட்டப் பிழைகள் (Personal errors):

இப்பிழைகள் சோதனையின் போது அளவிடுபவரின் செயல்பாட்டால் உருவாகிறது. கருவியின் தவறான ஆரம்பச் சீரமைவுகள் அல்லது முறையற்ற முன்னெச்சரிக்கை நடவடிக்கையால் அல்லது கவனக்குறைவாக உற்று நோக்கலினால் அளவிடுபவரால் ஏற்படுகிறது.

#### 5. புறக்காரணிகளால் ஏற்படும் பிழைகள் (Errors due to external causes)

சோதனையின் போது புறச்சூழலில் ஏற்படும் மாறுபாட்டால் அளவிடுதலில் பிழைகள் ஏற்படும். எடுத்துக்காட்டாக, வெப்பநிலை மாறுபாடு, ஈரப்பதம் அல்லது அழுத்தத்தால் ஏற்படும் மாற்றம் போன்றவை அளவீட்டின் முடிவுகளைப் பாதிக்கும்.

#### 6. மீச்சிற்றளவு பிழைகள் (Least Count Errors)

ஓர் அளவுகோலால் அளக்கக்கூடிய மிகச்சிறிய அளவு மீச்சிற்றளவு எனப்படும். மேலும் அதனால் ஏற்படும் பிழைகள் மீச்சிற்றளவு பிழைகள் எனப்படும். அளவிடும் கருவியின் பகுதிகள் மதிப்பைச் சார்ந்து இப்பிழைகள் ஏற்படுகின்றன. இவ்வகைப் பிழைகளை உயர் நுட்பம் கொண்ட கருவிகளைப் பயன்படுத்துவதால் குறைக்க முடியும்.

#### ஒழுங்கற்ற பிழைகள் (Random Errors):

அழுத்தம், வெப்பநிலை, அளிக்கப்படும் மின்னழுத்தம் போன்றவற்றால் சோதனையில் ஏற்படும் தொடர்பற்ற மாறுபாடுகளால், சமவாய்ப்பு பிழைகள் ஏற்படுகின்றன. சோதனையை உற்று நோக்குபவரின் கவனக்குறைவால் ஏற்படும் பிழையாலும், அளவிடுபவர் செய்யும் பிழையினாலும் இவ்வகை பிழைகள் ஏற்படலாம். ஒழுங்கற்ற பிழைகள், வாய்ப்பு பிழைகள் (Change Errors) எனவும் அழைக்கப்படுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டாக, திருகு அளவியைக் கொண்டு ஒரு கம்பியின் தடிமனை அளக்கும் சோதனையைக் கருதுவோம். ஒவ்வொரு முறையும் வேறுபட்ட அளவீடுகள் பெறப்படுகின்றது. எனவே, அதிக எண்ணிக்கையில் அளவீடுகள் செய்யப்பட்டு அதன் கூட்டுச் சராசரி எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது.

ஒரு சோதனையில்  $n$  எண்ணிக்கையில் எடுக்கப்பட்ட அளவீடுகள்  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  எனில்,

கூட்டுச் சராசரி

$$a_m = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$$

அல்லது

$$a_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i$$

அளவீடுகளின் கூட்டுச் சராசரி மதிப்பு என்பது சிறந்த சாத்தியமான நிகழக்கூடிய உண்மை மதிப்பு ஆகும்.

சோதனை முறை பிழைகளைக் குறைப்பதற்குப் பயன்படும் முறைகள், எடுத்துக்காட்டுடன் விளக்கப்பட்டுள்ளது.

#### மொத்தப் பிழைகள் (Gross Errors):

உற்று நோக்குபவரின் கவனக் குறைவின் காரணமாக ஏற்படும் பிழைகள் மொத்தப் பிழைகள் எனப்படும்.

1. கருவியை முறையாகப் பொருத்தாமல் அளவீடு எடுத்தல்

2. பிழையின் மூலத்தினையும், முன்னெச்சரிக்கை நடவடிக்கைகளையும் கவனத்தில் கொள்ளாமல் தவறாக அளவீடு எடுத்தல்
3. தவறாக உற்றுநோக்கியதைப் பதிவிடுதல்
4. கணக்கீட்டின் போது தவறான மதிப்பீடுகளைப் பயன்படுத்துதல்

சோதனை முறை பிழைகளை குறைத்தல்:

பிழையின் வகைகள்	எடுத்துக்காட்டு	குறைக்கும் வழிமுறை
ஒழுங்கற்ற பிழைகள்	ஒரு வளையத்தின் நிறையை மூன்று முறை ஒரே தராசைக் கொண்டு அளவிடுவதாகக் கொள்வோம். இதனால் பெறப்பட்ட சிறிது மாறுபட்ட அளவுகள்	அதிக எண்ணிக்கையில் நிறையை காண்க. புள்ளியியல் பகுப்பாய்வு மூலம் ஒழுங்கற்ற பிழைகளை கணக்கீடு செய்ய முடியும். மேலும் அதிக எண்ணிக்கையில் மீண்டும் மீண்டும் செய்து பார்ப்பதன் மூலம் பெறப்படும் மதிப்புகளின் சராசரியைக் கொண்டு குறைக்க முடியும்
முறையான பிழைகள்	ஒரு வருடத்திற்கு மேலாகப் பயன்படுத்தப்படும் நீட்டப்பட்ட துணி அளவு நாடா அளவுக் கோலைக் கொண்டு ஒரு பொருளின் நீளத்தை அளப்பதாகக் கொள்வோம் (அளவிடப்படும் எல்லா நீளங்களும் சரியாக இருப்பதில்லை)	முறையான பிழைகளைக் கண்டறிவது மிகவும் கடினம் அதனை புள்ளியியல் முறையில் பகுப்பாய்வு செய்ய முடியாது. ஏனெனில் அனைத்து அளவீடுகளும் ஒரே முறையில் இருக்கும் (மிக அதிகம் அல்லது மிகக் குறைவு)

பிழை பகுப்பாய்வு

### 1. தனிப் பிழை (Absolute error)

ஓர் அளவின் உண்மையான மதிப்பிற்கும் அளவிடப்பட்ட மதிப்பிற்கும் இடையே உள்ள வேறுபாட்டின் எண் மதிப்பே தனிப்பிழை எனப்படும்.  $n$  முறை சோதனை நிகழ்த்தப்பட்ட 'a' என்ற ஒரு அளவின் அளவிடப்பட்ட  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  மதிப்புகள் எனில் அவற்றின் கூட்டுச் சராசரி மதிப்பே அந்த அளவின் உண்மையான மதிப்பு ( $a_m$ ) என அழைக்கப்படுகிறது.

$$a_m = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$$

அல்லது

$$a_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i$$

அளவிடப்பட்ட மதிப்புகளின் தனிப் பிழைகள்

$$|\Delta a_1| = |a_m - a_1|$$

$$|\Delta a_2| = |a_m - a_2|$$

$$|\Delta a_n| = |a_m - a_n|$$

### 2. சராசரி தனிப் பிழை (Mean Absolute error):

சராசரி தனிப்பிழை என்பது அனைத்து அளவுகளின் தனிப் பிழைகளின் எண் மதிப்புகளின் கூட்டுச் சராசரி ஆகும்.

$$a_m = \frac{|a_1| + |a_2| + \dots + |a_n|}{n}$$

$$\text{அல்லது } a_m = \frac{1^n}{n_{i-1}} |a_i|$$

$a_m$  என்பது உண்மையான மதிப்பு,  $a_m$  என்பது சராசரி தனிப் பிழை எனில், அளவுகளின் எண் மதிப்புகள்  $(a_m + a_m)$  மற்றும்  $(a_m - a_m)$  இடையில் இருக்கும்.

### 3. ஒப்பீட்டுப் பிழை (Relative error):

சராசரி தனிப்பிழைக்கும், சராசரி மதிப்பிற்கும் (உண்மை மதிப்பிற்கும்) இடையேயான தகவு ஒப்பீட்டுப் பிழை எனப்படும். இது பின்னப் பிழை அல்லது சார்புப் பிழை எனவும் அழைக்கப்படுகிறது.

$$\begin{aligned} \text{ஒப்பீட்டுப் பிழை} &= \frac{\text{சராசரி தனிப் பிழை}}{\text{சராசரி மதிப்பு}} \\ &= \frac{a_m}{a_m} \end{aligned}$$

அளவிடப்பட்ட பொருளின் மொத்த பரிமாணத்துடன் ஒப்பிடும்போது தனிப் பிழை எவ்வளவு பெரியது என்பதை விவரிப்பதே ஒப்பீட்டுப் பிழையாகும்.

எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு கார்  $62 \text{ km h}^{-1}$  வேகத்தில் செல்லும்போது, வேகமானி காட்டும் அளவு  $60 \text{ km}^{-1}$  இங்கு தனிப்பிழை  $62-60 = 2 \text{ km h}^{-1}$  ஆகும். ஒப்பீட்டு பிழை =  $2 / 60 = 0.033$

### விழுக்காட்டுப் பிழை (Percentage error)

ஒப்பீட்டுப் பிழையினை விழுக்காட்டில் குறிப்பிட்டால், அது விழுக்காட்டுப் பிழை எனப்படும்.

$$\text{விழுக்காட்டுப் பிழை} = \frac{a_m}{a_m} \times 100\%$$

விழுக்காட்டுப் பிழை சுழிக்கு மிக அருகில் இருந்தால், அந்த அளவீடு உண்மையான அளவிற்கு மிக அருகில் எடுக்கப்பட்ட அளவீடாகும். இது சரியானதும், ஏற்றுக் கொள்ளக்கூடியதும் ஆகும். இப்பிழைகள் துல்லியமற்ற கருவியினால் ஏற்படுகிறதா அல்லது தவறான பரிசோதனை முறைகளால் ஏற்படுகிறதா என்பதைப் புரிந்துகொள்வது அவசியமாகிறது.

### பிழைகளின் பரவுதல்:

ஒரு சோதனையில் அதிக அளவுகள் அளக்கப்பட்டு இறுதிக் கணக்கீட்டில் பயன்படுத்தப்படலாம். வெவ்வேறு வகையான கருவிகளைப் பயன்படுத்தி அளவிடலாம். எனவே அளவிடும்போது ஏற்படும் வெவ்வேறு வகையான பிழைகளை மொத்தமாகக் கருத்தில் கொள்ள வேண்டும்.

பிழைகளின் இறுதி முடிவுகள் கீழ்க்கண்டவற்றைச் சார்ந்துள்ளது.

1. தனித்தனியான அளவீடுகளில் உள்ள பிழைகள்
2. கணித செயலிகளின் செயற்பாட்டின் இயல்பைச் சார்ந்து இறுதி முடிவு பெறப்படும். எனவே பிழைகளை ஒன்று சேர்க்கத் தேவையான விதிகளை அறிந்திருக்க வேண்டும். வேறுபட்ட கணித செயலிகளின் காரணமாக ஏற்படக்கூடிய பிழைகளின் பெருக்கம் அல்லது பிழைகளின் ஒன்றிணைப்பு ஆகியவற்றின் வெவ்வேறு சாத்தியக் கூறுகளைக் கீழ்க்கண்டவாறு விவாதிக்கலாம்.

1. இரு அளவுகளின் கூடுதலில் ஏற்படும் பிழைகள்

$\Delta A$  மற்றும்  $\Delta B$  என்பன முறையே A, B என்ற அளவுகளின் தனிப் பிழைகள் என்க.

A யின் அளவிடப்பட்ட மதிப்பு =  $A \pm \Delta A$

B யின் அளவிடப்பட்ட மதிப்பு =  $B \pm \Delta B$

கூடுதல்,  $Z = A + B$

கூடுதல் Z ன் பிழை  $\Delta Z$  ஆகும்.

$$Z \pm \Delta Z = (A \pm \Delta A) + (B \pm \Delta B)$$

$$= (A + B) \pm (\Delta A + \Delta B)$$

$$= Z \pm (\Delta A + \Delta B)$$

அல்லது  $\Delta Z = \Delta A + \Delta B$

### முக்கிய எண்ணுருக்கள்:

முக்கிய எண்ணுருவின் வரையறையும், விதிகளும்:

மூன்று மாணவர்களிடம் ஒரு குச்சி அல்லது பென்சில் ஒன்றின் நீளத்தை மீட்டர் அளவுகோல் கொண்டு அளவிடும்படி கேட்கும் போது (மீட்டர் அளவுகோலின் மிச்சிற்றளவு 1 mm அல்லது 0.1 cm). ஒவ்வொரு மாணவரின் முடிவும் பின்வரும் ஏதேனும் ஒரு மதிப்பினைக் கொண்டிருக்கும் 7.20 cm அல்லது 7.22 cm அல்லது 7.23 cm அனைத்து மாணவர்களின் அளவீட்டிலும் முதல் இரண்டு இடமதிப்புகள் ஒன்றுபோல காணப்படும் (நம்பகத்தன்மையுடன்) ஆனால் இறுதி இடமதிப்பு ஒவ்வொருவரையும் பொறுத்து மாறுபடுகிறது. எனவே பொருளுள்ள இடமதிப்புகளின் எண்ணிக்கை 3 ஆகும். இது அளவீடு (எண்ணளவு) மற்றும் அளவிடும் கருவியின் துல்லியத்தன்மை இரண்டையும் நமக்கு தெளிவாக உணர்த்தும். எனவே இந்த அளவீட்டின் முக்கிய எண்ணுரு அல்லது முக்கிய இடமதிப்பு 3 ஆகும். இதனை பின்வருமாறு வரையறை செய்யலாம். நம்பகமான எண்களும், நிச்சயத்தன்மை அற்ற முதல் எண்ணும் கொண்ட பொருளுள்ள இடமதிப்புகள் முக்கிய எண்ணுருக்களாகும்.

எடுத்துக்காட்டு: 121.23 என்ற எண்ணின் முக்கிய எண்ணுரு 5 ஆகும். 1.2 என்ற எண்ணின் முக்கிய எண்ணுரு 2 ஆகும். முக்கிய எண்ணுரு 3, 0.1230 இன் முக்கிய எண்ணுரு 3, 1230 இன் முக்கிய எண்ணுரு is 3, 1230 (தசமப்புள்ளியுடன்) இன் முக்கிய எண்ணுரு 4 மேலும் 20000000 இன் முக்கிய எண்ணுரு 1 (ஏனெனில்  $20000000 = 2 \times 10^7$  இது ஒரே ஒரு முக்கிய எண்ணுரு மட்டுமே கொண்டுள்ளது).

### முக்கிய எண்ணுருக்களை கணக்கீடுவதன் விதிகள்

	விதிகள்	எடுத்துக்காட்டு
1	சுழியற்ற அனைத்து எண்களும் முக்கிய எண்ணுருக்கள் ஆகும்	1342 ஆனது நான்கு முக்கிய எண்ணுருக்களை கொண்டது
2	சுழியற்ற இரு எண்களுக்கு இடைப்பட்ட சுழிகள் முக்கிய எண்ணுருக்கள் ஆகும்	2008 ஆனது நான்கு முக்கிய எண்ணுருக்களை கொண்டது
3.	சுழியற்ற எண்களுக்கு வலது புறமும் ஆனால் தசம புள்ளிக்கு இடது புறமும் உள்ள சுழிகள் முக்கிய எண்ணுருக்கள் ஆகும்	307000 ஆனது ஐந்து முக்கிய எண்ணுருக்களை கொண்டது
4	1. தசம புள்ளி அற்ற ஒரு எண்ணில் இறுதியாக வரும் சுழிகள் முக்கிய எண்ணுருக்கள் ஆகாது. 2. அலகுடன் எழுதப்படும் இயற்பியல் அளவீடுகளில் வரும் எல்லா சுழிகளும் முக்கிய எண்ணுருக்களே	1. 30700 ஆனது மூன்று முக்கிய எண்ணுருக்கள் கொண்டது. 2. 30700 m ஆனது ஐந்து முக்கிய எண்ணுருக்கள் கொண்டது.
5	ஒன்றைவிடக் குறைவான தசம எண்ணில், தசமபுள்ளிக்கு வலது புறமும் ஆனால் முதல் சுழியற்ற எண்ணுருக்கு இடதுபுறமும் வரும் சுழிகள் முக்கிய எண்ணுருக்கள் ஆகாது	0.00345 ஆனது மூன்று முக்கிய எண்ணுருக்களைக் கொண்டது.
6	தசமபுள்ளிக்கு வலதுபுறம் உள்ள சுழிகளும், தசம எண்ணில் சுழியற்ற எண்ணின் வலது புறமும் உள்ள சுழிகள் முக்கிய எண்ணுருக்கள் ஆகும்	40.00 முக்கிய எண்ணுரு நான்கு கொண்டது. 0.030400 முக்கிய எண்ணுரு ஐந்து கொண்டது
7	முக்கிய எண்ணுருக்கள் அலகிடும் முறையை பொருத்தது அல்ல	1.53 cm, 0.0153 m, 0.0000153 km, ஆகியவை மூன்று முக்கிய எண்ணுரு கொண்டது.

1. முழுமைப்படுத்திய எண்கள் அல்லது அளவீடுகளை குறிக்கும் எண்களை பெருக்கி அல்லது வகுத்து பெறும் எண்கள் துல்லியமான எண்கள் எனப்படும். அவை சூழலுக்கு தகுந்த முக்கிய

எண்ணுருக்களின் மதிப்புகளை பெறும். எடுத்துக்காட்டாக வட்டத்தின் சுற்றளவு  $S = 2\pi r$  என்ற எண்ணை 2.0, 2.00 அல்லது 2.000 என்று தேவைக்கு ஏற்ப பயன்படுத்தலாம். குறிப்பு 2 : முக்கிய எண்ணுருவை கணக்கிடும் போது 10 இன் அடுக்குகளை கருத்தில் கொள்ளக்கூடாது.

எடுத்துக்காட்டாக:  $5.70 \text{ m} = 5.70 \times 10^2 \text{ cm} = 5.70 \times 10^3 \text{ mm} = 570 \times 10^{-3} \text{ km}$ .

இங்கு ஒவ்வொரு பிரிவிலும் உள்ள எண்களின் முக்கிய எண்ணுருக்கள் மூன்று ஆகும்.

### முழுமைப்படுத்துதல் (Rounding off):

தற்காலத்தில் கணக்கீடு செய்ய கணிப்பான்கள் (Calculator) பெரும்பாலும் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. அவற்றின் முடிவுகள் பல இலக்கங்களைக் கொண்டதாக உள்ளன. கணக்கீட்டில் உள்ளடங்கும் தகவல்களின் (data) முக்கிய எண்ணுருவைவிட முடிவின் முக்கிய எண்ணுரு அதிகமாக இருக்கக்கூடாது. கணக்கீட்டின் முடிவில் நிலையில்லாத (uncertain) இலக்கங்கள் ஒன்றுக்கு மேற்பட்டவை இருப்பின், அந்த எண்ணை முழுமைப்படுத்த வேண்டும்.

முழுமைப்படுத்துதலில் உள்ள விதிகள்

### முழுமைப்படுத்தலின் விதிகள்:

	விதிகள்
1.	முக்கிய எண்ணுரு அல்லாத ஓர் இலக்கம் ஐந்துக்கு குறைவு எனில் நீக்கப்படுகிறது. எனவே அதற்கு முன்பு உள்ள இலக்கம் மாறாது
2.	முக்கிய எண்ணுரு அல்லாத ஓர் இலக்கம் ஐந்தை விட அதிகம் எனில் அது நீக்கப்பட்டு அதற்கு முன்பு உள்ள இலக்கத்துடன் 1 ஐ அதிகரிக்க வேண்டும்.
3.	முக்கிய எண்ணுரு அல்லாத ஒரு இலக்கத்தில் ஐந்துக்கு பிறகு வரும் இலக்கம் சுழி அல்லாத எண் எனில், முன்பு உள்ள இலக்கத்துடன் அதிகரிக்க வேண்டும்.
4.	முக்கிய எண்ணுரு அல்லாத ஓர் இலக்கத்தில் ஐந்து அல்லது ஐந்துக்கு பிறகு சுழி வரும் எனில் அது நீக்கப்பட்டு அதற்கு அதன் முன்பு உள்ள இலக்கம் இரட்டைப்படை எண் எனில் மாறாது
5.	முக்கிய எண்ணுரு அல்லாத ஒரு இலக்கத்தில் ஐந்து அல்லது ஐந்துக்கு பிறகு சுழி வரும் எனில் அது நீக்கப்பட்டு அதற்கு முன்பு உள்ள இலக்கம் ஒற்றைப்படை எனில் 1ஐ அதிகரிக்க வேண்டும்

### முக்கிய எண்ணுருக்களுடன் கணிதச் செயல்பாடுகள்:

#### கூட்டல் மற்றும் கழித்தல்

கூட்டல் மற்றும் கழித்தலின் போது, இறுதி முடிவில் அதிக இலக்கங்கள் வரும்பொழுது அந்த எண்களில் மிகக்குறைந்த தசம இலக்கம் உள்ள எண்களின் இலக்கத்திற்கு முழுமைப்படுத்த வேண்டும்.

### எடுத்துக்காட்டு:

$$1. \quad 3.1 + 1.780 + 2.046 = 6.926$$

இங்கு முக்கிய எண்ணுருவின் தசம புள்ளிக்கு பின்வரும் குறைந்த இலக்க எண்ணிக்கை 1. எனவே முடிவானது 6.9 ஆக முழுமைப்படுத்தப்படுகிறது.

$$2. \quad 12.637 - 2.42 = 10.217$$

இங்கு முக்கிய எண்ணுருவின் தசம புள்ளிக்கு பின்வரும் குறைந்த இலக்க எண்ணிக்கை 2. எனவே முடிவானது 10.22 ஆக முழுமைப்படுத்தப்படுகிறது.

3.

### பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல்:

எண்களின் பெருக்கல் அல்லது வகுத்தலின் போது இறுதி முடிவின் முக்கிய எண்ணுருக்கள், அந்த எண்களில் குறைந்த எண்ணிக்கையில் உள்ள எண்களின் முக்கிய எண்ணுருவிற்கு முழுமைப்படுத்த வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு:

$$1. 1.21 \times 36.72 = 44.4312 = 44.4$$

அளவிட்ட அளவின் மிகக்குறைந்த முக்கிய எண்ணுரு மதிப்பு 3. எனவே முடிவானது 44.4 என்ற மூன்று முக்கிய எண்ணுருக்களாக முழுமைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

$$2. 36.72 \div 1.2 = 30.6 = 31$$

அளவிடப்பட்ட அளவின் மிகக்குறைந்த முக்கிய எண்ணுரு மதிப்பு 2. எனவே முடிவானது 31 என்ற இரண்டு முக்கிய எண்ணுருக்களாக முழுமைப்படுத்தப்படுகிறது.

**பரிமாணங்களின் பகுப்பாய்வு:**

**இயற்பியல் அளவுகளின் பரிமாணங்கள்**

இயந்திரவியலில் நிறை, காலம், நீளம், திசைவேகம், முடுக்கம் போன்ற பல இயற்பியல் அளவுகளைப் பற்றி நாம் படித்துள்ளோம். இந்த இயற்பியல் அளவுகளின் பரிமாணங்கள் சார்ந்த அடிப்படை அளவுகளின் பரிமாணங்களான M, L மற்றும் T யைப் பயன்படுத்தி எழுதப்படுகிறது. ஒரு இயற்பியல் அளவின் பரிமாணம் பின்வருமாறு வரையறை செய்யப்படுகிறது. ஒரு இயற்பியல் அளவை எழுதப் பயன்படும் சார்பற்ற அடிப்படை அளவுகளின் பரிமாணங்களின் அடுக்குக் குறியீடுகளின் மதிப்பே அந்த இயற்பியல் அளவின் பரிமாணம் ஆகும். இது கீழ்க்கண்டவாறு குறிக்கப்படுகிறது இயற்பியல் அளவு.

எடுத்துக்காட்டாக, (நீளம்) என்பது நீளத்தின் பரிமாணமாகும். (பரப்பு) என்பது பரப்பின் பரிமாணத்தைக் குறிக்கும் இது போன்றே மற்றவற்றையும் குறிப்பிடலாம். அடிப்படை அளவுகளைப்பயன்படுத்தி நீளத்தின் பரிமாணத்தை பின்வருமாறு குறிப்பிடலாம்.

$$(\text{நீளம்}) = M^0 L T^0 = L$$

$$\text{இதேபோன்று, (பரப்பு)} = M^0 L^2 T^0 = L^2$$

$$\text{இவ்வாறே (பருமன்)} = M^0 L^3 T^0 = L^3$$

இங்கு குறிப்பிட்டுள்ள அனைத்து உதாரணங்களிலும் அடிப்படை அளவு L ஒன்றுதான். ஆனால் அதன் அடுக்கு வெவ்வேறானவை. அதாவது பரிமாணங்கள் வெவ்வேறானவை. எண் மட்டுமே உள்ள அளவிற்கு அடிப்படை அளவின் அடுக்கு சுழியாகும்.

$$\Rightarrow [2] = M^0 L^0 T^0 \quad (\text{பரிமாணமற்றது})$$

மேலும் சில இயற்பியல் அளவுகளின் பரிமாணத்தை இங்கு காணலாம்.

$$\text{வேகம் } s = \frac{\text{கடந்த தொலைவு}}{\text{எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்}} \Rightarrow [s] = \frac{L}{T} = LT^{-1}$$

$$\text{திசைவேகம் } \vec{v} = \frac{\text{இடப்பெயர்ச்சி}}{\text{எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்}} \Rightarrow [\vec{v}] = \frac{L}{T} = LT^{-1}$$

வேகம் என்பது ஸ்கேலர் அளவு மற்றும் திசைவேகம் என்பது வெக்டர் அளவு என்பதை இங்கு நினைவு கூறவும். (ஸ்கேலர் மற்றும் வெக்டர் போன்றவற்றைப்பற்றி

ஆனால் இவ்விரண்டின் பரிமாண வாய்ப்பாடும்.

ஒன்றே

$$\text{முடுக்கம், } \vec{a} = \frac{\text{திசைவேகம்}}{\text{எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்}} \Rightarrow [\vec{a}] = \frac{LT^{-1}}{T} = LT^{-2}$$

ஒரலகு நேரத்திற்கான திசைவேகம், முடுக்கமாகும். நேர்க்கோட்டு உந்தம் அல்லது உந்தம்,  $[p] = mv \Rightarrow [\vec{p}] = MLT^{-1}$

$$\text{விசை } \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow (\vec{F}) = MLT^{-2} = \frac{\text{உந்தம்}}{\text{நேரம்}}$$

இந்த சமன்பாடு எல்லாவிதமான விசைக்கும் பொருந்தும். இயற்கையில் நான்கு வகையான விசைகளே நீக்கமற்ற நிறைந்துள்ளன அவை, வலிமையான விசை, மின்காந்த விசை, வலிமை குறைந்த விசை மற்றும் ஈர்ப்பு விசை ஆகும்.

மேலும் உராய்வுவிசை, மையநோக்குவிசை, மையவிலக்குவிசை போன்ற அனைத்து விசைகளுக்கும் பரிமாண வாய்ப்பாடு  $MLT^{-2}$  ஆகும்.

கணத்தாக்கு,  $\vec{I} = \vec{F}t \Rightarrow [\vec{I}] = MLT^{-1} =$  உந்தத்தின் பரிமாணம்

கோண உந்தம்,  $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \Rightarrow [\vec{L}] = ML^2 T^{-1}$

செய்யப்பட்ட வேலை,  $W = \vec{F} \cdot \vec{d} \Rightarrow [W] = ML^2 T^{-1}$

இயக்க ஆற்றல்  $KE = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow [KE] = \left[\frac{1}{2}\right][m][v^2]$

இங்கு  $\frac{1}{2}$  என்பது பரிமாணமற்ற ஓர் எண்ணாகும். எனவே இயக்க ஆற்றலின் பரிமாணவாய்ப்பாடு  $[KE] = [m][v^2] = ML^2 T^{-2}$ . இதேபோன்று நிலையாற்றலின் பரிமாண வாய்ப்பாட்டை பின்வருமாறு கண்டறியலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக ஈர்ப்பழுத்த ஆற்றலைக் கருதுக.

$[PE] = [m][g][h] = ML^2 T^{-2}$  இங்கு  $m$  என்பது பொருளின் நிறையாகும்,  $g$  என்பது புவிஈர்ப்பு முடுக்கமாகும். மேலும்  $h$  என்பது புவிப்பரப்பிலிருந்து பொருளின் உயரமாகும்.  $[PE] = [m][g][h] = ML^2 T^{-2}$  எனவே எந்தவகையான ஆற்றலாக இருப்பினும் (அக ஆற்றல், மொத்த ஆற்றல் மற்றும் மேலும் பல வகையான ஆற்றல்கள்) அதன் பரிமாணம்

(ஆற்றல்) =  $ML^2 T^{-2}$

விசையின் திருப்புத்திறன், திருப்புவிசை என அழைக்கப்படும்,  $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \Rightarrow [\vec{\tau}] = ML^2 T^{-2}$  ( $\tau$  என்ற கிரேக்க உயிரெழுத்தை 'ட்டவ்' என வாசிக்கவும்) திருப்புவிசை மற்றும் ஆற்றல் இவ்விரண்டின் பரிமாணமும் ஒன்றே. ஆனால் அவை வெவ்வேறான இயற்பியல் அளவுகளாகும். மேலும் இவ்விரண்டு அளவுகளில் ஒன்று (ஆற்றல்) ஸ்கேலர் அளவாகும் மற்றொன்று (திருப்புவிசை) வெக்டர் அளவாகும். இயற்பியல் அளவுகள் ஒரே பரிமாண வாய்ப்பாடு பெற்றிருந்தாலும் அவை ஒரே இயற்பியல் அளவாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை.

இயற்பியலில் நாம் வெவ்வேறு இடங்களில் பரிமாணம் என்ற சொல்லை பயன்படுத்துகிறோம். எனவே அடிக்கடி நமக்கு பரிமாணம் என்பதைப்பற்றி ஐயம் ஏற்படும். உதாரணமாக ஆற்றலின் பரிமாணம், ஒரு பரிமாண இயக்கம் மற்றும் அணு ஒன்றின் பரிமாணம் போன்ற சொற்றொடர்களைப் பயன்படுத்துவோம். இயற்பியல் அளவு ஒன்றின் பரிமாணம் என்பது அதனை விவரிக்கும் அடிப்படை அளவின் அடுக்குறியே பரிமாணமே என்பதை நினைவில் கொள்ளவேண்டும். ஒரு பரிமாண இயக்கம், இருபரிமாண இயக்கம் மற்றும் முப்பரிமாண இயக்கம் போன்றவை அந்த பொருள் இயங்கும் வெளியின் (Space) பரிமாணத்தைக் குறிக்கின்றன. அணுவின் பரிமாணம் என்பது அணுவின் அளவைக் குறிக்கின்றது. எனவே வெறுமனே பரிமாணம் என்பது அர்த்தமற்றதாகும். இடத்திற்கு ஏற்ப பரிமாணம் என்பதன் பொருளை புரிந்து கொள்ள வேண்டும்.

$2 \sin \theta$ ,  $\cos \theta$  போன்ற அனைத்து முக்கோணவியல் சார்புகளும் பரிமாணமற்றவைகளாகும் ( $\theta$  பரிமாணமற்றது), அடுக்குக்குறி சார்புகள்  $e^x$  மற்றும் மடக்கை சார்புகள்  $\ln x$  போன்றவைகளும் பரிமாணமற்றவைகளாகும் ( $x$  க்கு விரிவாக்கம் இருக்கக்கூடாது) தொடர் விரிவாக்கம் (முடிவுறு அல்லது முடிவற்ற) செய்யப்பட்ட சார்பின் விரிவில்  $x^0$ ,  $x^1$ ,  $x^2$ , .... என்ற உறுப்புகள் காணப்பட்டால்  $x$  என்பது நிச்சயமாக பரிமாணமற்ற அளவாகும்.



**பரிமாணமுள்ள அளவுகள், பரிமாணமற்ற அளவுகள், பரிமாணத்தின் ஒருபடித்தான நெறிமுறை:**

பரிமாணங்களைப் பொறுத்து, இயற்பியல் அளவுகளை நான்கு வகைகளாக வகைப்படுத்த முடியும்.

**1. பரிமாணமுள்ள மாறிகள்:**

எந்த ஓர் இயற்பியல் அளவு பரிமாணத்தையும் மாறுபட்ட மதிப்புகளையும் பெற்றுள்ளதோ அவை பரிமாணமுள்ள மாறிகள் என அழைக்கப்படுகின்றன.

எ.கா: பரப்பு, கன அளவு, திசைவேகம் மற்றும் பல.

**2. பரிமாணமற்ற மாறிகள்:**

எந்த இயற்பியல் அளவுகள் பரிமாணம் அற்று ஆனால் மாறுபட்ட மதிப்புகளைக் கொண்டுள்ளதோ அவை பரிமாணமற்ற மாறிகள் என அழைக்கப்படுகின்றன.

எ.கா: ஒப்பீட்டி, திரிபு, ஒளிவிலகல் எண் மற்றும் பல.

**3. பரிமாணமுள்ள மாறிலிகள்:**

எந்த இயற்பியல் அளவுகள் பரிமாணத்துடன் நிலையான மதிப்பைப் பெற்றுள்ளதோ அவை பரிமாணமுள்ள மாறிலிகள் என அழைக்கப்படுகிறது. எ.கா: - ஈர்ப்பியல் மாறிலி, பிளாங் மாறிலி மற்றும் பல.

**4. பரிமாணமற்ற மாறிலிகள்:**

ஒரு மாறிலி பரிமாணமற்று இருப்பின் அவை பரிமாணமற்ற மாறிலிகள் எனப்படுகின்றன. எ.கா:  $\pi$  e (ஆய்லர் எண்) எண்கள் மற்றும் பல.

**பரிமாணங்களின் ஒருபடித்தான நெறிமுறை:**

பரிமாணங்களின் ஒருபடித்தான நெறிமுறைப்படி ஒரு சமன்பாட்டில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பின் பரிமாணங்களும் சமமாகும். எடுத்துக்காட்டாக,  $v^2 = u^2 + 2as$  என்ற சமன்பாட்டில்  $v^2$ ,  $u^2$  மற்றும்  $2as$  ஆகியவற்றின் பரிமாணங்கள் ஒத்ததாகவும்  $[L^2T^{-2}]$  க்கு சமமாகவும் இருக்கும்.

**பரிமாணப்பகுப்பாய்வின் பயன்பாடுகளும் வரம்புகளும்:**

இம்முறையானது,

1. இயற்பியல் அளவு ஒன்றை ஒரு அலகிடும் முறையிலிருந்து மற்றொரு அலகிடும் முறைக்கு மாற்றப் பயன்படுகிறது.

2. கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடு பரிமாண முறைப்படி சரியானதா என சோதிக்கப் பயன்படுகிறது.

3. வெவ்வேறு இயற்பியல் அளவுகளுக்கிடையே உள்ள தொடர்பினைப் பெற பயன்படுகிறது.

1. இயற்பியல் அளவு ஒன்றை ஒரு அலகிடும் முறையில் இருந்து மற்றொரு அலகிடும் முறைக்கு மாற்றுதல்.

இந்த முறையானது ஓர் அளவின் எண் மதிப்பையும் (n) அதன் அலகையும் (u) பெருக்கக் கிடைப்பது ஒரு மாறிலி என்ற தத்துவத்தின் அடிப்படையிலானது.

$$\text{அதாவது } n(u) = \text{மாறிலி}$$

$$\text{அல்லது } n_1(u_1) = n_2(u_2)$$

ஓர் இயற்பியல் அளவானது நிறையின் 'a' பரிமாணத்தையும், நீளத்தின் 'b' பரிமாணத்தினையும், காலத்தின் 'c' பரிமாணத்தையும் பெற்றுள்ளதாக கொள்வோம்.

ஓர் அலகிடும் முறையின் அடிப்படை அலகுகள்  $M_1, L_1$  மற்றும்  $T_1$  எனவும் மற்றொரு அலகிடும் முறையின் அடிப்படை அலகுகள் முறையே  $M_2, L_2$  மற்றும்  $T_2$  எனவும் கொண்டால்,

$$n_1[M_1^a L_1^b T_1^c] = n_2[M_2^a L_2^b T_2^c]$$

இதிலிருந்து ஒரு இயற்பியல் அளவின் எண் மதிப்பினை ஓர் அலகிடும் முறையில் இருந்து மற்றொரு முறைக்கு மாற்ற முடியும்.

**பரிமாண வாய்ப்பாடு**

இயற்பியல் அளவு	சமன்பாடு	பரிமாண வாய்ப்பாடு
பரப்பு (செவ்வகம்)	நீளம் × அகலம்	[L <sup>2</sup> ]
பருமன்	பரப்பு × உயரம்	[L <sup>3</sup> ]
அடர்த்தி	நிறை / பருமன்	[ML <sup>-3</sup> ]
திசைவேகம்	இடப்பெயர்ச்சி / காலம்	[LT <sup>-1</sup> ]
முடுக்கம்	திசைவேகம் / காலம்	[LT <sup>-2</sup> ]
உந்தம்	நிறை × திசைவேகம்	[MLT <sup>-1</sup> ]
விசை	நிறை × முடுக்கம்	[MLT <sup>-2</sup> ]
வேலை	விசை × தூரம்	[ML <sup>2</sup> T <sup>-2</sup> ]
திறன்	வேலை / காலம்	[ML <sup>2</sup> T <sup>-3</sup> ]
ஆற்றல்	வேலை	[ML <sup>2</sup> T <sup>-2</sup> ]
கணத்தாக்கு	விசை × காலம்	[MLT <sup>-1</sup> ]
சுழற்சி ஆரம்	தொலைவு	[L]
அழுத்தம் அல்லது தகைவு	விசை / பரப்பு	[ML <sup>-1</sup> T <sup>-2</sup> ]
பரப்பு இழுவிசை	விசை / நீளம்	[MT <sup>-2</sup> ]
அதிர்வெண்	1 / அலைவு காலம்	[T <sup>-1</sup> ]
நிறைமத்திருப்புத்திறன்	நிறைவு × (தொலைவு) <sup>2</sup>	[ML <sup>2</sup> ]
விசையின் திருப்புத்திறன் அல்லது திருப்பு விசை	விசை × தொலைவு	[ML <sup>2</sup> T <sup>-2</sup> ]
கோணத் திசைவேகம்	கோண இடப்பெயர்ச்சி / காலம்	[T <sup>-1</sup> ]
கோண முடுக்கம்	கோணத்திசை வேகம் / காலம்	[T <sup>-2</sup> ]
கோண உந்தம்	நேர்க்கோட்டு உந்தம் × தூரம்	[ML <sup>2</sup> T <sup>-1</sup> ]
மீட்சிக் குணகம்	தகைவு / திரிபு	[ML <sup>-1</sup> T <sup>-2</sup> ]
பாகியல் எண்	(விசை × தூரம்) (பரப்பு × திசைவேகம்)	[ML <sup>-1</sup> T <sup>-1</sup> ]
பரப்பு ஆற்றல்	வேலை / பரப்பு	[MT <sup>-2</sup> ]
வெப்ப ஏற்புத்திறன்	வெப்ப ஆற்றல் / வெப்ப நிலை	[ML <sup>2</sup> T <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup> ]
மின்னூட்டம்	மின்னோட்டம் × காலம்	[AT]
காந்தத் தூண்டல்	விசை / (மின்னோட்டம் × நீளம்)	[MT <sup>-2</sup> A <sup>-1</sup> ]
விசை மாறிலி	விசை / இடப்பெயர்ச்சி	[MT <sup>-2</sup> ]
ஈர்ப்பு மாறிலி	[விசை × (தொலைவு) <sup>2</sup> / (நிறை) <sup>2</sup> ]	[M <sup>-1</sup> L <sup>3</sup> T <sup>-2</sup> ]
பிளாங்க் மாறிலி	ஆற்றல் / அதிர்வெண்	[ML <sup>2</sup> T <sup>-1</sup> ]
∴பாரடே மாறிலி	ஆவகட்ரோ மாறிலி × மின்னூட்டம்	[AT mol <sup>-1</sup> ]
போல்ஸ்ட்மென் மாறிலி	ஆற்றல் / வெப்பநிலை	[ML <sup>2</sup> T <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup> ]

பரிமாண பகுப்பாய்வின் வரம்புகள்:

1. எண்கள்,  $\pi$  e (ஆய்லர் எண்) போன்ற பரிமாணமற்ற மாறிலிகளின் மதிப்பை இம்முறையின் மூலம் பெற முடியாது.
2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவு வெக்டர் அளவா? அல்லது ஸ்கேலர் அளவா? என்பதை இம்முறை மூலம் தீர்மானிக்க முடியாது.
3. திரிகோணமிதி, அடுக்குக்குறி மற்றும் மடக்கை சார்புகள் உள்ளடங்கிய சமன்பாடுகளின் தொடர்புகளைக் கண்டறிய இம்முறையில் இயலாது.
4. மூன்றுக்கு மேற்பட்ட இயற்பியல் அளவுகள் உள்ளடங்கிய சமன்பாடுகளுக்கு இம்முறையைப் பயன்படுத்த இயலாது.
5. இம்முறையில் ஒரு சமன்பாடு பரிமாண முறையில் சரியானதா, என்றே மெய்ப்பிக்க முடியும் அதன் உண்மையான சமன்பாட்டைக் கண்டறிய முடியாது.

எடுத்துக்காட்டாக,  $s = ut + \frac{1}{3} at^2$  என்பது பரிமாண முறைப்படி சரி. ஆனால் உண்மையான சமன்பாடு  $s = ut + \frac{1}{2} at^2$  ஆகும்.

௭



## 11வது இயற்பியல் – I

### அலகு- 2 இயக்கவியல் (Kinematics)

#### அறிமுகம்

இயற்பியல், அடிப்படையில் ஒரு சோதனை அடிப்படையிலான அறிவியல் (Experimental Science) ஆகும். இது சோதனை மற்றும் கணிதம் என்ற இரண்டு தூண்களின் மீது நிலைநிறுத்தப்பட்டுள்ளது. இரண்டாயிரத்து முன்னூறு ஆண்டுகளுக்கு முன்னர் கிரேக்க நூலகர் இராட்டோஸ்தெனிஸ் (Eratosthenes) என்பவர் புவியின் ஆரத்தை அளவீடு செய்தார். மிகநீண்ட இடைவெளிக்குப் பின்னர் 20 ஆம் நூற்றாண்டின் துவக்கத்தில்தான் அணுவின் அளவு அளவீடு செய்யப்பட்டது. இயற்பியலின் மையக்கருத்தாக இயக்கம் உள்ளது. அணுத்துகள்களின் இயக்கத்திலிருந்து, பிரபஞ்சத்தில் உள்ள கோள்களின் இயக்கம் வரை இயற்கையின் அனைத்து நிலைகளிலும் இயக்கம் இருக்கிறது. சுருங்கக்கூறின் முழு பிரபஞ்சமே பல்வேறுவகையான இயக்கங்களின் தொகுப்பாக உள்ளது. இந்த பல்வேறுவகையான இயக்கங்களும் கணிதமொழியில் விவரிக்கப்பட்டுள்ளன.

பொருள் எவ்வாறு இயங்குகிறது? எவ்வளவு வேகமாக அல்லது மெதுவாக இயங்குகிறது? எடுத்துக்காட்டாக, பத்து தடகள வீரர்கள் ஓர் ஓட்டப் பந்தயத்தில் ஓடுகின்றனர் ஆனால், அவைவரும் ஒரே வேகத்தில் ஓடுவதில்லை. அவர்களின் ஓட்டத்தினை நாம் நடைமுறையில் பயன்படுத்தும் வார்த்தைகளான மிகவேகமாக, வேகமாக, மெதுவாக, மிகமெதுவாக என்பன போன்ற வார்த்தைகளைக் கொண்டு அளவீடு செய்ய இயலாது. அளவீடு செய்வது என்றால் ஒவ்வொரு வீரரின் ஓட்டத்திற்கும் எண்களை வழங்கி, அவ்வெண்களை ஒப்பீடு செய்வதன் மூலம் ஒரு வீரரின் ஓட்டத்தினை மற்ற வீரர்களின் ஓட்டத்தோடு ஒப்பிட்டுப் பார்க்க முடியும்.

இந்த அலகில் இயக்கத்தினை எண்மதிப்பு மற்றும் திசையின் அடிப்படையில் பகுத்துப் பார்ப்பதற்குத் தேவையான அடிப்படை கணிதவியல் முறைகள் விளக்கப்பட்டுள்ளன. இயக்கத்தினை ஏற்படுத்தும் விசையைக் கருத்தில் கொள்ளாமல் இயக்கத்தைப் பற்றி மட்டும் கூறுவது இயக்கவியல் (Kinematics) ஆகும். கினமா (Kinema) என்ற கிரேக்க வார்த்தையின் பொருள் இயக்கமாகும். இயக்கவியலை இயங்கியல் என்றும் அழைக்கலாம்.

#### 2.2 ஓய்வு மற்றும் இயக்கம் பற்றிய கருத்து

ஓய்வு மற்றும் இயக்கம் பற்றிய கருத்தை, பின்வரும் விளக்கத்திலிருந்து நன்கு புரிந்து கொள்ளலாம். ஓடும் பேருந்தின் உள்ளே அமர்ந்திருக்கும் நபர், அவரின் அருகே உள்ளவரைப் பொறுத்து ஓய்வு நிலையிலும், பேருந்திற்கு வெளியே நின்று கொண்டிருப்பவரைப் பொறுத்து இயக்க நிலையிலும் உள்ளார். ஓய்வு நிலை மற்றும் இயக்க நிலை பற்றிய கருத்துகள், குறிப்பாயத்தை பொறுத்து வேறுபடும். ஓய்வு அல்லது இயக்கத்தினைப் புரிந்து கொள்வதற்கு நமக்குத் தகுந்த நிலையான குறிப்பாயம் தேவை.

#### குறிப்பாயம்

எந்த ஒரு ஆய அச்சத்தோடு தொடர்பு இல்லாத பொறுத்து பொருளொன்றின் நிலை குறிப்பிடப்படுகிறதோ, அந்த ஆய அச்சத் தொகுப்பிற்கு குறிப்பாயம் என்று பெயர்.

எந்த ஒரு குறிப்பிட்ட நேரத்திலும் ஒரு பொருளின் நிலையினை விவரிக்கப் பயன்படும், ஆய அச்சங்கள்  $(x, y, z)$  (அதாவது  $x, y$  மற்றும்  $z$  அச்சுகளில் பொருளின் தொலைவு) கொண்ட குறிப்பாயமே கார்டிசியன் ஆய அச்சத் தொகுப்பு எனப்படும். இது படம் 2.2 ல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

கார்டிசியன் ஆய அச்சத்தொகுப்பு

$x, y$  மற்றும்  $z$  அச்சுகள் வரிசைப்படி கடி கடி கடி முள் சுழலும் திசைக்கு எதிர்த்திசையில் உள்ளவாறு வரையப்படும் என்பதை நினைவில் கொள்ளவும். மேலும் அவற்றை வலக்கை கார்டிசியன் ஆய

அச்சத்தொகுப்பு என அழைக்கலாம். வெவ்வேறு ஆய அச்சத்தொகுப்புகள் இயற்பியலில் உள்ளபோதும், மரபுப்படிநாம் வலக்கை ஆய அச்சத்தொகுப்பு என அழைக்கலாம். வெவ்வேறு ஆய அச்சத்தொகுப்புகள் இயற்பியலில் உள்ளபோதும், மரபுப்படிநாம் வலக்கை ஆய அச்சத்தொகுப்பிணையே பின்பற்றுகிறோம்.

வலக்கை ஆய அச்சத்தொகுப்பு உங்கள் வலக்கையின் விரல்களை நோக்குறி X- அச்சத்திசையில் வைத்து, அவற்றை Y- அச்சத்திசையில் சுழற்றினால், உங்களின் பெருவிரல் நோக்குறி Z-அச்சின் திசையினைக் காட்டும்.

வலக்கை ஆய அச்சத்தொகுப்பு

பின் வரும் படம் வலக்கை மற்றும் இடக்கை ஆய அச்சத்தொகுப்புகளின் வேறுபாடுகளை எடுத்துக்காட்டுகிறது.



வலக்கை மற்றும் இடக்கை ஆய அச்சத்தொகுப்புகள்

### புள்ளிநிறை (Point mass)

ஒரு குறிப்பிட்ட நிறை கொண்ட பொருளின் இயக்கத்தினை விளக்க, 'புள்ளிநிறை' என்ற கருத்து தேவைப்படுகிறது. மேலும் புள்ளிநிறை என்ற கருத்து மிகவும் பயனுள்ளதாகவும் இருக்கிறது. பொருளின் நிறை முழுவதும் ஒரு குறிப்பிட்ட புள்ளியில் செறிந்திருப்பதாகக் கருதினால், இப்படிப்பட்ட நிறையே 'புள்ளிநிறை' என அழைக்கப்படுகிறது. புள்ளிநிறைக்கு வடிவமோ, அமைப்போ இல்லை. கணிதவியல் படிப்புள்ளிநிறை என்பது சூழிபரிணாம முடையது. ஆனால் வரம்புக்குட்பட்ட நிறை உள்ளது. இருப்பினும், புள்ளிநிறை என்பது நடைமுறையில் சாத்தியமில்லை. சில நேரங்களில் இக்கருத்து நமது கணக்கீடுகளை எளிமைப்படுத்தும், புள்ளிநிறை என்பது ஒன்றினைச் சார்ந்த கருத்து, அது நாம் பகுப்பாய்வு செய்யும் பொருளின் இயக்கம் மற்றும் பொருள் இயங்கும் குறிப்பாயம் இவற்றைப் பொறுத்தும் மட்டுமே அர்த்தமுடையதாகிறது.

### எடுத்துக்காட்டுகள்:

- சூரியனைப் பொறுத்து புவியின் இயக்கத்தினைப் பகுப்பாய்வு செய்யும்போது, புவியை ஒரு புள்ளிநிறையாகக் கருதப்படும். ஏனெனில் புவியின் அளவுடன் ஒப்பிடும் போது, புவிக்கும் சூரியனுக்கும் உள்ள தொலைவு மிக அதிகம்.
- காற்றில் வீசி எறியப்பட்ட சிறிய கல் போன்ற ஒழுங்கற்ற வடிவமுடைய பொருளின் இயக்கத்தினைப் பகுப்பாய்வு செய்யும் போது, இந்தக் கல்லினை ஒரு புள்ளிநிறையாகக் கருதலாம். ஏனென்றால், கல் கடந்த தொலைவுடன் ஒப்பிடும் போது, கல்லின் அளவு மிகச் சிறியது.

### இயக்கத்தின் வகைகள்

அன்றாட வாழ்வில் கீழ்க்கண்ட வகையான இயக்கங்களை நாம் காணலாம்.

#### அ) நோக்கோட்டு இயக்கம்

ஒரு பொருள் நோக்கோட்டில் இயங்கினால் அவ்விடத்தில் நோக்கோட்டு இயக்கம் என அழைக்கப்படும்.

#### எடுத்துக்காட்டுகள்

- நேரான ஓடுபாதையில் ஓடும் தடகள வீரர்

- புவியினைநோக்கிவிழும் பொருள்

#### ஆ) வட்ட இயக்கம்.

வட்டப்பாதையில் இயங்கும் பொருளின் இயக்கம்,வட்ட இயக்கம் என அழைக்கப்படும்.

#### எடுத்துக்காட்டுகள்

- கயிற்றில் கட்டப்படும் சுழற்றப்படும் கல்
- புவியினைச் சுற்றிவரும் செயற்கைக் கோளின் இயக்கம்

#### இ. சுழற்சி இயக்கம்

எந்தஒருதிண்மப்பொருளும் ஒருஅச்சினைப் பொறுத்துசுழலும் போது. அவ்வியக்கம் சுழற்சி இயக்கம் என அழைக்கப்படும். அச்சுமற்சியின் போதுதிண்மப்பொருளில் உள்ளஎந்தஒருபுள்ளியும் அவ்வச்சினைப்பொறுத்துவட்ட இயக்கத்தைமேற்கொள்ளும். (சுழல் அச்சில் உள்ளபுள்ளியைத் தவிர்த்து)

#### எடுத்துக்காட்டுகள்

- அச்சினைப் பொறுத்துசுழலும் வட்டவடிவத்தட்டு
- அச்சினைப் பொறுத்துதன்னைத்தானேசுற்றும் புவி

#### ஈ) அதிர்வு இயக்கம்

பொருளொன்றுநிலையானஒருபுள்ளியைப் பொறுத்துமுன்னும் பின்னும் இயக்கத்தினைமேற்கொண்டால்,அவ்வியக்கம் அதிர்வியக்கமெனப்படும். சிலநேரங்களில் இவ்வியக்கம் அலைவு இயக்கம் எனவும் அழைக்கப்படும்.

#### எடுத்துக்காட்டுகள்

- கிட்டார் (Guitar) இசைக்கருவியில் உள்ளஅதிர்வடையம் கம்பி
- ஊஞ்சலின் இயக்கம்

மேலே கூறப்பட்ட இயக்கங்கள் மட்டுமல்லாமல் நீள்வட்ட இயக்கம் மற்றும் வரிச்சுரள் இயக்கம் (Helical) போன்றவேறு இயக்கங்களும் நடைமுறையில் சாத்தியமாகும்.

#### ஒருபரிமாண, இரு பரிமாணமற்றும் முப்பரிமாண இயக்கம்

வெளியில் (Space) உள்ளதுகள் ஒன்றின் நிலையானது  $x, y$ , மற்றும்  $z$  செங்குத்து ஆய அச்சுகளின் அடிப்படையில் வரையறை செய்யப்படுகிறது எனக்கருதுக. இந்த ஆய அச்சுகள் நேரத்தைப் பொறுத்துமாற்றமடையும் போது, துகள் இயக்கத்தில் உள்ளது எனக்கூறலாம். இருப்பினும் மூன்று ஆய அச்சுக்கூறு எண்களும் நேரத்தைப் பொறுத்துமாற்றமடையவேண்டிய அவசியமில்லை. ஏதேனும் ஒன்று அல்லது இரண்டு ஆய அச்சுக்கூறு எண்கள் நேரத்தைப் பொறுத்துமாற்றம் அடைந்தாலும், துகள் இயக்கத்தில் உள்ளது எனக்கூறலாம். எனவே ஒரு பொருளின் இயக்கம் கீழ்க்கண்டவாறு வகைப்படுத்தப்படுகிறது.

#### (i) ஒருபரிமாண இயக்கம்

துகள் ஒன்றுநேர்க்கோட்டில் இயங்கினால் அவ்வியக்கம் ஒருபரிமாண இயக்கம் எனப்படும். சிலநேரங்களில் இவ்வியக்கம் நேர்க்கோட்டு இயக்கம் (Linear motion/Rectilinear motion) எனவும் அழைக்கப்படும், இவ்வகை இயக்கத்தில் மூன்று செங்குத்து ஆய அச்சுகளில் ஏதேனும் ஒரு ஆய அச்சுக்கு எண் மட்டுமே நேரத்தைப் பொறுத்து மாற்றமடையும்.

எடுத்துக்காட்டாக,  $A$  புள்ளியில் இருந்து  $B$  புள்ளிக்கு  $x$  திசையில் நகரும் பொருளின் இயக்கம் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இங்கு  $x$  ஆய அச்சில் மட்டுமே மாற்றம் ஏற்படுகிறது என்பதை கவனிக்கவும்.

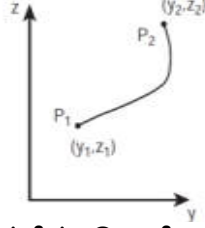
பொருளின் ஒருபரிமாண இயக்கம்

**எடுத்துக்காட்டுகள்**

- நேரான இருப்புப்பாதையில் இயங்கும் இரயில் வண்டி
- புவிஈர்ப்புவிசையால் தடையின்றிதானேவிழும் பொருள்.

**ii) இரு பரிமாண இயக்கம்**

தளம் ஒன்றில் வளைவுபாதையில் இயங்கும் துகளின் இயக்கத்தினை, இரு பரிமாண இயக்கம் என்று அழைக்கலாம். இவ்வகை இயக்கத்தில் மூன்றுசெங்குத்துஆய அச்சுகளில் இரண்டு ஆய அச்சுகள் மட்டுமே நேரத்தைப் பொருத்துமாற்றமடையும். துகள் ஒன்று y-z தளத்தில் இயங்கும்போது x- ஆய அச்சு எண்ணில் எவ்வித மாற்றமும் இல்லை ஆனால் y மற்றும் z ஆய அச்சு எண்களில் மாற்றம் ஏற்படுகிறது.



துகள் ஒன்றின் இருபரிமாண இயக்கம்

**எடுத்துக்காட்டுகள்**

- கேரம் பலகையில் (Carrom board) இயங்கும் வில்லை
- அறை ஒன்றின் தளத்தில் அல்லது சுவற்றில் ஊர்ந்து செல்லும் பூச்சி

**(iii) முப்பரிமாண இயக்கம்**

முப்பரிமாண வெளியில் இயங்கும் துகளின் இயக்கம், முப்பரிமாண இயக்கம் எனப்படும். இவ்வகை இயக்கத்தில் மூன்று ஆய அச்சுகளும், நேரத்தைப் பொருத்துமாற்றமடையும், துகளின் முப்பரிமாண இயக்கத்தில், ஆய அச்சுகளும்; x, y மற்றும் z ஆகிய மூன்றும் மாற்றமடையும்.

**எடுத்துக்காட்டுகள்:**

- வானில் பறக்கும் பறவை
- ஒழுங்கற்ற முறையில் இயங்கும் வாயு மூலக்கூறுகள்
- வானில் பறக்கும் பட்டம்

**2.3 வெக்டர் இயற்கணிதம் பற்றிய அடிப்படைக் கருத்துகள்**

இயற்பியலில், சில அளவுகள் எண்மதிப்பை மட்டுமே பெற்றுள்ளன. வேறு சில அளவுகள் எண்மதிப்பு மற்றும் திசை இரண்டையும் பெற்றுள்ளன. இந்த இயற்பியல் அளவுகளைப் புரிந்து கொள்வதற்கு, வெக்டர் மற்றும் ஸ்கேலரின் பண்புகளைப் பற்றி அறிந்து கொள்வது அவசியமாகும்.

**ஸ்கேலர்**

எண்மதிப்பினால் மட்டுமே குறிப்பிடக்கூடிய அளவுகள் ஸ்கேலர் எனப்படும். இயற்பியலில் பல்வேறு அளவுகள் ஸ்கேலரால் குறிப்பிடப்படுகின்றன.

**எடுத்துக்காட்டுகள்:**

கடந்த தொலைவு, நிறை, வெப்பநிலை, வேகம் மற்றும் ஆற்றல்

**வெக்டர்**

எண்மதிப்பு மற்றும் திசை இவை இரண்டினாலும் குறிப்பிடக்கூடிய அளவுகள் வெக்டர் எனப்படும். வடிவ கணித முறையில் வெக்டர் என்பது ஒரு குறிப்பிட்ட திசையைக் காட்டும் கோட்டுத்துண்டு ஆகும். இது படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இயற்பியலில் சில அளவுகள் வெக்டரால் மட்டுமே குறிப்பிட இயலும்.



வடிவ கணித முறையில் குறிப்பிட்ட வெக்டர்

**எடுத்துக்காட்டுகள்**

- விசை, திசைவேகம், இடப்பெயர்ச்சி, நிலைவேகம், முடுக்கம், நேர்க்கோட்டு உந்தம் மற்றும் கோண உந்தம்.

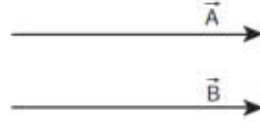
**2.3.1 வெக்டரின் எண்மதிப்பு**

ஒரு வெக்டரின் நீளம் அதன் எண்மதிப்பு எனப்படும். இது எப்போதும் நேர்க்குறிமதிப்பு பெற்றிருக்கும். சில நேரங்களில் வெக்டரின் எண்மதிப்புவெக்டரின் தரம் (Norm of the vector) எனவும் அழைக்கப்படும்.  $\hat{A}$  என்ற வெக்டரின் மதிப்பு  $|\vec{A}|$  அல்லது எளிமையாக 'A' எனவும் குறிப்பிடப்படுகிறது.



**2.3.2. வெக்டரின் வகைகள்**

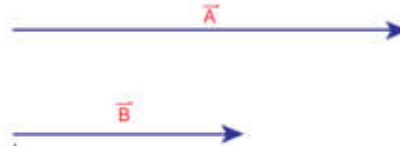
1. சமவெக்டர்கள் :  $\vec{A}$  மற்றும்  $\vec{B}$  என்ற இரண்டு வெக்டர்கள் ஒரே எண்மதிப்பையும், ஒரே திசையிலும் செயல்பட்டு ஒரே இயற்பியல் அளவினைக் குறிப்பிட்டால், அவ்வெக்டர்கள் சமவெக்டர்கள் என்று அழைக்கப்படும்.



வடிவ கணித முறையில் சமவெக்டர்கள்

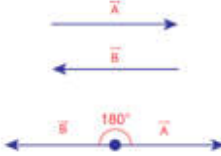
அ) ஒரு கோட்டு வெக்டர்கள் : ஒரே கோட்டின் வழியே செயல்படும் வெக்டர்கள் ஒரு கோட்டு வெக்டர்கள் என்று அழைக்கப்படுகிறது. அவ்வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்  $0^\circ$  அல்லது  $180^\circ$  ஆகும். ஒரு கோட்டு வெக்டர்கள் இரண்டு வகைப்படும்.

(i) இணை வெக்டர்கள்:  $\vec{A}$  மற்றும்  $\vec{B}$  என்ற இரண்டு வெக்டர்கள் ஒரே திசையிலும் இணை கோடுகள் வழியாகவும் செயல்பட்டால் அவற்றை இணை வெக்டர்கள் என்று அழைக்கலாம். இணை கோடுகள் வழியே செயல்படுவதால் அவற்றுக்கு இடையே உள்ள கோணம்  $0^\circ$  ஆகும்.



வடிவ கணித முறையில் இணை வெக்டர்கள்

(ii) எதிர் - இணை வெக்டர்கள்:  $\vec{A}$  மற்றும்  $\vec{B}$  என்ற இரண்டு வெக்டர்கள் எதிரெதிர் திசையில் ஒரே கோட்டில் அல்லது இணை கோடுகள் வழியாக செயல்பட்டால் அவற்றை எதிர்-இணை வெக்டர்கள் என்று அழைக்கலாம்.



வடிவ கணித முறையில் எதிர் இணை வெக்டர்கள்

(2) ஓரலகு வெக்டர்: ஒரு வெக்டரை அதன் எண்மதிப்பால் வகுக்கக்கிடைப்பது ஓரலகு வெக்டர் ஆகும்.  $\vec{A}$  வெக்டரின் ஓரலகு வெக்டர்  $\hat{A}$  எனக் குறிப்பிடப்படும் ( $A$  கேப் அல்லது  $\hat{A}$  ஹேட் (hat) எனப் படிக்கவும்) இதன் எண்மதிப்பு ஒன்று அல்லது ஓரலகு ஆகும்.

$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{A}$  எனவே  $\vec{A} = A\hat{A}$  எனவும் எழுதலாம்.



எனவே, ஓரலகு வெக்டர், வெக்டரின் திசையினை மட்டுமே காட்டும்.

(3) **செங்குத்து ஓரலகு வெக்டர்கள்:** மூன்று ஓரலகு வெக்டர்கள்  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  மற்றும்  $\hat{k}$  ஆகியவற்றைக் கருதுக. இந்த மூன்று ஓரலகு வெக்டர்களும்  $x, y$  மற்றும்  $z$  அச்சின் நேர்குறி திசையினைக் காட்டுகின்றன. இவற்றில், எந்த இரண்டு ஓரலகு வெக்டர்களுக்கு இடையே உள்ள கோணம்  $90^\circ$  ஆகும். இவ்வாறு ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாகச் செயல்படும் ஓரலகு வெக்டர்களுக்கு செங்குத்து ஓரலகு வெக்டர்கள் என்றும் பெயர். இங்கு  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  மற்றும்  $\hat{k}$  என்பவை செங்குத்து ஓரலகு வெக்டர்களைக் குறிக்கிறது.



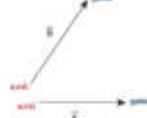
செங்குத்து ஓரலகு வெக்டர்கள்

### வெக்டர்களின் கூடுதல்

வெக்டர்கள், எண்மதிப்பு மற்றும் திசை இவ்விருண்டையும் பெற்றுள்ளதால், சாதாரண இயற்கணித முறையில் அவற்றின் கூடுதலைக் காண இயலாது. எனவே, வெக்டர்களை வடிவியல் முறையிலோ அல்லது பகுப்பு முறையிலோ சில விதிகளைப் பயன்படுத்தி அவற்றின் கூடுதலைக் காண வேண்டும். இம்முறைக்கு வெக்டர் இயற்கணிதம் என்று பெயர். ஒன்றுக்கொன்று சாய்ந்த நிலையில் உள்ள இரண்டு வெக்டர்களின் கூடுதலை (தொகுபயன்) (i) வெக்டர்களின் முக்கோணக் கூட்டல் விதி (ii) வெக்டர்களின் இணைகரவிதி ஆகிய இரண்டு விதிகளைப் பயன்படுத்திக் காணலாம்.

### வெக்டர்களின் முக்கோண விதி:

$\vec{A}$  மற்றும்  $\vec{B}$  என்ற இரண்டு வெக்டர்களின் தொகுபயனை வெக்டர்களின் முக்கோணக் கூட்டல் விதியைப் பயன்படுத்திக் காணலாம்.



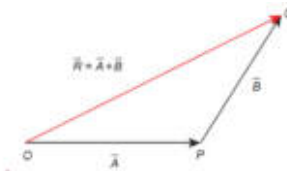
வெக்டர்களின் தலைமற்றும் வால் பகுதிகள்

இரண்டு வெக்டர்களின் தொகுபயனை, வெக்டர்களின் முக்கோண விதியினைப் பயன்படுத்திக் கீழ்க்கண்டவாறு காணலாம்.  $\vec{A}$  மற்றும்

$\vec{B}$  என்ற இரண்டு சமூகியற்ற வெக்டர்கள் வரிசைபடி ஒரு முக்கோணத்தின் அடுத்தடுத்த பக்கங்களாகக் கருதப்பட்டால், அவற்றின் தொகுபயன், எதிர்வரிசையில் எடுக்கப்பட்ட அம் முக்கோணத்தின் மூன்றாவது பக்கத்தினால் குறிப்பிடப்படும். இது பின்வருமாறு விளக்கப்பட்டுள்ளது.

$\vec{A}$  வெக்டரின் தலைப்பகுதி  $\vec{B}$  வெக்டரின் வால்பகுதியோடு இணைக்கப்பட்டுள்ளது  $\vec{A}$  வெக்டர் மற்றும்  $\vec{B}$  வெக்டர்களுக்கு இடையே உள்ள கோணம்  $\theta$  என்க.  $\vec{A}$  வெக்டரின் வால்பகுதியையும்  $\vec{B}$  இன் தலைப்பகுதியையும் இணைத்தால் தொகுபயன் வெக்டர்  $\vec{R}$  இன் எண்மதிப்பு அதன் நீளம்  $OQ$  க்குச் சமம். மேலும் தொகுபயன் வெக்டர்  $\vec{R}$  மற்றும்  $\vec{A}$  வெக்டருக்கு இடையே உள்ள கோணம், தொகுபயன் வெக்டரின் திசையைக் கொடுக்கும். எனவே  $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$  என எழுதலாம். ஏனெனில்

$$\overline{OQ} = \overline{OP} + \overline{PQ}$$



வெக்டர்களின் முக்கோணக்கூட்டல் வித  
1

(1) தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்பு

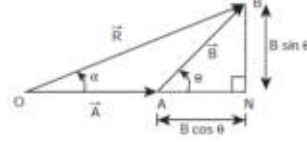
தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்புமற்றும் திசைகீழ்க்கண்டவாறுகணக்கிடப்படுகிறது.

படத்தில்

ABNஎன்றசெங்கோணமுக்கோணத்தைக் கருதுக.

படத்தில்

OAஎன்றபக்கத்தைONவரைநீட்டுவதன் மூலம் ABNஎன்றசெங்கோணமுக்கோணம் கிடைக்கிறது.



வெக்டர்களின் முக்கோணக் கூட்டல் விதிப்படி தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்புமற்றும் திசை

$$\cos \theta = \frac{AN}{B} \therefore AN = B \cos \theta \text{ மற்றும்}$$

$$\sin \theta = \frac{BN}{B} \therefore BN = B \sin \theta$$

$$\Delta OBN \text{ ல் } OB^2 = ON^2 + BN^2$$

$$\Rightarrow R^2 = (A + B \cos \theta)^2 + (B \sin \theta)^2$$

$$\Rightarrow R^2 = A^2 + B^2 \cos^2 \theta + 2AB \cos \theta + B^2 \sin^2 \theta$$

$$\Rightarrow R^2 = A^2 + B^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) + 2AB \cos \theta$$

$$\Rightarrow R^2 = A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta}$$

இச்சமன்பாடு A மற்றும் B வெக்டர்களின் தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்பைத் தருகிறது.

(2) தொகுபயன் வெக்டரின் திசை:

A மற்றும் B வெக்டர் இடையே உள்ள கோணம் theta எனில்

$$|\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta}$$

R வெக்டர் A வெக்டருடன் ஏற்படுத்தும் கோணம் alpha எனில் ΔOBN ல்

$$\tan \alpha = \frac{BN}{ON} = \frac{BN}{OA + AN}$$

$$\tan \alpha = \frac{B \sin \theta}{A + B \cos \theta}$$

$$\Rightarrow \alpha = \tan^{-1} \left( \frac{B \sin \theta}{A + B \cos \theta} \right)$$

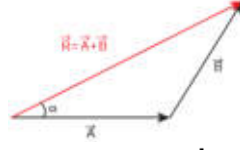
எடுத்துக்காட்டு 2.1

A மற்றும் B என்ற இரண்டு வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று 60° கோணத்தில் சாய்ந்த நிலையில் உள்ளன. அவற்றின் எண்மதிப்புகள் முறையே 5 அலகுகள் மற்றும் 7 அலகுகள் ஆகும். தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்புமற்றும் A யைப் பொருத்து தொகுபயன் வெக்டரின் திசை ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு

வெக்டர்களின் முக்கோணவிதிப்படிதொகுபயன் வெக்டர்  $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$  என எழுதலாம்.

கீழ்க்கண்டபடம் வெக்டர்களின் கூடுதலை எவ்வாறு முக்கோணவிதியின் அடிப்படையில் காணலாம் என்பதை விளக்குகிறது.



தொகுபயன் வெக்டரின் ( $\vec{R}$ ) எண் மதிப்பு

$$R = |\vec{R}| = \sqrt{5^2 + 7^2 + 2 \times 5 \times 7 \cos 60^\circ}$$

$$R = \sqrt{25 + 49 + \frac{70 \times 1}{2}} = \sqrt{109} \text{ அலகுகள்}$$

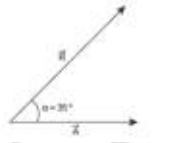
$\vec{R}$  மற்றும்  $\vec{A}$  க்கு இடையே உள்ள கோணம்  $\alpha$  (தொகுபயன் வெக்டரின் திசை) கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடப்படுகிறது.

$$\tan \alpha = \frac{B \sin \theta}{A + B \cos \theta} \quad (2.2)$$

எனவே,

$$\tan \alpha = \frac{7 \times \sin 60^\circ}{5 + 7 \cos 60^\circ} = \frac{7\sqrt{3}}{10 + 7} = \frac{7\sqrt{3}}{17} \approx 0.713$$

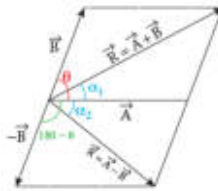
$$\therefore \alpha \approx 35^\circ$$



வெக்டர்களின் கழித்தல்:

வெக்டர்கள் எண்மதிப்பையும், திசையையும் பெற்றிருப்பதால் அவற்றை சாதாரண இயற்கணிதவிதிகளைப் பயன்படுத்திக் கழிக்க முடியாது. எனவே வெக்டர் கழித்தலை வடிவியல் முறை அல்லது பகுப்பு முறையில் காணவேண்டும். வடிவியல் முறையில் இரண்டு வெக்டர்களை எவ்வாறு கழிக்கவேண்டும் என்பதை படத்தில் காணலாம்.

$\vec{A}$  மற்றும்  $\vec{B}$  என்ற இரண்டு சுழியற்ற வெக்டர்கள்  $\theta$  கோணத்தில் ஒன்றுக்கொன்று சாய்ந்த நிலையில் உள்ளன.  $\vec{A} - \vec{B}$  ன் தொகுபயன் மதிப்பு கீழ்க்காணுமாறு பெறப்படுகிறது.  $\vec{B}$  ஐப் பெறவேண்டும்.  $\vec{A}$  மற்றும்  $\vec{B}$  க்கு இடைப்பட்ட கோணம்  $180^\circ - \theta$  ஆகும்.



வெக்டர்களின் கழித்தல்

$\vec{A}, \vec{B}$  இன் வேறுபாடு  $\vec{A} - \vec{B}$  என்பதை,  $\vec{A} + (-\vec{B})$  என்றும் எழுதலாம்.

சமன்பாடு (2.1) லிருந்து

$$|\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos(180^\circ - \theta)} \quad (2.3)$$

இங்கு  $\cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta$

$$\Rightarrow |\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos \theta} \quad (2.4)$$

சமன்பாடு 2.2 ஐப் போன்றமற்றொருசமன்பாட்டிலிருந்து

$$\tan \alpha_2 = \frac{B \sin(180^\circ - \theta)}{A + B \cos(180^\circ - \theta)} \quad (2.5)$$

ஆனால்  $\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta$

$$\Rightarrow \tan \alpha_2 = \frac{B \sin \theta}{A - B \cos \theta} \quad (2.6)$$

$\vec{A}, \vec{B}$  வெக்டர்களின் வேறுபாடு ( $\vec{A} - \vec{B}$ ) ஒருவெக்டராகும். மேலும் அதன் எண்மதிப்புமற்றும் திசையசமன்பாடுகள் (2.4) மற்றும் (2.6) ஆகியவைகொடுக்கின்றன.

### எடுத்துக்காட்டு 2.2

$\vec{A}$  மற்றும்  $\vec{B}$  என்ற இரண்டு வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று  $60^\circ$  கோணத்தில் சாய்ந்த நிலையில் உள்ளன. அவற்றின் எண்மதிப்புகள் முறையே 5 அலகுகள் மற்றும் 7 அலகுகள் ஆகும். தொகுபயன் வெக்டர்  $\vec{A} - \vec{B}$  ன் எண்மதிப்பையும்,  $\vec{A}$  வெக்டரைப் பொருத்து தொகுபயன் வெக்டர்  $\vec{A} - \vec{B}$  திசையையும் காண்க.

தீர்வு:

சமன்பாடு (2.4) லிருந்து

$$|\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{5^2 + 7^2 - 2 \times 5 \times 7 \cos 60^\circ}$$

$$= \sqrt{25 + 49 - 35} = \sqrt{39} \text{ அலகுகள்}$$

$\vec{A}$  வெக்டரைப் பொருத்து  $\vec{A} - \vec{B}$  ஏற்படுத்தும் திசை

$$\tan \alpha_2 = \frac{7 \sin 60^\circ}{5 - 7 \cos 60^\circ} = \frac{7\sqrt{3}}{10 - 7} = \frac{7}{\sqrt{3}} = 4.041$$

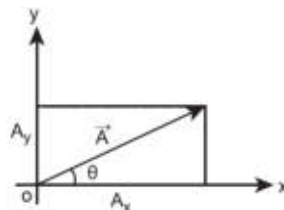
$$\alpha_2 = \tan^{-1}(4.041) \cong 76^\circ$$

### 2.4 வெக்டர் கூறுகள் (COMPONENTS OF A VECTOR)

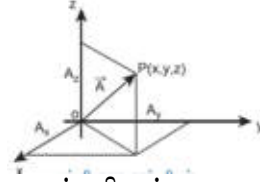
கார்டீசியன் ஆய அச்சத்தொகுப்பில், எந்த ஒரு வெக்டரையும் ( $\vec{A}$ ) x, y மற்றும் z அச்சின்திசையில் செயல்படும் மூன்று கூறுகளாகப் பிரிக்கலாம்.

முப்பரிமாண ஆய அச்சத்தொகுப்பின் படி வெக்டர் ஒன்றை ( $\vec{A}$ ) அதன் கூறுகளாக கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$



இரு பரிமாணகார்டீசியன் ஆய அச்சத்தொகுப்பு



முப்பரிமாணகார்டீசியன் ஆய அச்சத்தொகுப்பு  
இரு பரிமாணமற்றும் முப்பரிமாணவெக்டர் கூறுகள்

இங்கு  $A_x$  என்பது  $x$  - அச்சில்  $\vec{A}$  வெக்டரின் கூறு.

$A_y$  என்பது  $y$  - அச்சில்  $\vec{A}$  வெக்டரின் கூறு.  
மற்றும்

$A_z$  என்பது  $z$  - அச்சில்  $\vec{A}$  வெக்டரின் கூறு.

இரு பரிமாண ஆய அச்சத் தொகுப்பின் படிவெக்டர்  $\vec{A}$  இன் கூறுகளை கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j}$$

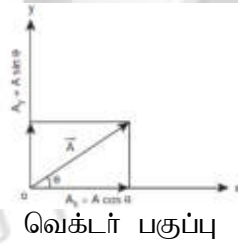
$\vec{A}$  ஆனது  $x$ -அச்சுடன் ஏற்படுத்தும் கோணம்  $\theta$ , மேலும்  $A_x$  மற்றும்  $A_y$  என்பவை  $x$ -அச்சுமற்றும்  $y$ -அச்சில்  $\vec{A}$  வெக்டரின் கூறுகள்.

$$A_x = A \cos \theta$$

$$A_y = A \sin \theta$$

இங்கு ' $A$ ' என்பது  $\vec{A}$  வெக்டரின் எண்மதிப்பு (நீளம்) ஆகும்.

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$



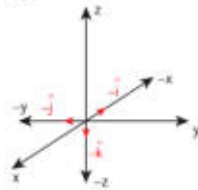
வெக்டர் பகுப்பு

எடுத்துக்காட்டு 2.3

எதிர்க்குறி  $x, y$  மற்றும்  $z$  அச்சத் திசையில் செயல்படும் ஓரலகுவெக்டர்கள் யாவை?

தீர்வு

பின்வரும் படம், எதிர்க்குறி  $x, y$  மற்றும்  $z$  அச்சத்திசையில் செயல்படும் ஓரலகுவெக்டர்களைக் காட்டுகிறது.



படத்திலிருந்து, எதிர்க்குறி  $x$  அச்சு  $y$  அச்சுமற்றும்  $z$  அச்சத்திசைகளில் செயல்படும் ஓரலகுவெக்டர்கள் முறையே  $-\hat{i}$ ,  $-\hat{j}$  மற்றும்  $-\hat{k}$  ஆகும்.

#### 2.4.1. வெக்டர் கூறுகளின் அடிப்படையில் வெக்டர்களின் கூடுதல்

இதுவரை வடிவியல் முறையில் இரண்டு வெக்டர்களின் கூடுதல் மற்றும் கழித்தல் ஆகியவற்றைப் பற்றிப் படித்தோம். தற்போது ஆய அச்சத் தொகுப்பினைப் பயன்படுத்தி எவ்வாறு இரண்டு வெக்டர்களின் கூடுதல் மற்றும் அவற்றின் கழித்தலை எளிமையாகக் காணலாம் என்பதைப் பற்றிப் படிக்கலாம்.

கார்டீசியன் ஆய அச்சத் தொகுப்பில் உள்ள இரண்டு வெக்டர்களை ( $\vec{A}$  மற்றும்  $\vec{B}$ ) கீழ்க்காணுமாறு எழுதலாம்.

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

கொடுக்கப்பட்ட இவ்விரண்டுவெக்டர்களின்  $x, y$  மற்றும்  $z$  அச்சுகளின் எண்களின் கூடுதலானது இவ்விரண்டுவெக்டர்களின் கூடுதலுக்குச் சமமாகும். அதாவது

$$\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j} + (A_z + B_z)\hat{k}$$

இதே போன்றுவெக்டர்களின் கழித்தலையும் காணலாம்.

$$\vec{A} - \vec{B} = (A_x - B_x)\hat{i} + (A_y - B_y)\hat{j} + (A_z - B_z)\hat{k}$$

மேற்கண்ட இரண்டவிதிகளும் பகுப்புமுறையில் கொடுக்கப்பட்ட இரண்டுவெக்டர்களின் கூடுதல் மற்றும் கழித்தலைக் காண்பதற்கானவழிமுறையைக் கொடுக்கின்றன.

#### எடுத்துக்காட்டு 2.4

$\vec{A}$  மற்றும்  $\vec{B}$  என்ற இரண்டுவெக்டர்கள் அவற்றின் கூறுகள் வடிவில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.  $\vec{A} = 5\hat{i} + 7\hat{j} - 4\hat{k}$  மற்றும்  $\vec{B} = 6\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$  எனில் கீழ்க்கண்டவற்றைக் காண்க

$$\vec{A} + \vec{B}, \vec{B} + \vec{A}, \vec{A} - \vec{B}, \vec{B} - \vec{A}$$

தீர்வு:

$$\begin{aligned}\vec{A} + \vec{B} &= (5\hat{i} + 7\hat{j} - 4\hat{k}) + (6\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}) \\ &= 11\hat{i} + 10\hat{j} - 2\hat{k}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{B} + \vec{A} &= (6\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}) + (5\hat{i} + 7\hat{j} - 4\hat{k}) \\ &= (6+5)\hat{i} + (3+7)\hat{j} + (2-4)\hat{k} \\ &= 11\hat{i} + 10\hat{j} - 2\hat{k}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{A} - \vec{B} &= (5\hat{i} + 7\hat{j} - 4\hat{k}) - (6\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}) \\ &= -\hat{i} + 4\hat{j} - 6\hat{k}\end{aligned}$$

$$\vec{B} - \vec{A} = \hat{i} - 4\hat{j} + 6\hat{k}$$

$\vec{A} + \vec{B}$  மற்றும்  $\vec{B} + \vec{A}$  ஒன்றுக்கொன்றுசமம். ஆனால்  $\vec{A} - \vec{B}$  மற்றும்  $\vec{B} - \vec{A}$  ஆகியவைஒன்றுக்கொன்றுஎதிராகஉள்ளதைகவனிக்கவும்.

#### 2.5 ஒரு ஸ்கேலரால் வெக்டரைப் பெருக்குதல்

ஒரு ஸ்கேலரால் வெக்டரைப் பெருக்கும் போது, மற்றொருவெக்டர் கிடைக்கும்.  $\lambda$  என்ற ஒரு நேர்க்குறிஎண்ணை  $\vec{A}$  வெக்டருடன் பெருக்கும் போது, கிடைக்கும் வெக்டர்  $\lambda \vec{A}$  ஆகும். இதன் திசை  $\vec{A}$  இன் திசையிலேயே இருக்கும். ஆனால்  $\lambda$  ஒரு எதிர்க்குறிஎண் எனில்  $\lambda \vec{A}$  இன் திசை  $\vec{A}$  வெக்டரின் திசைக்கு எதிர்த்திசையில் இருக்கும்.

#### எடுத்துக்காட்டு 2.5

$\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$  எனில்  $3\vec{A}$  ஐக் காண்க

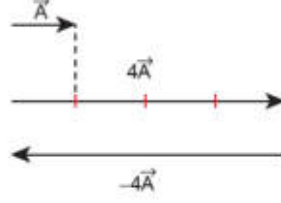
தீர்வு

$$3\vec{A} = 3(2\hat{i} + 3\hat{j}) = 6\hat{i} + 9\hat{j}$$

$\vec{A}$  வெக்டரின் திசை  $\vec{A}$  வெக்டரின் திசையிலேயே இருக்கும்.

## எடுத்துக்காட்டு 2.6

படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள  $\vec{A}$  வெக்டரிலிருந்து  $4\vec{A}$  மற்றும்  $-4\vec{A}$  ஐக் காண்க தீர்வு



இயற்பியலில் சிலவெக்டர் அளவுகள், மற்றொருவெக்டரின் ஸ்கேலர் மடங்காக இருப்பதைக் காணலாம்.

## எடுத்துக்காட்டாக

- (1) விசை  $\vec{F} = m\vec{a}$  இங்கு நிறை 'm' ஒரு நேர்க்குறி ஸ்கேலர் மற்றும் முடுக்கம்  $\vec{a}$  ஒரு வெக்டர் ஆகும். இங்கு விசையின் திசையிலேயே பொருள் முடுக்கமடைகிறது.
- (2) உந்தம்  $\vec{p} = m\vec{v}$  இங்கு  $\vec{v}$  என்பது பொருளின் திசைவேகம். எனவே இங்கு பொருள் இயங்கும் திசையிலேயே நேர்க்கோட்டு உந்தமும் செயல்கடுகிறது.
- (3) ஒரு மின்புலத்தால், மின்னூட்டமுள்ள ஒரு துகளின் மீது செயல்படும் விசை  $\vec{F} = q\vec{E}$  இங்கு  $q$  என்பது மின்னூட்டம், ஒரு ஸ்கேலர் மற்றும் மின்புலம்  $\vec{E}$  ஒரு வெக்டர். விசை  $\vec{F}$  இன் திசை மின்னூட்டம் நேர்க்குறி எனில்  $\vec{E}$  ன் திசையிலும் மின்னூட்டம் எதிர்க்குறி எனில்  $\vec{E}$  திசைக்கு எதிர்த்திசையிலும் இருக்கும்.

### 2.5.1. இரண்டு வெக்டர்களின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் (புள்ளிப் பெருக்கல்)

#### வரையறை

இரண்டு வெக்டர்களின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் (புள்ளிப் பெருக்கல்) என்பது, அவ்விரண்டு வெக்டர்களின் எண்மதிப்புகள் மற்றும் அவ்விரண்டு வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தின் கொசைன் மதிப்பு ஆகியவற்றின் பெருக்கல் பலனுக்குச் சமமாகும்.

$\vec{A}$  மற்றும்  $\vec{B}$  என்ற இரண்டு வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்  $\theta$  எனில் அவற்றின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் கீழ்க்காணுமாறு வரையறை செய்யப்படுகிறது.

$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$  இங்கு  $A$  மற்றும்  $B$  ஆகியவை  $\vec{A}$  மற்றும்  $\vec{B}$  வெக்டர்களின் எண்மதிப்புகள் ஆகும்.

#### பண்புகள்

எ. ஸ்கேலர் பெருக்கலின் தொகுபயன் மதிப்பு என்போதும் ஒரு ஸ்கேலர் ஆகும். இரண்டு வெக்டர்களுக்கு இடையே உள்ள கோணம் குறுங்கோணம் எனில் ( $0 < \theta < 90^\circ$ ) ஸ்கேலர் பெருக்கலின் எண்மதிப்பு நேர்குறியுடனும், விரிகோணம் எனில் ( $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ) எதிர்குறியுடனும் இருக்கும்.

ஐ. ஸ்கேலர் பெருக்கல் பரிமாற்றுவிதிக்கு உட்பட்டது. அதாவது  $\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$

ஐ. ஸ்கேலர் பெருக்கல் பங்கீட்டுவிதிக்கு உட்பட்டது. அதாவது  $\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$

ஐ. ஸ்கேலர் பெருக்கலின் படி இரண்டு வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்

$$\theta = \cos^{-1} \left[ \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB} \right]$$

எ. இரண்டு வெக்டர்கள் இணையாக உள்ளபோது அதாவது  $\theta = 0^\circ$  எனில் அவற்றின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் பெருமம் ஆகும். ஏனெனில்  $\cos 0^\circ = 1$

$$(\vec{A} \cdot \vec{B})_{\text{பெருமம்}} = AB$$

எ. இரண்டு வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று எதிராக உள்ளபோது அதாவது  $\theta = 180^\circ$  எனில் அவற்றின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் சிறுமம் ஆகும். ஏனெனில்  $\cos 180^\circ = -1$

$$(\vec{A} \cdot \vec{B})_{\text{சிறுமம்}} = -AB$$

எ.ஐ. இரண்டு வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக உள்ளபோது, அதாவது  $\theta = 90^\circ$  எனில் அவற்றின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் சுழியாகும். ஏனெனில்  $\cos 90^\circ = 0$

எனவே அந்த வெக்டர்களை, செங்குத்து வெக்டர்கள் (orthogonal vectors) என அழைக்கலாம்.

எ.ஐ. ஒரு வெக்டர், அதே வெக்டருடன் ஸ்கேலர் பெருக்கல் செய்யப்பட்டால், அதற்கு தற்சார்பு ஸ்கேலர் பெருக்கல் என்று பெயர்.  $(\vec{A})^2 = \vec{A} \cdot \vec{A} = AA \cos \theta = A^2$ . இங்கு கோணம்  $\theta = 0^\circ$

$$A - \text{இன் மதிப்பு} |\vec{A}| = A = \sqrt{\vec{A} \cdot \vec{A}}$$

ஐ.ஓ. ஓரலகு வெக்டர்  $\hat{n}$  ஐக் கருதும்போது  $\hat{n} \cdot \hat{n} = 1 \times 1 \times \cos 0^\circ = 1$  எடுத்துக்காட்டாக

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$$

ஓ. செங்குத்து ஓரலகு வெக்டர்களைக் கருதும்போது ( $\hat{i}, \hat{j}$  மற்றும்  $\hat{k}$ )

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{i} = 1 \cdot 1 \cdot \cos 90^\circ = 0$$

xi. வெக்டர் கூறுகளின் அடிப்படையில்  $\vec{A}$  மற்றும்  $\vec{B}$  வெக்டர்களின் ஸ்கேலர் பெருக்கலைக் கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \cdot (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

மற்ற அனைத்துப் பெருக்கற்பலன்களும் சுழியாகும்.

$$A - \text{இன் எண் மதிப்பு} |\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

### எடுத்துக்காட்டு 2.7

கொடுக்கப்பட்ட  $\vec{A} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$  மற்றும்  $\vec{B} = \hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}$  வெக்டர்களின் ஸ்கேலர் பெருக்கல்  $\vec{A} \cdot \vec{B}$  மற்றும்  $A, B$  இன் எண் மதிப்புகளையும் காண்க. மேலும் கொடுக்கப்பட்ட இவ்விரண்டு வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தின் மதிப்பு என்ன?

தீர்வு

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 2 + 12 + 30 = 44$$

$\vec{A}$  வெக்டரின் எண்மதிப்பு

$$A = \sqrt{4 + 16 + 25} = \sqrt{45} \text{ அலகுகள்}$$

$\vec{B}$  வெக்டரின் எண்மதிப்பு

$$B = \sqrt{1 + 9 + 36} = \sqrt{46} \text{ அலகுகள்}$$

இரண்டு வெக்டர்களுக்கும் இடைப்பட்ட கோணம்

$$\theta = \cos^{-1} \left( \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB} \right)$$

$$= \cos^{-1} \left( \frac{44}{\sqrt{45 \times 46}} \right) = \cos^{-1} \left( \frac{44}{45.49} \right)$$

$$= \cos^{-1} (0.967)$$

$$\therefore \theta \cong 15^\circ$$

### எடுத்துக்காட்டு 2.8

கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து வெக்டர்களா என ஆராய்க.



i)  $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$  மற்றும்  $\vec{B} = 4\hat{i} - 5\hat{j}$

ii)  $\vec{C} = 5\hat{i} + 2\hat{j}$  மற்றும்  $\vec{D} = 2\hat{i} - 5\hat{j}$

தீர்வு

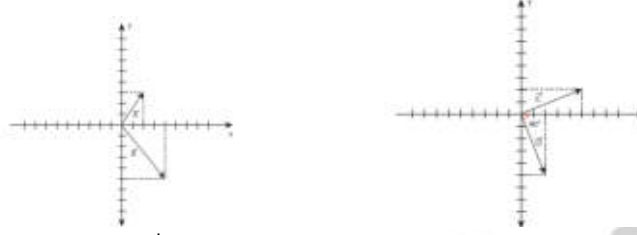
(i)  $\vec{A} \cdot \vec{B} = 8 - 15 = -7 \neq 0$

எனவே  $\vec{A}$  மற்றும்  $\vec{B}$  வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து வெக்டர்கள் அல்ல.

(ii)  $\vec{C} \cdot \vec{D} = 10 - 10 = 0$

எனவே  $\vec{C}$  மற்றும்  $\vec{D}$  ஆகியவை ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து வெக்டர்கள் ஆகும்.

கீழ்க்காணும் படம் வடிவியல் முறையில் எவ்வாறு  $\vec{C}$  மற்றும்  $\vec{D}$  வெக்டர்கள் செங்குத்து வெக்டர்கள் என்பதைத் தெளிவாகக் காட்டுகிறது.



இயற்பியலில்  $\vec{F}$  என்ற விசையினால் பொருளொன்று  $d\vec{r}$  தொலைவு இடப்பெயர்ச்சி அடையும்போது, அவ்விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலையை பின்வருமாறு வரையறை செய்யலாம்.

$$W = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$W = \vec{F} \cdot d\vec{r} \cos \theta$$

விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை என்பது விசை வெக்டருக்கும், இடப்பெயர்ச்சி வெக்டருக்கும் இடையேயான ஸ்கேலர் பெருக்கல் ஆகும். வேலையைப் போலவே மேலும் பல்வேறு இயற்பியல் அளவுகளும் ஸ்கேலர் பெருக்கலினால் வரையறை செய்யப்பட்டுள்ளன என்பதை நினைவில் கொள்ளவும்.

### 2.5.2. இரண்டு வெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கல்

வரையறை

இரண்டு வெக்டர்களின், வெக்டர் பெருக்கல் அல்லது குறுக்கு பெருக்கல் செய்யும்போது கிடைக்கும் தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்பானது, அவ்விரு வெக்டர்களின் எண்மதிப்புகளின் பெருக்கல் பலன் மற்றும் அவ் வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தின் சைன்மதிப்பு ஆகியவற்றின் பெருக்கல் பலனுக்குச் சமமாகும். மேலும் வலதுகை திருவிதி அல்லது வலதுகை பெருவிதல் விதியின் அடிப்படையில், தொகுபயன் வெக்டரின் திசையானது. இரண்டு வெக்டர்களின் தளத்திற்குச் செங்குத்துத் திசையில் இருக்கும்.

$\vec{A}$  மற்றும்  $\vec{B}$  என்ற இரண்டு வெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கலினால் கிடைக்கும் தொகுபயன் வெக்டர்  $\vec{C}$  ஐ கீழ்க்கண்டவாறு குறிப்பிடலாம்.

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = (AB \sin \theta) \hat{n}$$

$\vec{A} \times \vec{B}$  இன் அலகு வெக்டர்  $\hat{n}$  ன் திசை, அதாவது  $\vec{C}$  ன் திசை,  $\vec{A}$  மற்றும்  $\vec{B}$  வெக்டர்களினாலான தளத்திற்குச் செங்குத்தாக இருக்கும். மேலும் வலதுகை திருவிதலை  $\vec{A}$  வெக்டரில் இருந்து (முதல் வெக்டர்)  $\vec{B}$  வெக்டரை நோக்கி (இரண்டாவது வெக்டர்) அவற்றின் சிறிய கோணத்தின் வழியே சுழற்றும் போது திருமுன்னேறும் திசையில்  $\vec{C}$  வெக்டரின் திசை இருக்கும்.

### வெக்டர் பெருக்கலின் (குறுக்குப் பெருக்கல்) பண்புகள்

(அ) இரண்டு வெக்டர்களின், வெக்டர் பெருக்கல் மற்றொரு வெக்டரையே தரும். அவ் வெக்டரின் வெக்டர் பெருக்கல் (குறுக்குப் பெருக்கல்)

$\vec{A}$  மற்றும்  $\vec{B}$  ஆகியவற்றின் வெக்டர் பெருக்கலினால்  $\vec{A} \times \vec{B}$  கிடைக்கும் முன்னாவது வெக்டர்  $\vec{C}$  ஆனது.

இரண்டு வெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கல் திசை, அவ்விரண்டு வெக்டர்களினாலான தளத்திற்குச் செங்குத்தாக இருக்கும். மேலும்  $\vec{A}$  மற்றும்  $\vec{B}$  வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இருந்தாலும், இல்லையென்றாலும் தொகுபயன் வெக்டர் இவ்விரண்டு வெக்டர்களுக்கும் செங்குத்தாக இருக்கும்.

(ஐ) இரண்டு வெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கல் பரிமாற்றுவிதிக்கு உட்படாதது அதாவது  $\vec{A} \times \vec{B} \neq \vec{B} \times \vec{A}$  ஆனால்  $\vec{A} \times \vec{B} = -[\vec{B} \times \vec{A}]$  மேலும்  $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{B} \times \vec{A}| = AB \sin \theta$ , அதாவது  $\vec{A} \times \vec{B}$  மற்றும்  $\vec{B} \times \vec{A}$  இவற்றின் எண்மதிப்புகள் சமம். ஆனால் இவையிரண்டும் எதிரெதிர் திசையில் செயல்படும்.

(ஐஐ) இரண்டு வெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கல்  $\sin \theta = 1$  என்ற நிபந்தனையில் ( $\theta = 90^\circ$ ) பெரும் மதிப்பைப் பெறும். அதாவது கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர்கள் செங்குத்து வெக்டர்கள் எனில் வெக்டர் பெருக்கல் பெரும் மதிப்பைப் பெறும்.

$$(\vec{A} \times \vec{B})_{\text{பெரும்}} = AB \hat{n}$$

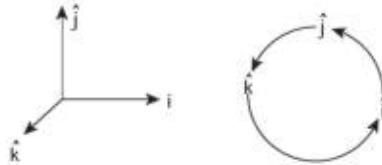
(ஐஐஐ) இரண்டு சுழியற்ற வெக்டர்களின், வெக்டர் பெருக்கல்  $\sin \theta = 0$ , என்ற நிபந்தனையில் ( $\theta = 0^\circ$  அல்லது  $180^\circ$ ) சிறுமதிப்பைப் பெறும்.  $(\vec{A} \times \vec{B})_{\text{சிறும}} = 0$ . அதாவது கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று இணையாகவோ அல்லது எதிராகவோ உள்ளபோது அவற்றின் வெக்டர் பெருக்கல் பலன் சுழியாகும்.

(ஐஐஐஐ) தற்சார்பு வெக்டர் பெருக்கல் அதாவது ஒரு வெக்டரை அதே வெக்டருடன் குறுக்கு பெருக்கல் செய்யும் போது அது சுழியை மதிப்பைப் பெறும். அதனை சுழி வெக்டர் என்று அழைக்கலாம்.  $\vec{A} \times \vec{A} = \vec{A} \times \vec{A} \sin \theta \hat{n} = 0$  இயற்பியலில் சுழி வெக்டர் எளிமையாக சுழி என்ற குறிக்கப்படுகிறது.

(ஐஐஐஐஐ) ஓரலகு வெக்டர்களின் தற்சார்பு வெக்டர் பெருக்கலும் சுழியாகும்.  $\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0$

(ஐஐஐஐஐஐ) வலது கை திருவிதியின்படி செங்குத்து ஓரலகு வெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கல் கீழ்க்கண்டவாறு காணப்படும்.

$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}, \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i} \text{ மற்றும் } \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$$



மேலும், வெக்டர் பெருக்கல் பரிமாற்றுவிதிக்கு உட்படாததால், கீழ்க்காணுமாறு எழுதலாம்.

$$\hat{j} \times \hat{i} = -\hat{k}, \hat{k} \times \hat{j} = -\hat{i} \text{ மற்றும் } \hat{i} \times \hat{k} = -\hat{j}$$

(ஐஐஐஐஐஐஐ) வெக்டர் கூறு முறையில் இரண்டு வெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கலை கீழ்க்கண்டவாறு காண்டறியலாம்.

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \\ = \hat{i}(A_y B_z - A_z B_y) \\ + \hat{j}(A_z B_x - A_x B_z) \\ + \hat{k}(A_x B_y - A_y B_x)$$

**குறிப்பு:**  $\hat{j}$  கூறின் பெருக்கலின் வரிசையானது  $i^{\text{th}}$  கூறு மற்றும்  $k^{\text{th}}$  கூறுகளின் பெருக்கலின் வரிசையிலிருந்து மாறுபட்டு உள்ளதைக் கவனிக்கவும்.

(ix)  $\vec{A}$  மற்றும்  $\vec{B}$  என்ற இரண்டு வெக்டர்களை இணைக்கரம் ஒன்றின் அடுத்தடுத்த பக்கங்களாகக் கருதினால்,  $\vec{A} \times \vec{B}$  - ன் எண்மதிப்பு  $|\vec{A} \times \vec{B}|$  அவ்விணைகரத்தின் பரப்பளவைக் கொடுக்கும்.

இணைக்கரம் ஒன்றின் பரப்பளவு

ஒரு இணைக்கரத்தை நாம் இரண்டு சம அளவுள்ள முக்கோணமாகப் பிரிக்க முடியும். வெக்டர்  $\vec{A}$  மற்றும்  $\vec{B}$  இரு பக்கமாகக் கொண்ட ஒரு முக்கோணத்தின் பரப்பளவு என்பது  $\frac{1}{2} |\vec{A} \times \vec{B}|$  க்குச் சமமாக இருக்கும்.

முக்கோணத்தின் பரப்பளவு

இயற்பியலில் பயன்படுத்தப்படும் பல்வேறு அளவுகள் வெக்டர் பெருக்கலின் வாயிலாக வரையறை செய்யப்படுகின்றன. குறிப்பாகச் சுழற்சியின் விளைவுகளை, எடுத்துக்காட்டும் திருப்புவிசை, கோண உந்தம் போன்ற அளவுகளையே வரையறை செய்யும் போது வெக்டர் பெருக்கல் பயன்படுகிறது.

**எடுத்துக்காட்டுகள்**

(அ) திருப்புவிசை  $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$  இங்கு  $\vec{F}$  என்பது விசை மற்றும்  $\vec{r}$  என்பது பொருளின் நிலை வெக்டர் ஆகும்.

(ஆ) கோண உந்தம்  $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$  இங்கு  $\vec{p}$  என்பது நேர்க்கோட்டு உந்தமாகும்.

(இ) நேர்க்கோட்டின் திசைவேகம்  $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$  இங்கு  $\vec{\omega}$  என்பது கோணத்திசைவேகமாகும்.

**எடுத்துக்காட்டு 2.9**

கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர்  $\vec{r} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$  மற்றும் வெக்டர்  $\vec{F} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$  ஆகியவற்றின்

தொகுபயன் வெக்டர்  $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$  ஐ காண்க:

**தீர்வு**

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & -2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\vec{\tau} = (12 - (-10))\hat{i} + (15 - 8)\hat{j} + (-4 - 9)\hat{k}$$

$$\vec{\tau} = 22\hat{i} + 7\hat{j} - 13\hat{k}$$

**2.5.3. வெக்டர் கூறுகளின் பண்புகள்**

இரண்டு வெக்டர்கள்  $\vec{A}$  மற்றும்  $\vec{B}$  ஆகியவை ஒன்றுக்கொன்று சமமாக இருப்பின், அவற்றின் கூறுகளும் ஒன்றுக்கொன்று சமமாக இருக்கும்.

$\vec{A} = \vec{B}$  என்க. கூறு முறையில்

$$A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

எனவே  $A_x = B_x$ ,  $A_y = B_y$ ,  $A_z = B_z$

**எடுத்துக்காட்டு 2.10**

கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர் சமன்பாடுகளின் கூறுகளை ஒப்பிடுக

அ)  $\vec{F} = m \vec{a}$  இங்கு  $m$  ஒரு நேர்க்குறி எண்

ஆ)  $\vec{p} = 0$

தீர்வு

நேர்வு : அ)

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k} = ma_x\hat{i} + ma_y\hat{j} + ma_z\hat{k}$$

வெக்டர் கூறுகளை ஒப்பிடும் போது

$$F_x = ma_x, F_y = ma_y, F_z = ma_z$$

இது நமக்கு உணர்த்துவது, ஒரு வெக்டர் சமன்பாடு மூன்று ஸ்கேலர் சமன்பாடுகளுக்கு இணையானதாகும்.

நேர்வு : ஆ)

$$\vec{p} = 0$$

$$p_x\hat{i} + p_y\hat{j} + p_z\hat{k} = 0\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}$$

வெக்டர் கூறுகளை ஒப்பிடும் போது

$$p_x = 0, p_y = 0, p_z = 0$$

எடுத்துக்காட்டு 2.11

கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர் சமன்பாட்டிலிருந்து 'T' ன் மதிப்பைக் காண்க:

$$5\hat{j} - T\hat{j} = 6\hat{j} + 3T\hat{j}$$

தீர்வு

வெக்டர் கூறுகளை ஒப்பிடும் போது

$$5 - 6 = 3T + T$$

$$-1 = 4T$$

$$T = -\frac{1}{4}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.12

கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர் சமன்பாட்டின் கூறுகளை ஒப்பிடுக:  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{F}_4$

தீர்வு

கார்டீசியன் ஆய அச்சுத் தொகுப்பின் அடிப்படையில் கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர் சமன்பாட்டை x, y மற்றும் z கூறுகளாகப் பகுத்து அதன் கூறுகளை ஒப்பிட வேண்டும்.

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = F_{4x}$$

$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = F_{4y}$$

$$F_{1z} + F_{2z} + F_{3z} = F_{4z}$$

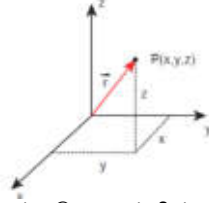
## 2.6 நிலைவெக்டர் (POSITION VECTOR)

எந்த ஒரு குறிப்பிட்ட நேரத்திலும் துகள் ஒன்றின் நிலையினைக் குறிப்பாயம் அல்லது ஆய அச்சுத் தொகுப்பினைப் பொருத்து குறிப்பிடும் வெக்டர், நிலைவெக்டர் ஆகும்.

P என்ற புள்ளியில் உள்ள துகள் ஒன்றின் நிலைவெக்டரை கீழ்க்காணுமாறு குறிப்பிடலாம்.

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

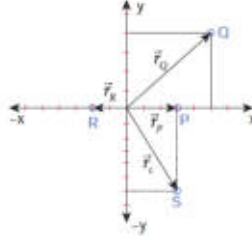
இங்கு x, y மற்றும் z ஆகியவை நிலைவெக்டர்  $\vec{r}$  ன் கூறுகள் ஆகும். மேலும்  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  மற்றும்  $\hat{k}$  ஆகியவை செங்குத்து அச்சுகளான x, y மற்றும் z அச்சில் செயல்படும் செங்குத்து ஓரலகு வெக்டர்கள் ஆகும்.



கார்டீசியன் ஆய அச்சத் தொகுப்பில் உள்ளநிலைவெக்டர்

எடுத்துக்காட்டு 2.13

படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள P, Q, R, S புள்ளிகளில் உள்ளதுகள்களின் நிலைவெக்டர்களைக் காண்க



**தீர்வு**

P புள்ளியில் உள்ளதுகள்களின் நிலைவெக்டர்  $r_P = 3\hat{i}$

Q புள்ளியில் உள்ளதுகள்களின் நிலைவெக்டர்  $r_Q = 5\hat{i} + 4\hat{j}$

R புள்ளியில் உள்ளதுகள்களின் நிலைவெக்டர்  $r_R = -2\hat{i}$

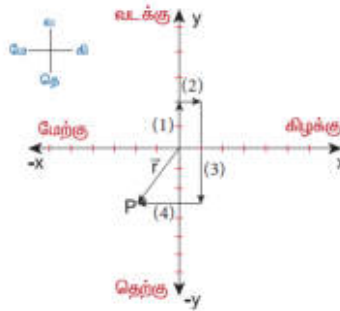
S புள்ளியில் உள்ளதுகள்களின் நிலைவெக்டர்  $r_S = 3\hat{i} - 6\hat{j}$

எடுத்துக்காட்டு 2.14

தொடக்கத்தில் ஓய்வுநிலையில் உள்ளமனிதர் ஒருவர் (1) வடக்குநோக்கி 2 மீட்டரும் (2) கிழக்குநோக்கி 1 மீட்டரும் பின்பு (3) தெற்குநோக்கி 5 மீட்டரும் நடக்கிறார். இறுதியாக (4) மேற்குநோக்கி 3m நடந்து ஓய்வுநிலைக்குவருகிறார். இறுதிநிலையில் அம்மனிதரின் நிலைவெக்டரைக் காண்க.

**தீர்வு**

படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு நேர்குறி x அச்சை கிழக்கு திசையாகவும், நேர்குறி y அச்சை வடக்கு திசையாகவும் கருதுக.



பயணமுடிவில் P புள்ளியை அடைந்த மனிதரின் நிலைவெக்டர்  $r = 2\hat{i} - 3\hat{j}$  ஆகும். மேலும் இடப்பெயர்ச்சியின் திசைதென் மேற்கு ஆகும்.

## 2.7 கடந்ததொலைவு மற்றும் இடப்பெயர்ச்சி

**கடந்ததொலைவு**

கொடுக்கப்பட்ட கால இடைவெளியில் பொருள் கடந்து சென்ற பாதையின் மொத்த நீளம் கடந்ததொலைவு எனப்படும். இது ஒரு நேர்க்குறி ஸ்கேலர் அளவு ஆகும்.

**இடப்பெயர்ச்சி**

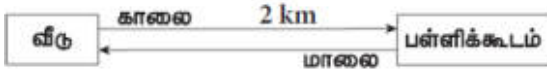
கொடுக்கப்பட்ட கால இடைவெளியில் பொருளின் இறுதி நிலைக்கும், அதன் ஆரம்ப நிலைக்கும் உள்ள வேறுபாடு இடப்பெயர்ச்சி எனப்படும். மேலும் பொருளின் இரு நிலைகளுக்கு இடையே உள்ள மிகக் குறைந்த தொலைவு எனவும் வரையறை செய்யலாம். இடப்பெயர்ச்சியின்

திசையானதுதொடக்கப்புள்ளியிலிருந்து இறுதிநிலைப் புள்ளியைநோக்கி இருக்கும். இது ஒருவெக்டர் அளவாகும். படத்தில் இடப்பெயர்ச்சிக்கும்,கடந்ததொலைவிற்கும் உள்ளவேறுபாட்டினைத் தெளிவாகக் காட்டுகிறது.

இடப்பெயர்ச்சிமற்றும் கடந்ததொலைவு

### எடுத்துக்காட்டு 2.15

உங்கள் பள்ளிக்கூடம் உங்கள் வீட்டிலிருந்து 2kmதொலைவில் உள்ளதுஎனக்கருதுக. வீட்டிலிருந்துபள்ளிக்கூடத்திற்கும்,பின்னர் மாலைபள்ளிக்கூடத்திற்கும்,பின்னர் மாலைபள்ளிக்கூடத்திலிருந்துவீட்டிற்கும் வருகிறீர்கள் எனில், இந்நிகழ்ச்சியில் நீங்கள் கடந்துசென்றதொலைவுமற்றும் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சிஎன்ன? தீர்வு:



இந்தபயணத்தில் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சிசுழி,ஏனெனில் ஆரம்பநிலைமற்றும் இறுதிநிலைஆகிய இரண்டும் ஒரேபுள்ளியாகும். ஆனால் கடந்ததொலைவு 4kmஆகும்.

### எடுத்துக்காட்டு 2.16

ஒருதடகளவீரர் 50mஆரமுடையவட்டவடிவ ஓடு பாதையில் மூன்றுமுறைசுற்றிவருகிறார். அவர் கடந்ததொலைவுமற்றும் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சியைக் காண்க.

தீர்வு

$$\begin{aligned} \text{தடகளவீரர் கடந்ததொலைவு} &= 3 \times \text{ஓடு பாதையின் சுற்றளவு} \\ &= 3 \times 2\pi \times 50\text{m} = 300\pi\text{m} \\ &\text{(அல்லது)} \end{aligned}$$

$$\text{கடந்ததொலைவு} = 300 \times 3.14 = 942\text{m}$$

தடகளவீரர் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சிசுழி,ஏனெனில் தடகளவீரரின் தொடக்கநிலைமற்றும் இறுதிநிலைஆகியவைஒரேபுள்ளியில் உள்ளன.

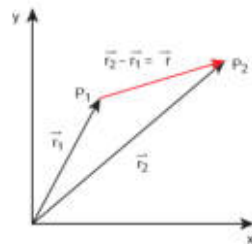
### 2.7.1. கார்டிசியன் ஆய அச்சத்தொகுப்பில் இடப்பெயர்ச்சிவெக்டர்

நிலைவெக்டரைஅடிப்படையாகக் கொண்டு இடப்பெயர்ச்சிவெக்டரைஎவ்வாறுஅமைப்பதுஎன்பதுபின்வருமாறுவிளக்கப்பட்டுள்ளது. துகள்

ஒன்றுநிலைவெக்டர்  $\vec{r}_1 = x_1\hat{i} + y_1\hat{j} + z_1\hat{k}$  கொண்ட

$P_1$ புள்ளியிலிருந்துநிலைவெக்டர்  $\vec{r}_2 = x_2\hat{i} + y_2\hat{j} + z_2\hat{k}$  கொண்ட  $P_2$  புள்ளிக்குநகர்கின்றதுஎன்க. இத்துகளின் இடப்பெயர்ச்சிவெக்டரைகீழ்க்கண்டவாறுஎழுதலாம்.

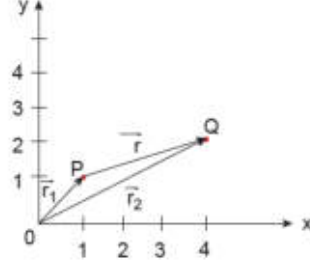
$$\begin{aligned} \Delta\vec{r} &= \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \\ &= (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k} \end{aligned}$$



இடப்பெயர்ச்சிவெக்டர்

### எடுத்துக்காட்டு 2.17

படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறுதுகள் ஒன்று P புள்ளியிலிருந்து Q புள்ளிக்கு நகர்கின்றது எனில், அத்துகளின் இடப்பெயர்ச்சி வெக்டர் மற்றும் இடப்பெயர்ச்சியின் எண்மதிப்பையும் காண்க.



தீர்வு

இடப்பெயர்ச்சி வெக்டர்  $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

இங்கு

$$\vec{r}_1 = \hat{i} + \hat{j} \text{ மற்றும் } \vec{r}_2 = 4\hat{i} + 2\hat{j}$$

$$\begin{aligned} \therefore \Delta \vec{r} &= \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (4\hat{i} + 2\hat{j}) - (\hat{i} + \hat{j}) \\ &= (4-1)\hat{i} + (2-1)\hat{j} \end{aligned}$$

$$\therefore \Delta \vec{r} = 3\hat{i} + \hat{j}$$

இடப்பெயர்ச்சி வெக்டரின் எண்மதிப்பு  $\Delta r = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$  அலகு.

## 2.8 வகைநுண்கணிதம் (Differential Calculus)

சார்புபற்றியகருத்து (Concept of a function)

(அ) எந்த ஒரு இயற்பியல் அளவும், கணிதவியலின் ஒரு சார்பாக (function) குறிக்கப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக வெப்பநிலை T ஐக் கருதுவோம். சுற்றுச்சூழலின் வெப்பம் நாள் முழுவதும் ஒரேசீராக இருப்பதில்லை. அது நண்பகலில் அதிகரிக்கவும், மாலைவேளையில் குறையவும் செய்கிறது.

நாம் கருதும் எந்தவொரு "t" நேரத்திலும் வெப்பநிலை T ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்பினைப் பெற்றிருக்கும். கணிதவியலின் அடிப்படையில் இதனை 'T(t)' எனக் குறிப்பிடலாம். மேலும் இதனை "நேரத்தைச் சார்ந்த வெப்பநிலை" என அழைக்கலாம். இதிலிருந்து நாம் அறிந்து கொள்வது என்னவெனில் நேரம் "t" கொடுக்கப்பட்டால் அந்த குறிப்பிட்ட நேரத்தில் உள்ள வெப்பநிலையை சார்பு 'T(t)' கொடுக்கும். இதே போன்று x அச்சின் திசையில் செல்லும் பேருந்து ஒன்றின் இயக்கத்தினை x(t) எனக் குறிப்பிடலாம். அதாவது x என்பது நேரத்தைச் சார்ந்த ஒரு சார்பு ஆகும். இங்கு x என்பது அந்த பேருந்தின் x ஆய அச்சினைக் குறிக்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு

$f(x) = x^2$  என்ற சார்பைக் கருதுக. சில நேரங்களில் இதனை  $y = x^2$  எனவும் குறிப்பிடலாம்.

இங்கு y என்பது x ஐச் சார்ந்த மாறி, ஆனால் x என்பது சார்பற்ற மாறி ஆகும். x ல் மாற்றம் ஏற்படும் போதெல்லாம் y யிலும் மாற்றம் ஏற்படும் என்பதை இது உணர்த்துகிறது.

இயற்பியல் அளவு ஒன்றினைச் சார்புவடிவில் குறிப்பிட்டபின்பு, அந்த சார்பு நேரத்தைப் பொருத்து எவ்வாறு மாறுபடுகிறது (அல்லது) இயற்பியல் அளவு சார்பற்ற மாறிகளைப் பொருத்து எவ்வாறு மாறுபடுகிறது என்பதை அறியலாம். எந்த ஒரு இயற்பியல் அளவில் ஏற்படும் மாற்றத்தையும் பகுத்து ஆராய நுண்கணிதம் (Calculus) என்ற கணிதவியலின் பிரிவு பயன்படுத்தப்படுகிறது.

$y = f(x)$  என்பது ஒரு சார்பு எனில் x ஐப் பொருத்து y இன் முதல்

வகைக்கெழுவை  $\frac{dy}{dx}$  எனக் குறிப்பிடலாம். கணிதவியலில்  $dy = f(x)$  என்பது x இன்

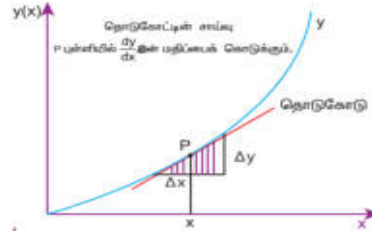
பல்வேறு மதிப்புகளுக்கு y இல் ஏற்படும் மாற்றத்தை எடுத்துக் காட்டுகிறது.

கணிதகோட்பாட்டின்படிவகைக்கெழு  $\frac{dy}{dx}$  கீழ்க்கண்டவாறுவரையறைசெய்யப்படுகிறது.

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{y(x + \Delta x) - y(x)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$\Delta x$  சுழியினை நெருங்கும்போது ( $\Delta x \rightarrow 0$ )  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  அடையும் எல்லையை  $\frac{dy}{dx}$  காட்டுகிறது.



சார்பின் வகைக்கெழு

**எடுத்துக்காட்டு 2.18**

$y = x^2$  என்ற சார்பினைக் கருதுக. 'சார்புஎல்லை' கருத்தைப் பயன்படுத்தி  $x = 2$  என்ற புள்ளியில் அதன் வகைக்கெழு  $\frac{dy}{dx}$  ஐக் காண்க.

**தீர்வு**

$x_1 = 2$  மற்றும்  $x_2 = 3$  என்ற இரண்டு புள்ளிகளைக் கருதினால்  $y_1 = 4$  மற்றும்  $y_2 = 9$  என்ற இரண்டு புள்ளிகள் கிடைக்கும்.

இங்கு  $\Delta x = 1$  மற்றும்  $\Delta y = 5$

$$\text{எனவே, } \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{9-4}{3-2} = 5$$

$x_1 = 2$  மற்றும்  $x_2 = 2.5$  எனில்  $y_1 = 4$  மற்றும்  $y_2 = (2.5)^2 = 6.25$  எனக் கிடைக்கும்

இங்கு  $\Delta x = 0.5 = \frac{1}{2}$  மற்றும்  $\Delta y = 2.25$

$$\text{எனவே, } \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6.25-4}{0.5} = 4.5$$

$x_1 = 2$  மற்றும்  $x_2 = 2.25$  எனில்  $y_1 = 4$  மற்றும்  $y_2 = 5.0625$  எனக் கிடைக்கும்.

இங்கு  $\Delta x = 0.25 = \frac{1}{4}$  மற்றும்  $\Delta y = 1.0625$  எனவே,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5.0625-4}{0.25} = \frac{(5.0625-4)}{\frac{1}{4}} = 4(5.0625-4) = 4.25$$

$x_1 = 2$  மற்றும்  $x_2 = 2.1$  எனில்  $y_1 = 4$  மற்றும்  $y_2 = 4.41$  எனக் கிடைக்கும்.

இங்கு  $\Delta x = 0.1 = \frac{1}{10}$  மற்றும்  $\Delta y = 0.41$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(4.41-4)}{\frac{1}{10}} = 10(4.41-4) = 4.1$$



முடிவுகள் கீழ்க்கண்டவாறு அட்டவணைப் படுத்தப்பட்டுள்ளன.

$x_1$	$x_2$	$\Delta x$	$y_1$	$y_2$	$\frac{\Delta y}{\Delta x}$
2	2.25	0.25	4	5.0625	4.25
2	2.1	0.1	4	4.41	4.1
2	2.01	0.01	4	4.0401	4.01
2	2.001	0.001	4	4.004001	4.001
2	2.0001	0.0001	4	4.00040001	4.0001

மேற்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து பின்வரும் முடிவுகளைப் பெறலாம்.

- $\Delta x$  சுழியினை நெருங்கும் போது  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  எண்மதிப்பு 4 என்ற எல்லையை நெருங்குகிறது.
- $x = 2$  என்ற புள்ளியில், வகைக்கெழு  $\frac{dy}{dx} = 4$  ஆகும்.
- மற்றொரு கவனிக்கவேண்டிய அம்சம் என்னவெனில்,  $\Delta x \rightarrow$  என்பதை  $\Delta x = 0$  எனக் கருதக்கூடாது. ஏனெனில்  $\Delta x = 0$  என்று பிரதியிட்டால்  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  ஐ வரையறுக்க முடியாது.
- பொதுவாக சார்பு  $y = x^2$  ன் வகைக்கெழுவைக் கீழ்க்கண்டவாறு காணலாம்.

$$\begin{aligned} \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{(x + \Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = \frac{x^2 + 2x\Delta x + \Delta x^2 - x^2}{\Delta x} \\ &= \frac{2x\Delta x + \Delta x^2}{\Delta x} = 2x + \Delta x \\ \frac{dy}{dx} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 2x + \Delta x = 2x \end{aligned}$$

பின்வரும் அட்டவணை இயற்பியலில் பயன்படுத்தப்படும் சில பொதுவான சார்புகளையும், அவற்றின் வகைக்கெழுக்களையும் காட்டுகிறது.

சார்பு	வகைக்கெழு
$y = x$	$dy/dx = 1$
$y = x^2$	$dy/dx = 2x$
$y = x^3$	$dy/dx = 3x^2$
$y = x^n$	$dy/dx = nx^{n-1}$
$y = \sin x$	$dy/dx = \cos x$
$y = \cos x$	$dy/dx = -\sin x$
$y = \text{மாறிலி}$	$dy/dx = 0$
$y = AB$	$dy/dx = A \left( \frac{dB}{dx} \right) + \left( \frac{dA}{dx} \right) B$

இயற்பியலில், திசைவேகம், வேகம் மற்றும் முடுக்கம் ஆகியவை நேரம்  $t$  ஐப் பொருத்தவகைக்கெழுக்கள் ஆகும். அவற்றைப் பற்றி அடுத்த பகுதியில் காணலாம்.

### எடுத்துக்காட்டு 2.19

கொடுக்கப்பட்ட சார்பு  $x = A_0 + A_1 t + A_2 t^2$  ன் வகைக்கெழுவினை  $\frac{dx}{dt}$  ஐ பொறுத்துக் காண்க. இங்கு  $A_0$ ,  $A_1$  மற்றும்  $A_2$  ஆகியவை மாறிலிகள் ஆகும்.

**தீர்வு**

இங்கு சார்பற்ற மாறி  $t$  மற்றும் சார்புடைய மாறி  $x$  ஆகும். நமக்குத் தேவையான வகைக்கெழு

$$dx/dt = 0 + A_1 + 2 A_2 t$$

இரண்டாம் படிவகைக்கெழு  $\frac{d^2 x}{dt^2} = 2 A_2$  ஆகும்.

## 2.9 தொகைநுண்கணிதம் (Integral Calculus)

தொகையிடல் என்பது பரப்பினைக் கண்டறியும் ஒரு செயலாகும். சில ஒழுங்கான வடிவங்களுக்கு எளிதாக பரப்பினைக் கண்டறியலாம். ஆனால் ஒழுங்கற்ற வடிவங்களின் பரப்பினை அவ்வாறு காண முடியாது. இத்தகைய நேர்வுகளில் தொகை நுண்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி எளிமையாக பரப்பினைக் காணலாம். எடுத்துக்காட்டாக படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள செவ்வகம் மற்றும் ஒழுங்கற்ற வளைகோடு ஆகியவற்றைக் கருதுக. செவ்வகத்தின் பரப்பு  $A = \text{நீளம்} \times \text{அகலம்} = (b-a) \times c$  என எளிதாகக் கண்டறியலாம். ஆனால் ஒழுங்கற்ற வளைகோட்டின் கீழே அமையும் பரப்பை அவ்வாறு காண முடியாது.

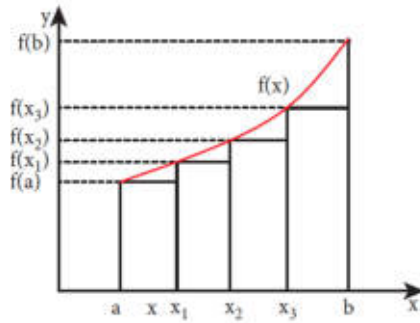


செவ்வகம் மற்றும் ஒழுங்கற்ற வளைகோட்டின் கீழே ஏற்படும் பரப்பு

$f(x)$  என்ற சார்பாகக் கருதப்படும் ஒழுங்கற்ற வளைகோட்டிற்கு கீழே உள்ள பரப்பினைப் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. செவ்வகப் பட்டைகளாகப் பிரித்து, அவற்றின் கூடுதலை ஒழுங்கற்ற வளைகோட்டிற்குக் கீழே உள்ள பரப்பின் தோராயமாகக் கொள்ளலாம்.

$$A \approx f(a)\Delta x + f(x_1)\Delta x + f(x_2)\Delta x + f(x_3)\Delta x$$

இங்கு  $f(a)$  என்பது  $x = a$  என்ற நிலையில்  $f(x)$  இன் மதிப்பாகும். மேலும்  $f(x_1)$  என்பது  $x = x_1$  என்ற நிலையில்  $f(x)$  இன் மதிப்பாகும். இவ்வாறே மற்ற மதிப்புகளையும் காண வேண்டும். செவ்வகப் பட்டைகளின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும் போது, பரப்பை அளவிடுதலின் துல்லியத்தன்மை மேலும் அதிகரிக்கும்.



வளைகோட்டிற்கு கீழே உள்ள பரப்பு செவ்வகப் பட்டைகளின் மொத்தப் பரப்பினால் குறிக்கப்படுகிறது.

வளைகோட்டிற்குக் கீழே உள்ள பரப்பை

கீழே உள்ள பரப்பினை  $N$  பட்டைகளாகப்

பகுக்கும் போது, வளைகோட்டிற்குக்

$$A \approx \sum_{n=1}^N f(x_n)\Delta x_n$$

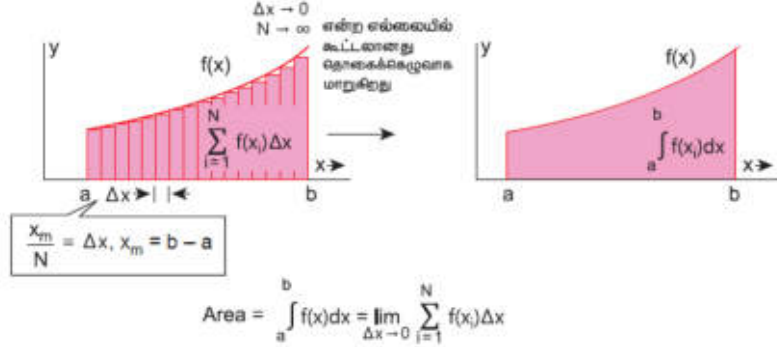
எனக் குறிப்பிடலாம்.

செவ்வகப் பட்டைகளின் எண்ணிக்கை  $N \rightarrow \infty$  அவற்றின் கூடுதல், தொகையிடலாக மாறுகிறது.

$$A = \int_a^b f(x) dx$$

(குறிப்பு:  $N \rightarrow \infty$ , எனில்  $\Delta x \rightarrow 0$ )

இந்தத் தொகையிடல் வளைகோடு  $f(x)$  க்கு கீழே உள்ள மொத்தப் பரப்பினைக் கொடுக்கிறது.



கூடுதலுக்கும் தொகையிடலுக்கும் உள்ள தொடர்பு

**எடுத்துக்காட்டுகள்:**

பொருளொன்று அளவியலிட்டு ந்து  $b$  புள்ளிக்கு ஒருபரிமாண இயக்கத்தில் நகரும்போது விசை  $f(x)$  ஆல் செய்யப்பட்ட வேலையை கீழ்க்கண்டவாறு குறிப்பிடலாம்.

$$W = \int_a^b F(x) dx$$

(இங்கு ஸ்கேலர் பெருக்கல் அவசியமில்லை. ஏனெனில் பொருள் ஒர்பரிமாண இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது)

1) விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை, விசை-இடப்பெயர்ச்சி வளைகோட்டிற்கு கீழே உள்ள பரப்பிற்குச் சமம்.

விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை

2)  $t=0$  மற்றும்  $t=t_1$  என்ற சிறியகால இடைவெளியில் விசையினால் ஏற்பட்ட கணத்தாக்கை தொகையிடல் மூலம் கணக்கிடலாம்.

$$\text{கணத்தாக்கு } I = \int_0^{t_1} F dt$$

விசைச் சார்பு  $F(t)$  மற்றும் நேரம்  $(t)$  வரைபடத்தின் பரப்பு, கணத்தாக்கிற்குச் சமம்.

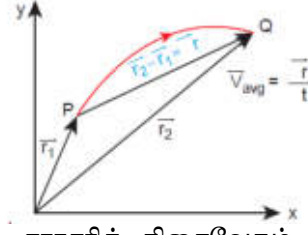
விசையினால் ஏற்படும் கணத்தாக்கு

**சராசரித் திசைவேகம்**

தொடக்கத்தில்  $P$  என்ற புள்ளியில் உள்ளதுகள் ஒன்றைக் கருதுக. அதன் நிலை வெக்டர்  $r_1$  ஆகும்.  $\Delta t$  என்ற சிறியகால இடைவெளியில் அத்துகள்  $Q$  என்ற புள்ளியை அடைகிறது. ஆதன் நிலை வெக்டர்  $r_2$  ஆகும். துகளின் இடப்பெயர்ச்சி வெக்டர்  $\Delta r = r_2 - r_1$  இடப்பெயர்ச்சி வெக்டர் மற்றும் அதற்கானகால இடைவெளி ஆகியவற்றின் விகிதம் சராசரி திசைவேகத்தினைக் கொடுக்கும்.

$$v_{avg} = \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

இது ஒரு வெக்டர் அளவாகும். சராசரித் திசைவேகத்தின் திசை, இடப்பெயர்ச்சி வெக்டரின் திசையில்  $(\Delta r)$  அமையும்.



சராசரித் திசைவேகம்

### சராசரிவேகம்

துகள்கடந்துசென்றபாதையின் உள்ளதகவு,சராசரிவேகமாகும்.

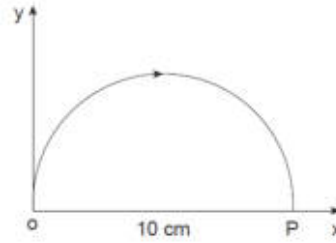
மொத்தநீளத்திற்கும்,எடுத்துக்கொண்டகால

இடைவெளிக்கும்

சராசரிவேகம் =பாதையின் மொத்தநீளம் /மொத்த நேரம்

### எடுத்துக்காட்டு 2.20

படத்தில் உள்ளவாறுபொருளொன்றுOபுள்ளியிலிருந்துPபுள்ளிக்கு 5 வினாடியில் கடந்துசெல்கிறது. அப்பொருளின் சராசரித் திசைவேகம் மற்றும் சராசரிவேகம் ஆகியவற்றைகாண்க:



சராசரித் திசைவேகம்  $\vec{v}_{avg} = \frac{\vec{r}_P - \vec{r}_O}{\Delta t}$   
 இங்கு  $\Delta t = 5 \text{ s}$   
 $\vec{r}_O = 0$   
 $\vec{r}_P = 10\hat{i}$   
 $\vec{v}_{avg} = \frac{10\hat{i}}{5} = 2\hat{i} \text{ cm s}^{-1}$

சராசரித் திசைவேகம் நேர்க்குறிXஅச்சுதிசையில் உள்ளது.

சராசரிவேகம் =  $\frac{\text{பாதையின் மொத்த நீளம்}}{\text{மொத்த நேரம்}}$

$$= \frac{5\pi \text{ cm}}{5} = \pi \text{ cm s}^{-1} \approx 3.14 \text{ cm s}^{-1}$$

இங்குசராசரிவேகம்,சராசரித் திசைவேகத்தைவிடஅதிகம் என்பதைப் புரிந்துகொள்ளவேண்டும்.

### உடனடித் திசைவேகம் (அல்லது) திசைவேகம்.

tநேரத்தில் இருக்கும் உடனடித் திசைவேகம் அல்லதுஎளிமையாகtநேரத்தில் திசைவேகம் என்பது $\Delta t \rightarrow 0$ .என்றநிபந்தனையில் கிடைக்கப்பெறும் சராசரித் திசைவேகம் ஆகும்.

மேலும் திசைவேகம் என்பதுநேரத்தைப் பொருத்துநிலைவெக்டர் மாறும் வீதமாகும். இது ஒருவெக்டர் அளவாகும்.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

வெக்டர் கூறுமுறையில் துகள் ஒன்றின் திசைவேகம்

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k})$$

$$= \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}$$

இங்கு  $\frac{dx}{dt} = v_x =$  திசைவேகத்தின் x கூறு

$\frac{dy}{dt} = v_y =$  திசைவேகத்தின் y கூறு

$\frac{dz}{dt} = v_z =$  திசைவேகத்தின் z கூறு

திசைவேகத்தின் எண்மதிப்புவேகம் எனப்படும் அதனை  $v$  என குறிப்பிடலாம்.

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

வேகம் எப்போதும் ஒருநேர்க்குறி ஸ்கேலர் ஆகும். வேகத்தின் அலகு  $m s^{-1}$  ஆகும்.

### எடுத்துக்காட்டு 2.21

துகளொன்றின் நிலைவெக்டர்  $\vec{r} = 2t\hat{i} + 3t^2\hat{j} - 5\hat{k}$

அ)  $t$  என்ற நேரத்தொரு நேரத்திலும் உள்ள திசைவேகம் மற்றும் வேகத்தினைக் கணக்கிடுக:

ஆ)  $t = 2$  வினாடி என்ற நேரத்தில் உள்ள திசைவேகம் மற்றும் வேகத்தினைக் கணக்கிடுக  
தீர்வு:

$$\text{திசைவேகம் } \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 2\hat{i} + 6t\hat{j}$$

$$v(t) = \sqrt{2^2 + (6t)^2} \text{ ms}^{-1}$$

$t = 2$  வினாடியில் துகளின் திசைவேகம்  $\vec{v}(2s) = 2\hat{i} + 12\hat{j}$

$t = 2$  வினாடியில் துகளின் திசைவேகம்

$$v(2s) = \sqrt{2^2 + 12^2} = \sqrt{4 + 144}$$

$$= \sqrt{148} \approx 12.16 \text{ m s}^{-1}$$

துகளானது x, y திசைகளில் திசைவேகத்தின் கூறுகளைப் பெற்றுள்ளது. z திசையில் நிலைவெக்டர் (-5) என்ற மாறாத மதிப்பினைப் பெற்றுள்ளது. இது நேரத்தைச் சார்ந்ததல்ல. எனவே z- திசையில் திசைவேகத்தின் கூறு சுழியாகும்.

### எடுத்துக்காட்டு 2.22

A, B மற்றும் C என்ற மூன்று துகள்களின் திசைவேகங்கள் கீழ்க்கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இவற்றுள் எந்தத் துகள் அதிக வேகத்தில் செல்லும்.

$$\vec{v}_A = 3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\vec{v}_B = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$$

$$\vec{v}_C = 5\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$$

தீர்வு:

நாம் அறிந்தபடி வேகம் என்பது, திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பு ஆகும். எனவே,

$$\begin{aligned} \text{A துகளின் வேகம்} &= |\vec{v}_A| = \sqrt{(3)^2 + (-5)^2 + (2)^2} \\ &= \sqrt{9 + 25 + 4} = \sqrt{38} \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B துகளின் வேகம்} &= |\vec{v}_B| = \sqrt{(1)^2 + (2)^2 + (3)^2} \\ &= \sqrt{1 + 4 + 9} = \sqrt{14} \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{C துகளின் வேகம்} &= |\vec{v}_C| = \sqrt{(5)^2 + (3)^2 + (4)^2} \\ &= \sqrt{25 + 9 + 16} = \sqrt{50} \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

C துகள் மற்ற துகள்களைவிட வேகமாகச் செல்லும்.

$$\sqrt{50} > \sqrt{38} > \sqrt{14}$$

### எடுத்துக்காட்டு 2.23

இரண்டுகார்களில் ஒன்று  $\vec{v}_1 = 10 \text{ ms}^{-1}$  என்றதிசைவேகத்தில் கிழக்காகவும் மற்றொன்று

$\vec{v}_2 = 10 \text{ ms}^{-1}$  என்றதிசைவேகத்தில் மேற்காகவும் செல்கின்றன. அவற்றின் வேகங்களைக் கணக்கிடுக.

### தீர்வு

இரண்டுகார்களும் வெவ்வேறானதிசையில் ஒரேஎண்மதிப்புடையதிசைவேகத்தில் செல்கின்றன. எனவே இரண்டுகார்களும் வெவ்வேறுதிசைவேகத்தில் செல்கின்றன எனக் கருதலாம். ஆனால் திசைவேகத்தின் எண்மதிப்புவேகம் ஆகும். இதற்குத் திசை இல்லை. எனவே இரண்டுகார்களும் வெவ்வேறுதிசைகளில் சென்றாலும் சமவேகத்தில் செல்கின்றன என்பதை அறியலாம்.

வேகம் காட்டும் கருவி

உந்தம்

துகள் ஒன்றின் நேர்க்கோட்டு உந்தம் அல்லது உந்தம் என்பது அத்துகளின் நிறைக்கும், அதன் திசைவேகத்திற்கும் உள்ள பெருக்கற்பலன் ஆகும். இதனை எனக் குறிப்பிடலாம். இது ஒரு வெக்டர் அளவு ஆகும்.  $\vec{p} = m\vec{v}$ .

திசைவேகத்தின் திசையிலேயே உந்தத்தின் திசையும் இருக்கும். உந்தத்தின் எண்மதிப்பு துகளின் நிறைமற்றும் வேகத்தின் பெருக்கல் பலனுக்குச் சமம்.  $p = mv$

கூறுமுறையில் உந்தத்தினை பின் வருமாறு குறிப்பிடலாம்.  $p_x \hat{i} + p_y \hat{j} + p_z \hat{k} = mv_x \hat{i} + mv_y \hat{j} + mv_z \hat{k}$

இங்கு

$P_x =$  உந்தத்தின் x -கூறு, இது  $mv_x$ க்குச் சமம்

$P_y =$  உந்தத்தின் y -கூறு, இது  $mv_y$ க்குச் சமம்

$P_z =$  உந்தத்தின் z -கூறு, இது  $mv_z$ க்குச் சமம்

நியூட்டன் விதிகளில் உந்தத்தின் பங்கு முக்கியமானதாகும். பின்வரும் எடுத்துக்காட்டிலிருந்து உந்தத்தின் இயற்பியல் முக்கியத்துவத்தினை அறியலாம்.

ஒரு வண்ணத்துப்பூச்சி சிறியகல் ஆகிய இரண்டும்  $5 \text{ ms}^{-1}$  என்ற திசைவேகத்தில் உங்கள் மீது மோதுகிறது என்க. மோதலின் விளைவுகள் இரண்டும் சமமாக இருப்பதில்லை. ஏனெனில் விளைவு திசைவேகத்தினை மட்டும் பொருத்ததில்லை. நிறையையும் பொருத்தது.

சிறியகல்லின் நிறை, வண்ணத்துப்பூச்சியின் நிறையவிட அதிகம். எனவே சிறியகல்லின் உந்தம் வண்ணத்துப்பூச்சியின் உந்தத்தைவிட அதிகம். ஆகவே இயக்கத்தில் உள்ள பொருளின் நிலையை விளக்குவதில் உந்தத்தின் பங்கு முக்கியமாகும்.

உந்தத்தின் அலகு  $\text{kg m s}^{-1}$  ஆகும்.

### எடுத்துக்காட்டு 2.24

10g மற்றும் 1kg நிறைகொண்ட இரண்டு பொருட்கள்  $10 \text{ ms}^{-1}$  என்ற ஒரே வேகத்தில் செல்கின்றன. அவற்றின் உந்தங்களின் எண்மதிப்பைக் காண்க.

**தீர்வு**

$p = mv$  என்க.

10g நிறையுடைய பொருளின் உந்தம்.

$$P = 0.01 \times 10 = 0.1 \text{ kg ms}^{-1}$$

1kg நிறையுடைய பொருளின் உந்தம்.

$$P = 1 \times 10 = 10 \text{ kg ms}^{-1}$$

இரண்டும் ஒரே வேகத்தில் சென்றாலும் கனமான பொருளின் உந்தம், லேசான பொருளின் உந்தத்தை விட 100 மடங்கு அதிகம் என்பதை இந்த எடுத்துக்காட்டிலிருந்து அறியலாம்.

## 2.10 ஒருபரிமாண இயக்கம்

### 2.10.1 சராசரித் திசைவேகம்

துகளொன்று ஒருபரிமாணத்தில் இயங்குகிறது என்க. எடுத்துக்காட்டாக  $x$  திசையில் இயங்குகிறது என்று எடுத்துக்கொண்டால் அத்துகளின் சராசரித் திசைவேகம்

$$= \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

சராசரித் திசைவேகம் ஒரு வெக்டர் அளவாகும். ஆனால் ஒருபரிமாணத்தில் நமக்கு இரண்டு திசைகள் மட்டுமே சாத்தியம் (நேர்க்குறி மற்றும் எதிர்க்குறி  $x$  திசை) எனவே திசையிகைக் குறிக்க நேர்க்குறி மற்றும் எதிர்க்குறி இரண்டினையும் பயன்படுத்தலாம்.

உடனடித் திசைவேகம் அல்லது திசைவேகத்தினைப் பின்வருமாறு வரையறுக்கலாம்.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

வரைபட முறையில் துகளின் இடப்பெயர்ச்சி நேரம் வரைபடத்தின் சாய்வு. துகளின் திசைவேகத்தினைக் கொடுக்கும். அதே நேரத்தில் துகளின் திசைவேகம்- நேரம் வரைபடத்தின் வளைகோட்டிற்கு கீழே உள்ள பரப்பு இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் கடந்த தொலைவினைக் கொடுக்கும். அதனைப் பின்வருமாறு விளக்கலாம்.

$$\text{நாமறிந்தபடி, திசைவேகம்} = \frac{dx}{dt} = v$$

எனவே  $dx = v dt$  என எழுதலாம்.

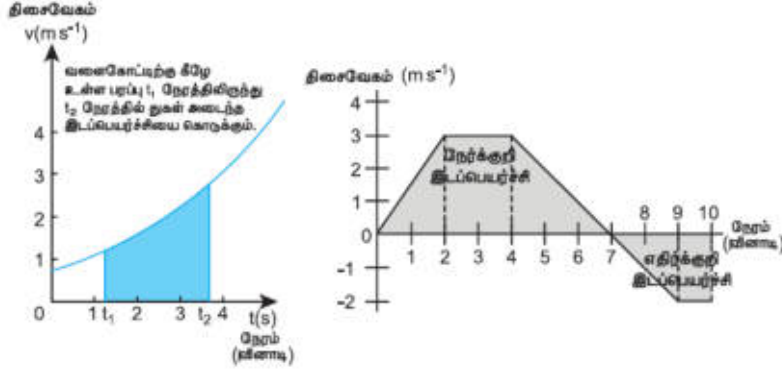
$$\text{இரண்டு பக்கமும் தொகைப்படுத்த} \int_{x_1}^{x_2} dx = \int_{t_1}^{t_2} v dt \text{ எனக்கிடைக்கும்.}$$

முற்பகுதியில் கூறப்பட்டபடி தொகையிடல் என்பது வளைகோட்டிற்கு கீழே உள்ள பரப்பினைக்

காண்பதற்குச் சமம். எனவே  $\int_{t_1}^{t_2} v dt$  என்றபதம் திசைவேகம், காலத்தின்

சார்பாக உள்ளபோது ஏற்படும் வளைகோட்டிற்கு கீழே உள்ள பரப்பினைக் குறிக்கிறது.

இடதுகைப் பக்கமுள்ள தொகையிடல்  $t_1$  நேரத்திலிருந்து  $t_2$  நேரத்தில் துகள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சியைக் குறிக்கிறது. திசைவேகம்



திசைவேகம் - நேரம் வரைபடத்தில் இடப்பெயர்ச்சி

### 2.10.1 ஒருபரிமாணமற்றும் இருபரிமாண இயக்கத்தில் சார்புத் திசைவேகம்

A மற்றும் B என்ற இரண்டு பொருட்கள் வெவ்வேறு திசைவேகங்களில் செல்கின்றன என்க. B பொருளைப் பொருத்து A பொருளின் திசைவேகம் என்பது B பொருளைப் பொருத்து A பொருளின் சார்புத் திசைவேகம் எனப்படும்.

#### நேர்வு -1

A, B என்ற இரண்டு பொருட்கள் படத்தில் உள்ளவாறு  $V_A$  மற்றும்  $V_B$  என்ற சீரான திசைவேகங்களில் நேர்க்கோட்டுப்பாதையில் தரையைப் பொருத்து ஒரே திசையில் செல்கின்றன.

$$\vec{V}_A, \vec{V}_B$$

B பொருளைப் பொருத்து A பொருளின் சார்புத் திசைவேகம்  $\vec{V}_{AB} = \vec{V}_A - \vec{V}_B$

A பொருளைப் பொருத்து B பொருளின் சார்புத் திசைவேகம்  $\vec{V}_{BA} = \vec{V}_B - \vec{V}_A$

எனவே, இரண்டு பொருட்கள் ஒரே திசையில் இயங்கும் போது, ஒரு பொருளைப் பொருத்து மற்றொன்றின் சார்புத் திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பு, இவ்விரண்டு பொருட்களின் திசைவேகங்களின் எண்மதிப்புகளின் வேறுபாட்டிற்குச் சமமாகும்.

#### எடுத்துக்காட்டு 2.26

A மற்றும் B என்ற இரண்டு கார்கள் இணையான பாதையில் ஒரே திசையில் தரையைப் பொருத்து சீரான திசைவேகத்தில் செல்கின்றன. A மற்றும் B கார்களின் திசைவேகங்கள் முறையே  $35 \text{ km h}^{-1}$  மற்றும்  $40 \text{ km h}^{-1}$  கிழக்காக செல்கின்றன. A காரினைப் பொருத்து B காரின் சார்புத் திசைவேகம் என்ன?

#### தீர்வு

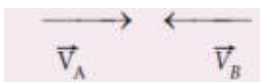
A காரினைப் பொருத்து B காரின் சார்புத் திசைவேகம்  $\vec{v}_{BA} = \vec{v}_B - \vec{v}_A = 5 \text{ km h}^{-1}$  கிழக்கு திசையில்

இதே போன்று B காரினைப் பொருத்து A காரின் சார்புத் திசைவேகம்

$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B = 5 \text{ km h}^{-1}$  மேற்குத் திசையில் A காரில் உள்ள பயணிக்கு B காரானது கிழக்கு நோக்கி  $5 \text{ km h}^{-1}$  என்ற திசைவேகத்தில் செல்வது போன்று தோன்றும். B காரில் உள்ள பயணிக்கு A காரானது மேற்கு நோக்கி  $5 \text{ km h}^{-1}$  என்ற திசைவேகத்தில் செல்வது போன்று தோன்றும்.

#### நேர்வு - 2

A, B என்ற இரண்டு பொருட்கள்  $V_A$  மற்றும்  $V_B$  என்ற சீரான திசைவேகங்களில் ஒன்றுக்கொன்று எதிர் திசையில் நேரான பாதையில் செல்கின்றன.



B பொருளைப் பொருத்து A பொருளின் சார்புத் திசைவேகம்



$$\vec{V}_{AB} = \vec{V}_A - (-\vec{V}_B) = \vec{V}_A + \vec{V}_B$$

Aபொருளைப் பொருத்துB பொருளின் சார்புத் திசைவேகம்

$$\vec{V}_{BA} = -\vec{V}_B - \vec{V}_A = -(\vec{V}_A + \vec{V}_B)$$

எனவே இரண்டுபொருட்கள் ஒன்றுக்கொன்றுஎதிர் திசையில் இயங்கும் போது,ஒருபொருளைப் பொருத்துமற்றொருபொருளின் சார்புத் திசைவேகமானது, இரண்டுபொருட்களின் திசைவேகங்களின் எண்மதிப்புகளின் கூடுதலுக்குச் சமமாகும்.

### நேர்வு- 3

$\vec{v}_A$  மற்றும்  $\vec{v}_B$  திசைவேகத்தில் இரண்டுபொருட்கள் மீகோணத்தில் இயங்கும் போது. Bபொருளைப்

பொருத்துAபொருளின் சார்புத் திசைவேகம்  $\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$

சார்புத் திசைவேகத்தின் எண்மதிப்புமற்றும் திசைகீழ்க்கண்டவாறுவழங்கப்படுகிறது.

$$v_{AB} = \sqrt{v_A^2 + v_B^2 - 2v_A v_B \cos\theta} \text{ மற்றும்}$$

$$\tan \beta = \frac{v_B \sin\theta}{v_A - v_B \cos\theta}$$

(இங்குβஎன்பது  $\vec{v}_{AB}$  மற்றும்  $\vec{v}_B$ க்கு இடைப்பட்டகோணமாகும்.)

(அ) இரு பொருட்களும் நேரான இணைப் பாதையில் ஒரேதிசையில் இயங்கும்போது $\theta=0^\circ$ எனவே,

$V_{AB} = (V_A - V_B)$  மேலும்  $V_{AB}$ இன் திசை $V_A$  இன் திசையில் இருக்கும், இதே போன்று

$V_{BA} = (V_B - V_A)$  மேலும்  $V_{BA}$ இன் திசை $V_B$  இன் திசையில் இருக்கும்,

(ஆ) இரு பொருட்களும் நேரான இணைப் பாதையில் ஒன்றுக் கொன்றுஎதிர்த்திசையில் இயங்கும் போது $\theta=180^\circ$ எனவே,

$V_{AB} = (V_A + V_B)$ மேலும் இதன் திசை $V_A$  இன் திசையில் இருக்கும்,

இதே போன்று

$V_{BA} = (V_B + V_A)$ மேலும் இதன் திசை $V_B$  இன் திசையில் இருக்கும்,

(இ) இரு பொருட்களும் ஒன்றுக்கொன்றுசெங்குத்தாகசெல்லும் போது $\theta=90^\circ$ Bபொருளைப் பொருத்துAபொருளின் சார்புத் திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பு

$$v_{AB} = \sqrt{v_A^2 + v_B^2}$$

மழையைப் பொருத்துகுடையின் கோணம்

(ஈ) குடை பிடித்தபிடிக்கிடைத்தளப் பாதையில் நடந்துசெல்லும் மனிதரின் திசைவேகம்  $\vec{V}_M$  என்க.

அவரின் மீதுசெங்குத்தாக  $\vec{V}_R$  திசைவேகத்தில் மழைபொழிகிறதுஎனில் மனிதரைப் பொருத்துமழையின் சார்புத் திசைவேகம்  $\vec{V}_{RM} = \vec{V}_R - \vec{V}_M$

மேலும்  $\vec{V}_{RM}$  இன் எண்மதிப்பு  $V_{RM} = \sqrt{V_R^2 + V_M^2}$  மற்றும் செங்குத்துஅச்சைப் பொறுத்து

$$\text{திசை}\theta = \tan^{-1} \left[ \frac{V_M}{V_R} \right]$$

மழையிலிருந்துதன்னைப் பாதகாத்துக் கொள்ளமனிதர் செங்குத்துஅச்சைப் பொறுத்துமீகோணத்தில் குடையினைசாய்த்துப் பிடிக்கவேண்டும்.

### எடுத்துக்காட்டு 2.27

Aமற்றும் Bஎன்ற இரண்டுரயில் வண்டிகள் இணையான இரயில் பாதையில் ஒன்றுக்கொன்றுஎதிர் திசையில் செல்கின்றன. இரயில் வண்டிA ன் திசைவேகம் கிழக்குநோக்கி  $40 \text{ km h}^{-1}$ மற்றும் இரயில்

வண்டி B ன் திசைவேகம் மேற்குநோக்கி  $40 \text{ km h}^{-1}$  இரயில் வண்டிகளின் சார்புத் திசைவேகங்களைக் காண்க.

**தீர்வு**

இரயில் வண்டி B ஐப் பொருத்து, இரயில் வண்டி A ன் சார்புத் திசைவேகம்,

$V_{AB} = 80 \text{ km h}^{-1}$  கிழக்குநோக்கி, அதாவது இரயில் வண்டி B ல் உள்ளபயணிக்கு இரயில் வண்டி A கிழக்குநோக்கி  $80 \text{ km h}^{-1}$  திசைவேகத்தில் செல்வதுபோன்றுதோன்றும்.

இரயில் வண்டி A ஐப் பொருத்து, இரயில் வண்டி B ன் சார்புத் திசைவேகம்

$V_{BA} = 80 \text{ km h}^{-1}$  மேற்குநோக்கி, அதாவது இரயில் வண்டி A ல் உள்ளபயணிக்கு இரயில் வண்டி B மேற்குநோக்கி  $80 \text{ km h}^{-1}$  திசைவேகத்தில் செல்வதுபோன்றுதோன்றும்.

**எடுத்துக்காட்டு 2.28**

A மற்றும் B என்ற இரண்டு இரயில் வண்டிகள் இணையான இரயில் பாதையில் ஒரேதிசையில் கிழக்குநோக்கி  $50 \text{ km h}^{-1}$  என்ற திசைவேகத்தில் செல்கின்றன. இரயில் வண்டிகளின் சார்புத் திசைவேகங்களைக் காண்க.

**தீர்வு**

இரயில் வண்டி A வைப் பொருத்து இரயில் வண்டி B ன் சார்புத் திசைவேகம்,

$$\begin{aligned} V_{BA} &= V_B - V_A \\ &= 50 \text{ km h}^{-1} + (-50) \text{ km h}^{-1} \\ &= 0 \text{ km h}^{-1} \end{aligned}$$

இவ்வாறே, இரயில் வண்டி B ஐப் பொருத்து இரயில் வண்டி A ன் சார்புத் திசைவேகம்  $V_{AB}$  சுழியாகும்.

எனவே இந்த இரு இரயில் வண்டியும் ஒன்றுமற்றொன்றைப் பொருத்து ஒய்வுநிலையில் இருப்பதுபோன்றுதோன்றும்.

**எடுத்துக்காட்டு 2.29**

$36 \text{ km h}^{-1}$  வேகத்தில் செல்லும் இரயில் வண்டியின் ஜன்னல் ஓரம் அமர்ந்திருக்கும் சிறுவன், எதிர் திசையில்  $18 \text{ km h}^{-1}$  வேகத்தில் செல்லும்  $90 \text{ m}$  நீளமுள்ள இரயிலை எவ்வளவு நேரத்திற்குப் பார்க்க முடியும்.

**தீர்வு**

சிறுவனைப் பொருத்து எதிர் திசையில் செல்லும் இரயில் வண்டியின் சார்புத் திசைவேகம்

$$\begin{aligned} &= (36 + 18) \text{ km h}^{-1} = 54 \text{ km h}^{-1} \\ &= 54 \times \frac{5}{18} \text{ m s}^{-1} = 15 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

சிறுவன் எதிர் திசையில் செல்லும் இரயில் வண்டியை முழுவதும் பார்க்கும் நேரத்தினைக் கணக்கிட வேண்டும்.

$$15 = \frac{90}{t} \quad (\text{அல்லது}) \quad t = \frac{90}{15} = 6 \text{ s}$$

**எடுத்துக்காட்டு 2.30**

ஆற்றுநீரோட்டத்தின் திசையில் நீந்தும் நீச்சல் வீரரின் திசைவேகம்  $12 \text{ km h}^{-1}$  ஆற்றுநீரோட்டத்தின் திசைக்கு எதிர் திசையில் அவரின் நீச்சல் திசைவேகம்  $6 \text{ km h}^{-1}$  எனில் அமைதிநிலையில் இருக்கும் நீரினைப் பொருத்து நீச்சல் வீரரின் வேகத்தையும் மற்றும் ஆற்றுநீரோட்டத்தின் திசைவேகத்தையும் காண்க

**தீர்வு:**

தரையைப் பொருத்து நீச்சல் வீரர் மற்றும் ஆற்றுநீரோட்டத்தின் திசைவேகங்கள் முறையே  $v_s$  மற்றும்  $v_r$  என்க

$$v_s + v_r = 12 \quad (1)$$

மற்றும்

$$v_s - v_r = 6 \quad (2)$$

இரண்டுசமன்பாடுகளையும் கூட்டும் போது,

$$2 v_s = 12 + 6 = 18 \text{ km h}^{-1} \quad (\text{அல்லது})$$

$$v_s = 9 \text{ km h}^{-1}$$

சமன்பாடு (1) ல் இருந்து

$$9 + v_r = 12 \quad (\text{அல்லது}) \quad v_r = 3 \text{ km h}^{-1}$$

நீச்சல் வீரர் ஆற்றுநீரோட்டம் பாய்ந்துகொண்டிருக்கும் அதேதிசையில் நீந்தும் போது அவரின் தொகுபயன் திசைவேகம்  $12 \text{ km h}^{-1}$

**முடுக்கிவிடப்பட்ட இயக்கம்:**

சீரற்ற இயக்கத்தில் உள்ளபொருளின் திசைவேகம் ஒவ்வொருநேரத்திலும் மாற்றமடைந்துகொண்டே இருக்கும். அதாவது திசைவேகம் நேரத்தைப் பொருத்து மாற்றமடைந்துகொண்டே இருக்கும். இவ்வகையான இயக்கத்திற்கு முடுக்கிவிடப்பட்ட இயக்கம் என்று பெயர்.

அ) முடுக்கிவிடப்பட்ட இயக்கத்தில் ஓரலகுநேரத்தில் மாற்றமடைந்தபொருளின் திசைவேகம் சமமாக (மாறிலியாக) இருப்பின், அப்பொருள் சீராக முடுக்கிவிடப்பட்ட இயக்கத்தில் உள்ளது எனக் கருதலாம்.

ஆ) ஓரலகுநேரத்தில் மாற்றமடைந்தபொருளின் திசைவேகம் வெவ்வேறுநேரத்தில் வெவ்வேறாக இருப்பின் அப்பொருள் சீரற்ற முடுக்கிவிடப்பட்ட இயக்கத்தில் உள்ளது எனக் கருதலாம்.

**சராசரி முடுக்கம்:**

$\Delta t = (t_2 - t_1)$  கால இடைவெளியில் திசைவேகம்  $\vec{v}_1$  லிருந்து  $\vec{v}_2$  க்கு மாற்றமடைந்தபொருளின் சராசரி முடுக்கத்தை, திசைவேகமாறுபாடு மற்றும் எடுத்துக்கொண்ட கால இடைவெளி  $\Delta t = (t_2 - t_1)$  இவற்றின் தகவல்களையொன்றையொன்று செயல்படும்.

$$\text{எனவே, } \vec{a}_{avg} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

சராசரி முடுக்கம் ஒரு வெக்டர் அளவாகும். அதன் திசை  $\Delta \vec{v}$  ன் திசையில் இருக்கும்.

**உடனடி முடுக்கம்:**

பொதுவாக சராசரி முடுக்கம், முழு கால இடைவெளியில் பொருளின் திசைவேகத்தில் ஏற்படும் மாறுபாட்டைக் கொடுக்கும். ஆனால் இது ஒரு குறிப்பிட்ட கணநேரத்தில் (t) திசைவேகத்தில் ஏற்பட்ட மாற்றத்தைக் கொடுக்காது.

$\Delta t$  கழிய நெருங்கும் போது, நேரத்தைப் பொருத்து திசைவேகத்தில் ஏற்பட்ட மாறுபாடு உடனடி முடுக்கம் அல்லது முடுக்கம் என அழைக்கப்படுகிறது.

$$\text{முடுக்கம் } \vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

வேறுவகையில் கூறின், v நேரத்தில் பொருளின் முடுக்கமானது அந்நேரத்தில் ஏற்பட்ட திசைவேகமாறுபாட்டிற்குச் சமமாகும்.

(i) முடுக்கம் ஒரு வெக்டர் அளவு ஆகும். இதன் SI அலகு  $\text{ms}^{-2}$  பரிமாணவாய்ப்பாடு  $\text{M}^0\text{L}^1\text{T}^{-2}$

(ஆ) திசைவேகம் அதிகரிக்கும் போது ஏற்படும் முடுக்கத்தை நோக்குறி முடுக்கம் எனவும் திசைவேகம் குறையும் போது ஏற்படும் முடுக்கத்தை எதிர் முடுக்கம் எனவும் அழைக்கிறோம். இதனை எதிர் முடுக்கம் என்றும் அழைக்கலாம். கூறு முறையில் முடுக்கத்தினை கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம். இதிலிருந்து,

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt} \hat{i} + \frac{dv_y}{dt} \hat{j} + \frac{dv_z}{dt} \hat{k} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

எனவே,

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}, a_y = \frac{dv_y}{dt}, a_z = \frac{dv_z}{dt}$$

எனஅறியலாம். இவைகள் உடனடிமுடுக்கத்தின் கூறுகள் ஆகும்.

திசைவேகத்தின் அனைத்து கூறுகளும், அதற்குத் தொடர்புடைய ஆய அச்சக் கூறுகளின் வகைக்கெழுக்களாகும். இதே போன்றுமுடுக்கவெக்டர்  $a_x$ ,  $a_y$  மற்றும்  $a_z$  ஆகியவற்றை கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2}, a_y = \frac{d^2y}{dt^2}, a_z = \frac{d^2z}{dt^2}$$

எனவே, முடுக்கவெக்டர்  $\vec{a}$  ஐ கீழ்க்கண்டவாறும் எழுதலாம்.

$$\vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2} \hat{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \hat{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \hat{k} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

மேற்கண்டதொடர்பிலிருந்து முடுக்கம் நிலைவெக்டரின் நேரத்தைப் பொருத்த இரண்டாம் வகைக்கெழுமென்று அறியலாம்.

வரைபடமுறையில் முடுக்கம் என்பது திசைவேகம் - நேரம் வரைபடத்தின் சாய்வு ஆகும்.

மேலும் வரைபடமுறையில் முடுக்கம் - நேரம் வரைபடம் கொடுக்கப்பட்டிருப்பின் வளைகோட்டிற்கு கீழே உள்ளபடி திசைவேகத்தைக் கொடுக்கும்.

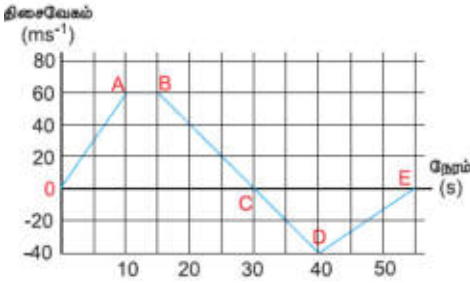
$$\frac{dv}{dt} = a \text{ இதிலிருந்து } dv = a dt \text{ என எழுதலாம்.}$$

$$\text{எனவே } v = \int_{t_1}^{t_2} a dt$$

இங்கு  $t_1$  மற்றும்  $t_2$  தொடக்கமற்றும் இறுதி நேரத்தைக் குறிக்கிறது.

### எடுத்துக்காட்டு 2.31

X அச்சத் திசையில் இயங்கும் துகளொன்றின் திசைவேகம் - நேரம் வரைபடம் பொருக்கப்பட்டுள்ளது. அதிலிருந்து கீழ்க்கண்டவற்றைக் காண்க.



அ) 0 முதல் 55 வினாடிகால இடைவெளியில் துகளின் இயக்கத்தினை விளக்கவும்.

ஆ) 0 முதல் 40 வினாடிகால இடைவெளியில் துகள் கடந்த தொலைவு மற்றும் துகளின் இடப்பெயர்ச்சியைக் கணக்கிடவும்.

இ)  $t = 5$  வினாடி மற்றும்  $t = 20$  வினாடியில் துகளின் முடுக்கத்தினைக் கணக்கிடவும்.

தீர்வு:

அ) 0 முதல் A வரை (0 வினாடி முதல் 10 வினாடி வரை)

$t = 0$  வினாடியில் துகளின் திசைவேகம் சுழி அதன் பின்பு துகள் நேர்க்குறி திசைவேகத்தைப் பெறும்.

எனவே துகள் நேர்க்குறி X திசையில் இயங்கும். 0 வினாடியிலிருந்து 10 வினாடி வரை வளைகோட்டின்

சாய்வு ( $\frac{dv}{dt}$ ) நேர்க்குறி ஆகும். இது துகளின் நேர்க்குறி முடுக்கத்தினைக் காட்டுகிறது. மேலும் 0

வினாடியிலிருந்து 10 வினாடி வரை துகளின் திசைவேகம் அதிகரிப்பதைக் காணலாம்.

A முதல் B வரை: (10 வினாடியிலிருந்து 15 வினாடி வரை)

10 வினாடிமுதல் 15 வினாடிவரை  $60 \text{ ms}^{-1}$  என்ற மாறாத திசைவேகத்தில் துகள் உள்ளது. இது துகளின் சுழிமுடுக்கத்தினைக் காட்டுகிறது. மேலும் துகள் தொடர்ந்து நேர்க்குறி திசையில் இயங்குவதை இது காட்டுகிறது.

B முதல் C வரை ( 15 வினாடியிலிருந்து 30 வினாடிவரை)

15 வினாடியிலிருந்து 30 வினாடிவரை வளைகோட்டின் சாய்வு எதிர்க்குறி ஆகும். இது 15 வினாடியிலிருந்து 30 வினாடிவரை துகளின் திசைவேகம் குறைவதைக் காட்டுகிறது. இருப்பினும் துகள் நேர்க்குறி X அச்ச திசையிலேயே தொடர்ந்து இயங்குகின்றது. 30 வினாடியில் துகளின் திசைவேகம் சுழியாகிறது. துகள் நேர்க்குறி X திசையில் பெரும் தூரத்தைக் கடந்து பின்பு கண நேர ஓய்வினை அடைகிறது.

C யிலிருந்து D வரை ( 30 வினாடியிலிருந்து 40 வினாடிவரை)

30 வினாடியிலிருந்து 40 வினாடிவரை துகள் எதிர்க்குறி திசைவேகத்தினை அடையும். இது துகள் எதிர்க்குறி ஓ அச்ச திசையில் இயங்கத் தொடங்குவதைக் காட்டுகிறது. திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பு  $40 \text{ ms}^{-1}$  என்ற பெருமதிப்பினை அடைகிறது.

D யிலிருந்து E வரை ( 40 வினாடியிலிருந்து 55 வினாடிவரை)

40 வினாடியிலிருந்து 55 வினாடிவரை திசைவேகம் எதிர்க்குறியில் தான் இருக்கிறது. அதமட்டுமின்றிகுறையத் தொடங்குகிறது.  $t = 55$  வினாடியில் துகளின் திசைவேகம் சுழியினை அடைந்து துகள் ஓய்வு நிலைக்கு வரும்.

ஆ) 0 முதல் 40 வினாடிவரை கொடுக்கப்பட்ட வளைகோட்டின் கீழே உள்ள பரப்பு துகளின் இடப்பெயர்ச்சியைக் கொடுக்கும். இங்கு O முதல் C வரை உள்ள பரப்பு துகள் நேர்க்குறி X திசையில் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சியும், C முதல் D உள்ள பரப்பு துகள் எதிர்க்குறி X திசையில் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சியையும் கொடுக்கும்.

$$0 \text{ வினாடி முதல் } 10 \text{ வினாடிவரை துகள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி} = \frac{1}{2} \times 10 \times 60 = 300 \text{ m}$$

$$10 \text{ வினாடி முதல் } 15 \text{ வினாடிவரை துகள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி} = 60 \times 5 = 300 \text{ m}$$

$$15 \text{ வினாடி முதல் } 30 \text{ வினாடிவரை துகள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி} = \frac{1}{2} \times 15 \times 60 = 450 \text{ m}$$

$$30 \text{ வினாடி முதல் } 40 \text{ வினாடிவரை துகள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி} = \frac{1}{2} \times 10 \times (-40) = 200 \text{ m}$$

இங்கு எதிர்க்குறியானது, துகள் எதிர்க்குறி X அச்ச திசையில்  $200 \text{ m}$  சென்றதைக் காட்டுகிறது.

0 வினாடி முதல் 40 வினாடிவரை துகள் அடைந்த மொத்த இடப்பெயர்ச்சி

$$300 \text{ m} + 300 \text{ m} + 450 \text{ m} - 200 \text{ m} = + 850 \text{ m}$$

இங்கு நேர்க்குறியானது துகளின் தொகுபயன் இடப்பெயர்ச்சி நேர்க்குறி அச்சின் திசையில் உள்ளது என்பதைக் காட்டுகிறது.

0 வினாடி முதல் 40 வினாடிவரை துகள் கடந்த மொத்த தூரம் (பாதையின் நீளம்)

$$= 300 + 300 + 450 + 200 = 1250 \text{ m}$$

(இ) திசைவேகம் - நேரம் வரைபடத்தின் சாய்வு துகளின் முடுக்கத்தைக் கொடுக்கும். முதல் 10 வினாடிகளுக்கு திசைவேகம் (மாறாத முடுக்கம்)

$$\text{எனவே, முடுக்கம்} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \text{ இங்கு}$$

$$v_2 = 60 \text{ ms}^{-1} \text{ மற்றும் } v_1 = 0$$

$$a = \frac{60 - 0}{10 - 0} = 60 \text{ ms}^{-2}$$

மேலும் துகள் 15 வினாடியிலிருந்து 30 வினாடிவரை மாறாத எதிர்க்குறி சாய்வினைக் கொண்டுள்ளது.

இந்நிகழ்வில்  $v_2 = 0$  மற்றும்  $v_1 = 60 \text{ ms}^{-1}$  எனவே  $t = 20$  வினாடியில் முடுக்கமானது  $a = \frac{0 - 60}{30 - 15} = 4 \text{ ms}^{-2}$

$2$  எதிர்க்குறி சாய்வானது துகளின் எதிர் முடுக்கத்தைக் காட்டுகிறது.

### எடுத்துக்காட்டு 2.32

துகளின் நிலைவெக்டர்  $\vec{r} = 3t^2\hat{i} + 5t\hat{j} + 4\hat{k}$  இதிலிருந்துகீழ்க்கண்டவற்றைக் காண்க.

- அ)  $t=3$ வினாடியில் துகளின் திசைவேகம்  
ஆ)  $t=3$ வினாடியில் துகளின் வேகம்  
இ)  $t=3$ வினாடியில் துகளின் முடுக்கம்

தீர்வு :

அ) திசைவேகம்  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}$

இங்கு  $\vec{v}(t) = 6t\hat{i} + 5\hat{j}$

திசைவேகம் இரண்டு கூறுகளைமட்டுமேபெற்றுள்ளது. அதாவது  $v_x = 6t$  (நேரத்தைச் சார்ந்துள்ளது) மற்றும்  $v_y = 5$  (நேரத்தைச் சாராதது)

$t=3$  வினாடியில் திசைவேகம்  $\vec{v}(3) = 18\hat{i} + 5\hat{j}$

ஆ)  $t=3$  வினாடியில் துகளின் வேகம்  $v = \sqrt{18^2 + 5^2} = \sqrt{349} \approx 18.68ms^{-1}$

இ) முடுக்கம்  $= \vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = 6\hat{i}$

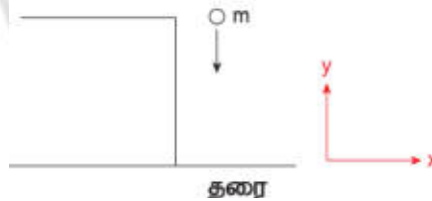
முடுக்கம் x- கூறினைமட்டுமேபெற்றுள்ளது. மேலும் இது நேரத்தைச் சாராதது.  $t = 3$ வினாடியிலும் முடுக்கம் மாறாதமதிப்பான  $a = 6\hat{i}$  ஐ பெற்றிருக்கும் என்பதைகவனிக்கவேண்டும். மேலும் இந்நிகழ்வில் துகள் சீரற்றதிசைவேகத்தையும் சீரானமுடுக்கத்தையும் பெற்றுள்ளது.

### எடுத்துக்காட்டு 2.33

பொருளொன்றைசெங்குத்தாககீழ் நோக்கிஎறியும்போதுஅதுஎவ்வகையானமுடுக்கத்தினைப் பெறும்?

தீர்வு:

நாம் அறிந்தபடி,தடையின்றித் தானேபுவியைநோக்கிவிழும் பொருள் புவியீர்ப்புவியைவிடால் ஒருமுடுக்கத்தைப்பெறும் அதுபுவியீர்ப்புமுடுக்கமாகும்.  $g = 9.8 ms^{-2}$ படத்தில் உள்ளபடிநாம் தகுந்த ஆய அச்சத் தொகுப்பினைதேர்வுசெய்யவேண்டும்.



இதிலிருந்துமுடுக்கமானதுஎதிர்க்குறியிசையில் செயல்படும் எனஅறியலாம்.

$\vec{a} = g(-\hat{j}) = -g\hat{j}$

### 2.10.3. நுண்கணிதமுறையில் சீரானமுடுக்கமடைந்தபொருளின் இயக்கச் சமன்பாடுகள்

நேர்கோட்டில் இயங்கும் பொருள் ஒன்றினைக் கருதுக. அதன் சீரானமுடுக்கம் 'a' என்க. இங்குசீரானமுடுக்கம் என்பதுமுடுக்கம் ஒருமாறிலி: அதுநேரத்தைச் சாராததுஎன்றுபொருள்.

நேரம்  $t = 0$  வினாடியில் பொருளின் திசைவேகம் u என்க. நேரம் tவினாடியில் பொருளின் திசைவேகம் v என்க.

திசைவேகம் - நேரம் தொடர்பு

(எ)எந்தஒருநேரத்திலும் பொருளின் முடுக்கம் என்பதுநேரத்தைப் பொருத்துதிசைவேகத்தின் முதல் வகைக்கெழுவாகும்.

$a = \frac{dv}{dt}$  (அல்லது)  $dv = a dt$

இயக்கநிபந்தனையின்படி (அதாவது நேரம் 0 விலிருந்துவரைமாரும்போது,திசைவேகம் uவிலிருந்துvக்குமாரும்) இரண்டுபக்கமும் தொகைப்படுத்துக.

$$\int_u^v dv = \int_0^t a dt = a \int_0^t dt \Rightarrow [v]_u^v = a[t]_0^t$$

$$v - u = at \quad (or) \quad v = u + at \quad \rightarrow (2.7)$$

### இடப்பெயர்ச்சி- நேரம் தொடர்பு

(ii) பொருளின் திசைவேகம் என்பதுநேரத்தைப் பொருத்துபொருளின் இடப்பெயர்ச்சியின் முதல் வகைக் கெழுவாகும்.

$$v = \frac{ds}{dt} \quad (அல்லது) \quad ds = v dt$$

$$\text{இங்கு } v = u + at,$$

$$\text{எனவே, } ds = (u + at) dt.$$

நேரம்  $t=0$ வினாடியில் பொருள் தொடக்கப்புள்ளியில் உள்ளதுஎனவும் 't'கால இடைவெளியில் பொருளின் இடப்பெயர்ச்சி's'எனவும் கருதுக. மேலும் பொருளின் முடுக்கம் நேரத்தைச் சார்ந்ததல்லஎனக் கருதுக.

$$\int_0^s ds = \int_0^t u dt + \int_0^t at dt \quad (அல்லது) \quad s = ut + \frac{1}{2}at^2 \quad (2.8)$$

### திசைவேகம் - இடப்பெயர்ச்சிதொடர்பு

(கலை) பொருளின் முடுக்கமென்பது,நேரத்தைப் பொருத்துதிசைவேகத்தின் முதல் வகைக்கெழுவாகும்.

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{ds} \frac{ds}{dt} = \frac{dv}{ds} v$$

[ $ds/dt = v$ ] இங்குSஎன்பதுகடந்ததொலைவுஆகும்.

$$a = \frac{1}{2} \frac{d(v^2)}{ds} \quad \text{அல்லது} \quad ds = \frac{1}{2a} d(v^2)$$

மேலே உள்ளசமன்பாட்டை தொகைப்படுத்த அதாவதுதிசைவேகம்

uவிலிருந்துvக்குமாரும்போதுதுகள் 0 விலிருந்துsவரை இடப்பெயர்ச்சிஅடையும்.

$$\int_0^s ds = \int_u^v \frac{1}{2a} d(v^2)$$

$$\therefore s = \frac{1}{2a} (v^2 - u^2)$$

$$\therefore v^2 = u^2 + 2as \quad (2.9)$$

ஆரம்பதிசைவேகம் 'u'மற்றும் இறுதித் திசைவேகம் 'v' இவற்றைப் பொருத்தும் துகளின் இடப்பெயர்ச்சியைவருவிக்கலாம். சமன்பாடு (2.7) லிருந்து

$$at = v - u$$

இதனைச் சமன்பாடு (2.8) ல் பிரதியிடும்பொது

$$s = ut + \frac{1}{2}(v - u)t$$

$$s = \frac{(u + v)t}{2} \quad (2.10)$$

எனக் கிடைக்கும்.

சமன்பாடுகள் (2.7) (2.8) (2.9) மற்றும் (2.10) ஆகியவை இயக்கச் சமன்பாடுகள் எனப்படும். இவை நடைமுறையில் பல்வேறு இடங்களில் நமக்குப் பயன்படுகின்றன.

### இயக்கச் சமன்பாடுகள்

$$v = u + at$$

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$s = \frac{(u+v)t}{2}$$

இயக்கச் சமன்பாடுகள் அனைத்தும், நேர்க்கோட்டில் இயங்கும் சீரான முடுக்கம் பெற்ற பொருட்களுக்கு மட்டுமே பொருந்தும். இவை வட்ட இயக்கம் மற்றும் அலைவியக்கத்தில் உள்ள பொருட்களுக்குப் பொருந்தாது.

### புவியீர்ப்பினால் இயங்கும் பொருளின் இயக்கச் சமன்பாடுகள்:

நடைமுறையில் புவியீர்ப்பிற்கு சற்றே மேலே இயங்கும் பொருளின் இயக்கத்தினை சீரான முடுக்கம் பெற்ற நேர்க்கோட்டில் இயங்கும் பொருளின் இயக்கமாகக் கருதலாம். நாம் அறிந்த படி புவியீர்ப்பிற்கு அருகில் புவியீர்ப்பு முடுக்கம் 'g' ஒரு மாறிலியாகும். இந்த புவியீர்ப்பு முடுக்கத்தினால் நேர்க்கோட்டில் இயங்கும் பொருளின் இயக்கத்தினை, இயக்கச் சமன்பாடுகளின் துணையுடன் நன்கு புரிந்துகொள்ள இயலும்.

நிகழ்வு (1) h உயரத்திலிருந்து தானே விழும் பொருள்:

'm' நிறையுடைய பொருளொன்று 'h' உயரத்திலிருந்து விழுகின்றது எனக் கருதுக. இங்கு காற்றுத்தடையை புறக்கணிக்கவும். (neglect) படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு கீழ்நோக்கிய திசையை நேர்க்குறியு அச்சாகக் கருதுக. பொருள் புவியீர்ப்பிற்கு அருகே விழுவதால் அது சீரான புவியீர்ப்பு முடுக்கத்தைப் பெறும். நாம் இயக்கச் சமன்பாடுகளைக் கொண்டு இவ்வியக்கத்தினை விளக்கலாம்.

முடுக்கம்  $a = g \hat{j}$   
கூறுகளை ஒப்பிடும்போது  
 $a_x = 0, a_z = 0, a_y = g$

ஏளிமையாக  $a_y = a = g$  எனக் கொள்க.

'u' ஆரம்ப திசைவேகத்துடன் நேர்க்குறியு அச்ச திசையில் பொருளை கீழ்நோக்கி எறிவதாகக் கருதுக.

t என்ற நேரத்திலும் பொருளின் இறுதித்திசைவேகம்

$$v = u + gt \quad (2.11)s$$

t என்ற நேரத்திலும் பொருளின் நிலை

$$y = ut + \frac{1}{2}gt^2$$

பொருள் y புள்ளியில் உள்ளபோது பொருளின் இருமடிவேகம்

$$v^2 = u^2 + 2gy \quad (2.13)$$

(y என்பது மலையின் உச்சியிலிருந்து உள்ள தொலைவு) என

பொருள் ஓய்வு நிலையிலிருந்து விழுவதற்கானால்  $u = 0$

எனவே எந்தவொரு நேரத்திலும் பொருளின் திசைவேகம்.

$$v = gt \quad (2.14)$$

எந்தவொரு நேரத்திலும் பொருளின் நிலை

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \quad (2.15)$$

பொருள் y புள்ளியில் உள்ளபோது அதன் இருமடிவேகம்



$$v^2 = 2gy \quad (2.16)$$

பொருள் தரையை அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் ( $t = T$ ) எனில் (2.15) லிருந்து

$$h = \frac{1}{2} gT^2 \quad (2.17)$$

இங்கு  $y = h$  என்க.

$$T = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (2.18)$$

சமன்பாடு (2.18) லிருந்து  $h$  ன் மதிப்பு அதிகரிக்கும் போது பொருள் தரையை அடைய அதிக நேரம் எடுத்துக்கொள்ளும் என்பதை அறியலாம். மேலும்  $h$  ன் மதிப்பு குறைவு எனில் பொருள் தரையை அடைய குறைந்த நேரமாகும் என்பதை அறியலாம்.

சமன்பாடு (2.16) லிருந்து தரையை அடையும் போது ( $y = h$ ) பொருளின் வேகத்தினைக் கணக்கிடலாம்.

$$v_{ground} = \sqrt{2gh} \quad (2.19)$$

சமன்பாடு (2.19) லிருந்து  $h$  ன் மதிப்பு அதிகரிக்கும் போது பொருள் மிக அதிக வேகத்துடன் தரையை அடையும். மேலும்  $h$  ன் மதிப்பு குறையும் போது பொருள் குறைவான வேகத்துடன் தரையை அடையும் என்பதை அறியலாம்.

குறைந்த செங்குத்து உயரத்திலிருந்து ( $h \ll R$ ) புவியீர்ப்பு விசையினால் மட்டுமே புவியினை நோக்கி விழும் பொருளின் இயக்கத்தினை, தடையின்றித் தானே விழும் பொருளின் இயக்கம் என அழைக்கலாம். (இங்கு  $R$  என்பது புவியின் ஆரமாகும்.)

### எடுத்துக்காட்டு 2.34

10 m உயரத்திலிருந்து இரும்புப் பந்துமற்றும் இறகு இரண்டும் ஒரே நேரத்தில் விழுகின்றன. இரும்புப் பந்துமற்றும் இறகு இரண்டும் தரையை அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் எவ்வளவு? அ) இரும்புப் பந்துமற்றும் இறகு இரண்டும் தரையை அடையும் போது அவற்றின் திசைவேகங்கள் எவ்வளவு? (காற்றுத் தடையைப் புறக்கணிக்கவும் மேலும்  $g = 10 \text{ ms}^{-2}$  என்க)

**தீர்வு:**

இயக்கச் சமன்பாடுகள் நிறையைச் சார்ந்ததல்ல. சமன்பாடு (2.18) லிருந்து, இரும்புப் பந்துமற்றும் இறகு இரண்டும் ஒரே நேரத்தில் தரையை அடையும். இதனைப் பின்வருமாறு அறியலாம்.

$$T = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{200}} = \frac{\sqrt{2 \times 10 \times 10}}{\sqrt{200}} = \sqrt{\frac{2 \times 10}{10}} = \sqrt{2} \text{ s} \approx 1.414 \text{ s}$$

எனவே இரும்புப் பந்துமற்றும் இறகு இரண்டும் ஒரே நேரத்தில் தரையை அடையும் சமன்பாடு (2.19) லிருந்து இரும்புப் பந்துமற்றும் இறகு தரையை அடையும் போது அவற்றின் திசைவேகங்கள் சமம். இதனைப் பின்வருமாறு அறியலாம்.

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 10} \\ \sqrt{200} \text{ ms}^{-1} \approx 14.14 \text{ ms}^{-1}$$

வெற்றிடத்தில் அனைத்துப் பொருட்களும் 'g' என்ற சம முடுக்கத்துடன் கீழே விழும் என்பதைக் கலிலியோ கண்டறிந்தார்.

இறகுமற்றும் இரும்புப் பந்துசோதனை

### எடுத்துக்காட்டு 2.35

இயக்கச் சமன்பாடுகளைப் பயன்படுத்திக் கிணற்றின் ஆழத்தை அளக்க முடியுமா?

தண்ணீர் இல்லாதகிணறுஒன்றைக் கருதுக. அதன் ஆழம்  $d$  என்க. ஒருசிறியஎலுமிச்சம்பழம் மற்றும் நிறுத்துகடிகாரத்தைஎடுத்துக்கொள்க. எலுமிச்சம்பழத்தைகிணற்றின் விளிம்பிலிருந்துபோடும்போதுகடிகாரத்தை இயக்கவும். அதுகிணற்றின் தரையைஅடையும்போதுகடிகாரத்தைநிறுத்திதரையைஅடையஎடுத்துக்கொண்டநேரத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும். அதனை  $t$  என்க.

எலுமிச்சம்பழத்தின் ஆரம்பதிசைவேகம்  $u = 0$ மேலும் கிணறுமுழுவதும் புவியீர்ப்புமுடுக்கம் 'g'மாறிலி. எனவேசீரானமுடுக்கம் பெற்றபொருளின் இயக்கச் சமன்பாடுகளை இங்குபயன்படுத்தலாம்.

$$s = ut + \frac{1}{2} at^2$$

$u=0, s=d, a=g$  (கீழ் நோக்கிய இடப்பெயர்ச்சியைநேர்க்குறிய அச்சதிசையில் கருதுக)

$$d = \frac{1}{2} gt^2$$

$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$  எனப் பிரதியிட்டுகிணற்றின் ஆழத்தினைக் கணக்கிடலாம்.

கணக்கீட்டில் ஏற்பட்டபிழையினைக் கண்டறியநமக்குக் கிணற்றின் சரியானஆழம் தெரியவேண்டும். இதனைஒருகயிற்றினைப் பயன்படுத்திஅறியலாம். ஒருகயிற்றினைஎடுத்துஅதைக் கிணற்றின் தரையைத் தொடும் அளவுக்குதொங்கவிடவேண்டும். இப்போதுகயிற்றின் நீளம்  $d_{\text{correct}}$  குறிக்கப்படுகிறது.

$$\text{பிழை} = d_{\text{correct}} - d$$

$$\text{சார்புப்பிழை} = \frac{d_{\text{correct}} - d}{d_{\text{correct}}}$$

$$\text{சார்புப்பிழைசதவீதம்} = \frac{d_{\text{correct}} - d}{d_{\text{correct}}} \times 100$$

**பிழைக்கானகாரணம் என்ன?**

சோதனையைவெவ்வேறுநிறைகளுக்குமீண்டும் நிகழ்த்திஅதன் முடிவினை  $d_{\text{correct}}$  உடன் ஒவ்வொருமுறையும் ஒப்பிடவும்.

**நேர்வு (ii) பொருளொன்றைசெங்குத்தாகமேல்நோக்கிஎறிதல்:**

'm' நிறையுடையபொருளொன்றை 'u' என்றஆரம்பதிசைவேகத்துடன் செங்குத்தாகமேல் நோக்கிஎறிக. காற்றுத் தடையைப் புறக்கணிக்கவும். மேல் நோக்கியசெங்குத்துதிசைய அச்சின் திசைஎனக் கருதுக.

பொருள் ஒன்றினைசெங்குத்தாகமேல் நோக்கிஎறிதல்

இந்நிகழ்வில் முடுக்கம்  $a = -g$ , ஏனெனில் 'g' எதிர்க்குறிய அச்சின் திசையில் செயல்படுகிறது. இவ்வகையான இயக்கத்திற்கான இயக்கச் சமன்பாடுகள் பின்வருமாறு.

$$\text{எந்தவொருநேரத்திலும் பொருளின் திசைவேகம்} \\ v = u - gt \quad (2.20)$$

$$\text{எந்தவொருநேரத்திலும் பொருளின் நிலை} \\ s = ut + \frac{1}{2} gt^2 \quad (2.21)$$

$$\text{எந்தவொருநிலையிலும் y பொருளின் திசைவேகம்} \\ v^2 = u^2 - 2gy \quad (2.22)$$

**எடுத்துக்காட்டு 2.36**

இரயில் வண்டியொன்று 54 km h<sup>-1</sup> என்ற சராசரி வேகத்தில் சென்று கொண்டிருக்கிறது. தடையை செலுத்திய பின்பு அவ்வண்டி 225m சென்று நிற்கிறது எனில் இரயில் வண்டியின் எதிர் முடுக்கத்தைக் காண்க.

**தீர்வு:**

இரயில் வண்டியின் இறுதித் திசைவேகம்  $v=0$  இரயில் வண்டியின் ஆரம்பத்திசைவேகம்

$$u = 54 \times \frac{5}{18} \text{ ms}^{-1} = 15 \text{ ms}^{-1}$$

$$s = 225 \text{ m}$$

எதிர் முடுக்கம் எப்போதும் திசைவேகத்திற்கு எதிராக இருக்கும் எனவே,

$$v^2 = u^2 - 2as$$

$$0 = (15)^2 - 2a(225)$$

$$450a = 225$$

$$a = \frac{1}{2} \text{ m s}^{-2}$$

எனவே, எதிர்முடுக்கம் =  $0.5 \text{ m s}^{-2}$

## 2.11 எறிபொருளின் இயக்கம் (PROJECTILE MOTION)

### 2.11.1 அறிமுகம்

தொடக்கத் திசைவேகம் மட்டும் கொடுக்கப்பட்ட பின்பு புவியீர்ப்பு விசையினால் மட்டும் காற்றில் இயங்கும் பொருள் எறிபொருள் எனப்படும். எறிபொருள் மேற்கொள்ளும் பாதை எறிபாதை (trajectory) எனப்படும்.

### எறிபொருளுக்கு எடுத்துக்காட்டுகள்

1. ஓடும் இரயிலின் ஜன்னலிலிருந்து கீழே போடப்படும் பொருள் 2. துப்பாக்கியிலிருந்து வெளியேறும் குண்டு. 3. ஏதேனும் ஒரு திசையில் வீசியெறியப்படும் பந்து. 4. தடகளவீரர் எறியும் ஈட்டி அல்லது குண்டு. 5. தண்ணீர் தொட்டியின் அடிப்பக்கத்தில் உள்ள குழாய் வழியாக பீச்சி அடிக்கும் தண்ணீர். எறிபொருளின் இயக்கமானது இரண்டு திசைவேகங்களின் கூட்டு விளைவு எனக் கண்டறியப்பட்டுள்ளது.

(அ) காற்றுத்தடை இல்லாத நிலையில் கிடைத்தளத் திசையில் உள்ள மாறாத்திசைவேகம்.

(ஆ) புவியீர்ப்பு விசையினால் சீராக மாறும் (அதாவது அதிகரிப்பு அல்லது குறைவு) செங்குத்துத் திசைவேகம்.

எறிபொருளின் இயக்கம் இரண்டு வகைப்படும்.

(அ) கிடைத்தளத்தில் எறியப்படும் எறிபொருளின் இயக்கம்.

(ஆ) கிடைத்தளத்துடன் குறிப்பிட்ட கோணத்தில் எறியப்படும் எறிபொருளின் இயக்கம்.

எறிபொருள் இயக்கத்தினை அறிந்து கொள்ளக் கண்டகருத்துக்களை நினைவில் நிறுத்தவேண்டும்.

(அ) காற்றுத்தடையை புறக்கணிக்கவேண்டும்.

(ஆ) புவியின் சுழற்சி விளைவு மற்றும் புவியின் வளைவு ஆர்ப்பண்புகளைப் புறக்கணிக்கவேண்டும்.

(இ) எறிபொருளின் இயக்கம் முழுவதிலும் புவியீர்ப்பு முடுக்கத்தின் எண்மதிப்பு மற்றும் திசை மாறாது.

### 2.11.2. கிடைத்தளத்தில் எறியப்படும் எறிபொருளின் இயக்கம்

எறிபொருள் ஒன்றைக் கருதுக. அதாவது உயரமுள்ள கட்டிடம் ஒன்றின் உச்சியிலிருந்து  $u$  என்ற தொடக்கத் திசைவேகத்துடன் கிடைத்தளத்தில் எறியப்படும் பந்து ஒன்றினைக் கருதுக.

பந்து இயங்கும் போது  $\vec{u}$  என்ற மாறாத கிடைத்தளத்திசைவேகத்தினால் கடக்கும் கிடைத்தளத் தொலைவையும் சீரானபுவிப்பிழைப்புமுடுக்கத்தினால் கடக்கும் கீழ்நோக்கியசெங்குத்துத்தொலைவையும்

கிடைத்தளத்தில் எறியப்படும் எறிபொருளின் இயக்கம்

பெற்றிருக்கும். எனவே, இவ்விரண்டுவிளைவுகளினால் பந்து OPA என்ற பாதையில் இயங்கும். இவ்வியக்கம் இருபரிமாணத் தளத்தில் உள்ளது. பந்துதரையில் உள்ள A புள்ளியை அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்  $t$  என்க. பந்து கடந்த கிடைத்தளத் தொலைவு,  $x(t) = x$  பந்து கடந்த செங்குத்துத் தொலைவு,  $y(t) = y$

நாம் இயக்கச் சமன்பாடுகளை தனித்தனியே  $x$  அச்சத் திசையிலும் மற்றும்  $y$  அச்சத் திசையிலும் பயன்படுத்தவேண்டும். இங்கு எறிபொருளின் இயக்கம் இரு பரிமாணமுடையது. எனவே திசைவேகம், கிடைத்தளக் கூறு  $u_x$  மற்றும் செங்குத்துக் கூறு  $u_y$  ஆகிய இரு கூறுகளையும் பெற்றிருக்கும்.

**கிடைத்தளத்திசையில் எறிபொருளின் இயக்கம்**

பந்து ' $x$ ' அச்சத் திசையில் எவ்வித முடுக்கத்தினையும் பெற்றிருக்கவில்லை. எனவே இயக்கம் முழுவதும் தொடக்கத் திசைவேகம் மாறாத மதிப்பைப் பெற்றிருக்கும்.

$$'t' \text{ நேரத்தில் எறிபொருள் கடந்த கிடைத்தளத் தொலைவு } x = u_x t + \frac{1}{2} a t^2$$

இங்கு  $x$  ன் திசையில்  $a = 0$  எனவே  $x = u_x t$  (2.23) கீழ்நோக்கியத் திசையில் எறிபொருளின் இயக்கம். இங்கு  $u_y = 0$  (ஆரம்பத் திசைவேகத்திற்கு கீழ் நோக்கியக் கூறு இல்லை)  $a = g$  (கீழ் நோக்கிய இயக்கத்தை நோக்குறி  $y$  அச்சவழியே குறிப்பிடவும்.). மேலும்  $s = y$

$$\therefore \text{ சமன்பாட்டிலிருந்து } y = u_y t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \quad (2.24)$$

சமன்பாடு (2.23) லிருந்து ' $t$ ' இன் மதிப்பை சமன்பாடு (2.24) இல் பிரதியிட்டால்

$$y = \frac{1}{2} g \frac{x^2}{u_x^2} = \left( \frac{g}{2u_x^2} \right) x^2$$

$$y = K t^2 \quad (2.24)$$

இங்கு  $K = \frac{g}{2u_x^2}$  ஒரு மாறிலி

சமன்பாடு (2.25) ஒரு பரவளையச் சமன்பாடு எனவே எறிபொருளின் பாதை ஒரு பரவளையம் ஆகும்.

(1) **பறக்கும் நேரம்:** எறிபொருள் தன்னுடைய பாதையை நிறைவு செய்ய எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் அல்லது எறிபொருள் எறியப்பட்ட கணத்திலிருந்து, தரையை அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் பறக்கும் நேரம் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டாக, கட்டிடத்தின் உயரம்  $h$  என்க. எறிபொருள் எறியப்பட்ட கணத்திலிருந்து அதன் பாதை வழியே தரையை அடைய எடுத்துக்கொண்ட நேரத்தை  $T$  என்க. நாம் அறிந்தபடி செங்குத்து இயக்கத்திற்கு

$$s_y = u_y t + \frac{1}{2} a t^2$$

இங்கு  $s_y = h$ ,  $t = T$ ,  $u_y = 0$  (ஆரம்ப செங்குத்துத் திசைவேகம் சுழி)  $a = g$  (எறிபொருள் புவியீர்ப்பு விசையின் காரணமாக கீழே விழுகிறது)

$$h = \frac{1}{2} gT^2 \text{ அல்லது } T = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

எனவே, பறக்கும் நேரம் கட்டிடத்தின் உயரத்தைச் சார்ந்துள்ளது. ஆனால் அதுகிடைத்தளத் திசைவேகத்தைச் சார்ந்ததல்ல. ஒருபந்துசெங்குத்தாகமேலிருந்துகீழ் நோக்கிவிழுகிறது. அதேநேரத்தில் ஒருகுறிப்பிட்டதிசைவேகத்தில் பந்துஒன்றுகிடைத்தளத்தில் வீசினறியப்படுகிறது. இவ்விரண்டுபந்துகளும் ஒரேநேரத்தில் தரையைஅடையும்.

சமகால இடைவெளியில் சமசெங்குத்துத் தொலைவைக் கடக்கும் இரு பொருட்கள்

2) கிடைத்தளநெடுக்கம்: எறியப்பட்டபுள்ளிக்குநேர் கீழேகட்டிடத்தின் தரையிலிருந்துஎறிபொருள் தரையைஅடைந்தபுள்ளிவரைஉள்ளதொலைவு, கிடைத்தளநெடுக்கம் எனப்படும்.

நாம் அறிந்தபடி கிடைத்தள இயக்கத்தில்

$$s_x = u_x t + \frac{1}{2} at^2$$

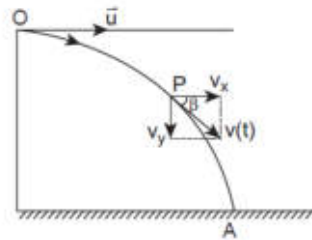
இங்கு  $s_x = R$  (கிடைத்தளநெடுக்கம்)  $u_x = u$ ,  $a = 0$  (கிடைத்தளத்திசையில் முடுக்கம் இல்லை), பறக்கும் நேரம் 'T' எனவே கிடைத்தளநெடுக்கம்  $= uT$ .

நாம் அறிந்தபடி பறக்கும் நேரம்  $\sqrt{\frac{2h}{g}}$

எனவே கிடைத்தளநெடுக்கம்  $R = u \sqrt{\frac{2h}{g}}$

மேற்கண்ட சமன்பாட்டிலிருந்து கிடைத்தளநெடுக்கம் ஆரம்பத் திசைவேகத்திற்கு (u) நேர்த்தகவிலும், புவியீர்ப்புமுடுக்கத்தின் (g) இருமடி மூலத்திற்கு எதிர்த்தகவிலும் உள்ளதைக் காட்டுகிறது.

3) தொகுபயன் திசைவேகம் (ஒருகுறிப்பிட்டநேரத்தில் எறிபொருளின் திசைவேகம்) ஒருகுறிப்பிட்ட நேரம் tயிலும் எறிபொருளுக்கு x-அச்சமற்றும் y-அச்சஆகிய இரண்டுஅச்சுகளிலும் திசைவேகக் கூறுகள் உள்ளன. இவ்விரண்டு கூறுகளின் தொகுபயன், எறிபொருளின் தொகுபயன் திசைவேகத்தைக் கொடுக்கும்.



திசைவேகத்தின் இரு கூறுகள்

கிடைத்தளத்திசையில் (x-அச்சில்) திசைவேகக்கூறு

$$v_x = u_x + a_x t \text{ இங்கு } u_x = u, a_x = 0$$

$$\text{எனவே } v_x = u \rightarrow (2.26)$$

செங்குத்துத்திசையில் (y-அச்சில்) திசைவேகக்கூறு

$$v_y = u_y + a_y t \text{ இங்கு } u_y = 0, a_y = g$$

$$\text{எனவே } v_y = gt \rightarrow (2.27)$$

எந்தவொருகுறிப்பிட்டநேரத்திலும் எறிபொருளின் திசைவேகம்

$$\vec{v} = u\hat{i} + gt\hat{j}$$

எந்தவொரு குறிப்பிட்ட நேரத்திலும் எறிபொருளின் வேகம்

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

எறிபொருள் தரையைத் தொடும்போது அதன் வேகம்

$$v = \sqrt{u^2 + g^2 t^2}$$

எறிபொருள் எறியப்பட்ட கணத்திலிருந்து தரையை அடைய எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்

$$= T \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

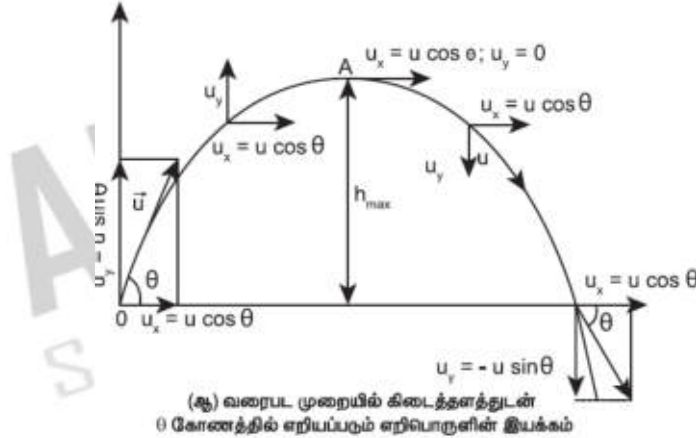
எறிபொருளின் கிடைத்தளத்திசைவேகக்கூறு மாறாதது அதாவது  $v_x = u$

T நேரத்தில் எறிபொருளின் செங்குத்துத் திசைவேகக்கூறு  $v_y = gT = g \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh}$

எனவே எறிபொருள் தரையைத் தொடும் போது அதன் வேகம்  $v = \sqrt{u^2 + 2gh}$

### 2.11.3 கிடைத்தளத்துடன் குறிப்பிட்ட கோணத்தில் எறியப்படும் எறிபொருளின் இயக்கம்

எறிபொருள் ஒன்று, கிடைத்தளத்துடன் குறிப்பிட்ட கோணத்தில் எறியப்படுகிறது. (சாய்நிலையில் எறியப்பட்ட எறிபொருள்)



எடுத்துக்காட்டுகள்

- சாய்நிலையில் பிடிக்கப்பட்ட தண்ணீர் குழாயிலிருந்து வெளியேறும் நீர்
- பீரங்கியிலிருந்து சுடப்பட்ட குண்டு.

கிடைத்தளத்துடன்  $\theta$  கோணத்தில் எறியப்படும் எறிபொருளின் ஆரம்ப திசைவேகம்  $u$  என்க. இதனைக் கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

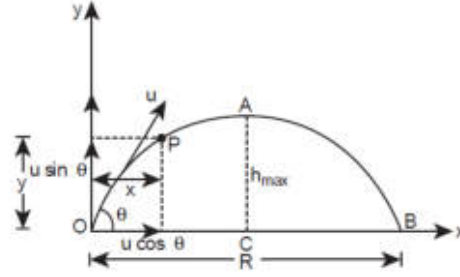
$$\vec{u} = u_x \hat{i} + u_y \hat{j}$$

ஆரம்ப திசைவேகத்தின் கிடைத்தளக்கூறு  $u_x = u \cos \theta$  மற்றும் அதன் செங்குத்துக்கூறு  $u_y = u \sin \theta$  இங்கு புவியீர்ப்பு விசை செங்குத்துக்கூறுக்கு  $u_y$  எதிர்த்திசையில் செயல்படுகிறது. இது செங்குத்துக் கூறினை படிப்படியாகக் குறைத்து எறிபொருளின் பெரும் உயரத்தில் அதனை சுழியாக்கும்.  $u_y = 0$  இதே புவியீர்ப்பு விசை எறிபொருளைக் கீழே நோக்கி இயங்கவைத்து தரையை அடையச் செய்யும். எறிபொருளின் இயக்கம் முழுமைக்கும் x-அச்சத்திசையில் எவ்விதமான முடுக்கமும் இல்லை. எனவே திசைவேகத்தின் கிடைத்தளக் கூறு ( $u_x = u \cos \theta$ ) எறிபொருள் தரையை அடையும் வரை மாறாது.

தகாலத்திற்கு பின்பு கிடைத்தளத்திசைவேகம்,  $v_x = u_x + a_x t$

இங்கு  $a_x = 0$  எனவே  $v_x = u_x = u \cos \theta$

T நேரத்தில் எறிபொருள் கிடைத்தளத்தில் கடந்த தொலைவு  $s_x = u_x t + \frac{1}{2} a_x t^2$



ஆரம்பத்திசைவேகத்தின் இரு கூறுகள்

இங்கு  $s_x = x$ ,  $u_x = u \cos \theta$ ,  $a_x = 0$

எனவே,  $x = u \cos \theta \cdot t$  அல்லது  $t = \frac{x}{u \cos \theta}$  (2.28)

t நேரத்திற்கு பின்பு செங்குத்துத்திசைவேகம்  $v_y = u_y + a_y t$

இங்கு  $u_y = u \sin \theta$ ,  $a_y = -g$  (புவியீர்ப்பு முடுக்கம் இயக்கத்திற்கு எதிர்த்திசையில் செயல்படுகிறது).

எனவே  $v_y = u \sin \theta - gt$  (2.29)

எறிபொருள் அதே நேரத்தில் அடைந்த செங்குத்துத் தொலைவு  $s_y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$

இங்கு  $s_y = y$ ,  $u_y = u \sin \theta$ ,  $a_y = -g$  எனவே

$y = u \sin \theta t - \frac{1}{2} gt^2$  (2.30)

சமன்பாடு (2.28) லிருந்து t இன் மதிப்பை சமன்பாடு (2.30) இல் பிரதியிடும் போது

$$y = u \sin \theta \frac{x}{u \cos \theta} - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{u^2 \cos^2 \theta}$$

$$y = x \tan \theta - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{u^2 \cos^2 \theta} \quad (2.31)$$

மேற்கண்ட சமன்பாட்டை உற்றுநோக்கும்

மேற்கொண்டபாதை ஒரு தலைகீழான பரவளையம் என அறியலாம்.

போது எறிபொருள்

**பெரும உயரம் ( $h_{max}$ )**

எறிபொருள் தன்னுடைய பயணத்தில் அடையும் அதிகபட்ச செங்குத்து உயரம், பெரும உயரம் ( $h_{max}$ ) எனப்படும். அதனைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடலாம்.

$$v_y^2 = u_y^2 + 2a_y s$$

இங்கு  $v_y = 0$ ,  $u_y = u \sin \theta$ ,  $a_y = -g$ ,  $s = h_{max}$  மேலும் பெரும உயரத்தில்  $v_y = 0$

எனவே

$$(0)^2 = u^2 \sin^2 \theta - 2gh_{max}$$

$$(அல்லது) h_{max} = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g} \quad (2.32)$$

**பறக்கும் நேரம் ( $T_f$ )**

எறியப்பட்டபுள்ளியிலிருந்து, எறியப்பட்டபுள்ளி உள்ளகிடைத்தளத் தரையை அடைய எறிபொருள் எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம், பறக்கும் நேரம் எனப்படும். இங்கு பறக்கும் நேரம் என்பது எறிபொருள் O புள்ளியிலிருந்து A புள்ளி வழியாக B புள்ளியை அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் நேரமாகும்.

$$\text{நாம் அறிந்தபடி } s_y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

இங்கு  $s_y = y = 0$  ( $y$  - அச்சதிசையில் தொகுபயன் இடப்பெயர்ச்சிகழி)  $u_y = u \sin \theta$ ,  $a_y = -g$ ,  $t = T_f$

$$0 = u \sin \theta T_f - \frac{1}{2} g T_f^2$$

$$T_f = 2u \frac{\sin \theta}{g}$$

### கிடைத்தளநெடுக்கம் (R)

எறியப்பட்டபுள்ளிக்கும், எறியப்பட்டபுள்ளி உள்ள கிடைத்தளத்தில் எறிபொருள் விழுந்த இடத்திற்கும் இடையே உள்ள தொலைவு எறிபொருளின் கிடைத்தளநெடுக்கம் எனப்படும். ஆரம்பத்திசைவேகத்தின் கிடைத்தளக் கூறில் எவ்விதமாற்றமும் இல்லை எனவே,

கிடைத்தளநெடுக்கம்  $R =$  திசைவேகத்தின் கிடைத்தளக் கூறு  $\times$  பறக்கும் நேரம்.

$$R = u \cos \theta \times T_f$$

$$R = u \cos \theta \times \frac{2u \sin \theta}{g} = \frac{2u^2 \sin \theta \cos \theta}{g}$$

$$\therefore R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g} \quad (2.33)$$

கிடைத்தளநெடுக்கமானது ஆரம்பத்திசைவேகம் ( $u$ ) எறிகோணத்தின் இரு மடங்கின் சைன் மதிப்பு ( $\sin 2\theta$ ) இவற்றிற்கு நேர்த்தகவிலும் புவியீர்ப்புமுடுக்கத்திற்கு ( $g$ ) எதிர்த்தகவிலும் இருக்கும்.

பெருமகிடைத்தளநெடுக்கத்திற்கு  $\sin 2\theta$  பெருமமாக இருக்கவேண்டும்.  $\sin 2\theta = 1$  இதிலிருந்து  $2\theta = \pi/2$  எனக் கிடைக்கும்.

$$\text{எனவே, } \theta = \frac{\pi}{4}$$

எனவே கிடைத்தளத்துடன்  $45^\circ$  கோணத்தில் எறிபொருளினை எறிந்தால் அது பெருமகிடைத்தளநெடுக்கத்தை அடையும் என்பதை அறியலாம்.

$$h_{\max} = \frac{u^2}{g}$$

தமிழகத்தில் ஆர்வமுடும் ஒருபாரம்பரியமான விளையாட்டு உள்ளது. அதற்கு 'கிட்டிபுள்' என்று பெயர். கிட்டியினால் புள்ளை அடிக்கும் போது புள் பரவளையபாதையில் (parabolic path) செல்லும்.

### எடுத்துக்காட்டு 2.37

எறிபொருள் ஒன்று  $10 \text{ ms}^{-1}$  என்ற ஆரம்பத்திசைவேகத்துடன் கிடைத்தளத்துடன்  $\frac{\pi}{4}$  கோண அளவில்

எறியப்படுகிறது. அதன் கிடைத்தளநெடுக்கத்தைக் கண்டுபிடி. அதே எறிபொருளை முன்னர் எறிந்தவாறே நிலவில் எறியும் போது அதன் கிடைத்தளநெடுக்கத்தில் ஏதேனும் மாற்றம் நிகழுமா? நிகழும் எனில் எவ்வகையான மாற்றம் என்று விளக்குக.

$$(\text{நிலவின் ஈர்ப்புமுடுக்கம் } g_{\text{நிலவு}} = \frac{1}{6} g)$$

### தீர்வு

எறிபொருள் இயக்கத்தில் கிடைத்தளநெடுக்கம்



$$R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$$

$$\theta = \pi/4$$

$$u = v_0 = 10 \text{ m s}^{-1}$$

$$R_{\text{max}} = \frac{(10)^2 \sin \pi/2}{9.8} = 100/9.8$$

$$R_{\text{max}} = 10.20 \text{ m (தோராயமாக 10 m)}$$

இதே எறிபொருளைநிலவில் எறியும் போது அதன் கிடைத்தளநெடுக்கம் அதிகரிக்கும். ஏனெனில் நிலவின் ஈர்ப்புமுடுக்கம் புவியின் ஈர்ப்புமுடுக்கத்தைவிடக் குறைவு.

$$g_{\text{மலர்}} = \frac{g}{6}$$

$$R_{\text{மலர்}} = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g_{\text{மலர்}}}$$

$$= \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g/6}$$

$$R_{\text{மலர்}} = 6R_{\text{மலர்}}$$

$$R_{\text{மலர்}} = 6 \times 10.20 = 61.20$$

$$(தோராயமாக 60 \text{ m})$$

நிலவில் எறிபொருளின் கிடைத்தளநெடுக்கம், புவியில் எறிபொருளின் கிடைத்தளநெடுக்கத்தைவிட ஆறுமடங்கு அதிகம்.

### எடுத்துக்காட்டு 2.38

படத்தில் காட்டியவாறு கிரிக்கெட் வீரர் பந்து ஒன்றினை மட்டையால் அடித்தபின்பு, அப்பந்து  $30 \text{ ms}^{-1}$  என்ற திசைவேகத்துடனும்,  $30^\circ$  கோணத்திலும் பறந்து செல்கிறது. மைதானத்தின் எல்லையானது பந்தினை அடித்த கிரிக்கெட் வீரரிருந்து  $75 \text{ m}$  தொலைவில் உள்ளது. அப்பந்து மைதானத்தின் எல்லையை பறந்து சென்று கிரிக்கெட் வீரருக்கு ஆறு ரன்களைப் பெற்றுத்தருமா? (காற்றுத்தடையைப் புறக்கணிக்கவும் மற்றும் புவியீர்ப்புமுடுக்கம்  $g = 10 \text{ ms}^{-2}$  எனக் கருதுக.)

**தீர்வு**

கிரிக்கெட் பந்தின் இயக்கத்தை எறிபொருளின் இயக்கமாகக் கருதலாம். நாம் முன்னர் பார்த்தபடி கிடைத்தளத் தொலைவு.

$$R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$$

$$\text{ஆரம்பத்திசைவேகம் } u = 30 \text{ ms}^{-1}$$

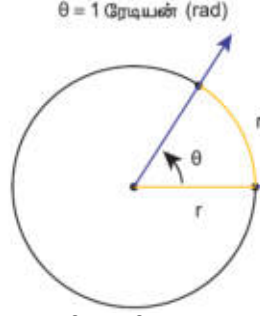
$$\text{எறிகோணம் } \theta = 30^\circ$$

கிரிக்கெட் பந்தின் கிடைத்தளநெடுக்கம்

$$R = \frac{(30)^2 \times \sin 60^\circ}{10} = \frac{900 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{10} = 77.94 \text{ m}$$

கிடைத்தளநெடுக்கம் மைதானத்தின் எல்லையான  $75 \text{ m}$  மீட்டரை விட அதிகமாக உள்ளது. எனவே, பந்து எல்லையைக் கடந்து பறந்து வீரருக்கு ஆறு ரன்களைப் பெற்றுத்தரும்.

2.11.4 டிகிரி மற்றும் ரேடியன்கள் அறிமுகம்.



ஒருரேடியன் (மஞ்சள் நிறத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது)

கோணங்களை அளவீடு செய்வதற்குப் வேறு அலகுகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. அவற்றுள் பொதுவாக அனைவராலும் பயன்படுத்தப்படும் அலகு டிகிரி மற்றும் ரேடியன் ஆகும். பரப்பு, பருமன், சுற்றளவு போன்றவற்றை அளப்பதற்கு ரேடியன் பயன்படுகிறது.

**ரேடியன்:** வட்டவில் வட்டமையத்தில் ஒரு தளக் கோணத்தை உருவாக்குகிறது. வட்டவில்லின் நீளத்தை, வட்டத்தின் ஆரத்தால் வகுக்கக் கிடைக்கும் மதிப்பே ரேடியன் ஆகும். வட்டத்தின் ஆரத்திற்கு சமமான நீளமுள்ள வட்டவில், வட்டமையத்தில் ஏற்படுத்தும் கோணம் ஒரு ரேடியன் ஆகும்.

கோணத்தின் அளிவினை அளப்பதற்குப் பயன்படும் ஒரு அலகு டிகிரி எனப்படும். இது கோணத்திசையினைக் காட்டுகிறது. ஒரு கோணம், வட்டத்தை ஒரு முழு சுற்று சுற்றும் போது அதன் மொத்தக் கோணம்  $360^\circ$ . எனவே ஒரு முழு வட்டம்  $360^\circ$  யைப் பெற்றுள்ளது. ஒரு முழுவட்டம் என்பது  $2\pi$  ரேடியனை குறிக்கிறது.

$$\text{எனவே } 360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

$$\text{அல்லது } 1 \text{ rad} = \frac{180}{\pi} \text{ degree}$$

$$1 \text{ rad} \approx 57.27^\circ$$

### எடுத்துக்காட்டு 2.39

படத்தில் உள்ள வட்டச் சக்கரத்தின் அருகருகே உள்ள இரண்டு ஆர்ச்சட்டங்களுக்கு (SPOKES) இடையே உள்ள கோணம்  $\theta$  வைக் காண்க. உங்களின் விடையை ரேடியன் மற்றும் டிகிரி இரண்டிலும் குறிப்பிடவும்.

தீர்வு:

முழுச்சரம் மையத்தில்  $2\pi$  ரேடியன்களை ஏற்படுத்தும் சக்கரம் 12 பிரிவுகளாகப் (வட்டவில்) பிரிக்கப்பட்டுள்ளது.

எனவே, ஒரு பிரிவு ஏற்படுத்தும் கோணம்

$$\theta = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$$

நாம் அறிந்தபடி  $\pi \text{ rad} = 180^\circ$ ,  $\frac{\pi}{6} \text{ rad} = 30^\circ$ . எனவே, 2 ஆர்ச்சட்டங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் =  $30^\circ$

### 2.11.5 கோண இடப்பெயர்ச்சி

துகளொன்று  $O$  என்ற புள்ளியை மையமாகக் கொண்டு  $r$  ஆரமுடைய வட்டப்பாதையை சுற்றி வருகிறது என்க.  $t = 0$  என்ற நேரத்தில் துகள்  $A$  புள்ளியிலும்,  $t$  நேரத்திற்குப் பின்பு அத்துகள்  $B$  புள்ளியிலும் உள்ளது. எனவே சுழற்சி மையத்தைப் பொருத்து (அல்லது வட்டமையம்  $O$ ) கொடுக்கப்பட்ட நேரத்தில் துகள் ஏற்படுத்தும் கோணம், கோண இடப்பெயர்ச்சி எனப்படும்.

கோண இடப்பெயர்ச்சி

அதாவது கோண இடப்பெயர்ச்சி =  $\angle AOB = \theta$

கோண இடப்பெயர்ச்சியின் அலகுரேடியன் ஆகும்.

கோண இடப்பெயர்ச்சி ( $\theta$ ), வட்டவில்லின் நீளம்  $s$  (AB) மற்றும் ஆரம்  $r$  இவற்றுக்கு இடையே உள்ளத்

$$\text{தொடர்பு} = \frac{s}{r} \text{ அல்லது } s = r\theta$$

### கோணத்திசைவேகம் ( $\omega$ )

கோண இடப்பெயர்ச்சிமாறும் வீதமே கோணத்திசைவேகம் எனப்படும்.

t நேரத்தில் ஏற்பட்ட கோண இடப்பெயர்ச்சி  $\theta$  எனில் கோணத்திசைவேகம்.

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

கோணத்திசைவேகத்தின் அலகுரேடியன் / வினாடி ( $\text{rad s}^{-1}$ )

கோணத்திசைவேகத்தின் திசைவலது கை பெருவிரல் விதியின் படி சுழல் அச்சின் திசையில் இருக்கும்.

கோணத் திசைவேகத்தின் திசை

### கோணமுடுக்கம் ( $\alpha$ )

கோணத் திசைவேகம் மாறும் வீதம், கோணமுடுக்கம் எனப்படும்.

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

கோணமுடுக்கம் ஒரு வெக்டர் அளவாகும். இதன் திசைகோணத்திசைவேகத்தின் திசையிலேயே இருக்கவேண்டிய அவசியமில்லை.

### தொடுகோட்டுமுடுக்கம்

பொருளொன்று  $r$  ஆரமுடைய வட்டப்பாதையில் இயங்குகிறது என்க.  $\Delta t$  என்ற கால இடைவெளியில் பொருள்  $\Delta s$  என்ற வட்டவில் தொலைவைக் கடக்கிறது. அது ஏற்படுத்தும் கோணம்  $\Delta \theta$  ஆகும்.

வட்ட இயக்கம்

$\Delta \theta$  வைப் பயன்படுத்தி  $\Delta s$  ஐ பின்வருமாறு எழுதலாம்.

$$\Delta s = r\Delta \theta \quad (2.35)$$

$\Delta t$  என்ற கால இடைவெளியில்

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = r \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \quad (2.36)$$

$\Delta t \rightarrow 0$ , என்ற எல்லையில் மேற்கண்ட சமன்பாட்டினை

$$\frac{ds}{dt} = r\omega \quad (2.37)$$

என எழுதலாம். இங்கு  $\frac{ds}{dt}$  என்பது நேர்க்கோட்டு வேகமாகும். ( $v$ ) இது வட்டத்தின் தொடுகோட்டின்

வழியே செயல்படும். மேலும்  $v$  என்பது கோணவேகமாகும்.

எனவே சமன்பாடு (2.37) ஐ  $v = r\omega$

என எழுதலாம். இச்சமன்பாடு, நேர்க்கோட்டு வேகத்திற்கும், கோணவேகத்திற்கும் உள்ள தொடர்பைக் காட்டுகிறது.

இச் சமன்பாடு (2.38) வட்ட இயக்கத்திற்கு மட்டுமே பொருந்தும்.

பொதுவாக நேர்க்கோட்டு திசைவேகத்திற்கும், கோணத்திசைவேகத்திற்கும் உள்ள தொடர்பு

$$\vec{v} = \omega \times \vec{r} \quad (2.39)$$

வட்டப்பாதை இயக்கத்தில் சமன்பாடு (2.39) சமன்பாடு (2.38) ஆக மாறும். ஏனெனில்  $\omega$  மற்றும்  $\vec{r}$  ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாகும்.

நேரத்தைப் பொருத்து சமன்பாடு (2.38) ஐ வகைப்படுத்தினால் (இங்கு  $r$  என்பது மாறிலி)

$$\frac{dv}{dt} = \frac{rd\omega}{dt} = r\alpha \quad (2.40)$$

இங்கு  $\frac{dv}{dt}$  என்பது தொடுகோட்டுமுடுக்கமாகும். இதனை  $a_t$  எனவும்  $\frac{d\omega}{dt}$  என்பது கோணமுடுக்கம். இதனை

( $\alpha$ ) எனவும் எழுதலாம். எனவே சமன்பாடு (2.40) ஆனது.

$$a_t = r\alpha \quad (2.41)$$

இங்கு  $a_t$  என்பது பொருள் பெரும் தொடுகோட்டுமுடுக்கமாகும்.

தொடுகோட்டுமுடுக்கம்

தொடுகோட்டுமுடுக்கம் நேர்க்கொட்டுத்திசைவேகத்தின் திசையில் செயல்படுவதை இங்கு நினைவில் கொள்ளவும்.

### 2.11.6 வட்ட இயக்கம் (Circular Motion)

ஒரு புள்ளிப்பொருள் மாறாத வேகத்தில் ஒரு வட்டப்பாதை வழியே சுற்றி வருகிறது. அப்பொருள் சமகால இடைவெளிகளில் வட்டப்பாதையின் சம தூரத்தைக் கடக்கிறது எனில், அப்பொருள் சீரான வட்ட இயக்கத்தில் உள்ளது எனக் கூறலாம்.

சீரான வட்ட இயக்கம்

சீரான வட்ட இயக்கத்தில் திசைவேகம் எப்போதும் மாற்றமடைந்து கொண்டே இருக்கும். ஆனால் வேகம் மாறாது இயற்பியல் படி திசைவேக வெக்டரின் எண்மதிப்பு நிலையாகவும், அதன் திசை தொடர்ந்து மாற்றமடைவதை அது காட்டுகிறது.

வட்ட இயக்கத்தில் திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பு மற்றும் திசை இவ்விரண்டும் மாற்றமடைந்தால் நமக்கு சீரற்ற வட்ட இயக்கம் கிடைக்கும்.

மையநோக்கு முடுக்கம்:

சீரான வட்ட இயக்கத்தில் திசைவேக வெக்டரின் எண்மதிப்பு (வேகம்) மாறாமல் அதன் திசை தொடர்ந்து மாற்றமடைந்து கொண்டே வரும் என்பதை நாம் முன்னர் பார்த்தோம்.

சீரான வட்ட இயக்கத்தில் திசைவேகம்

சீரான வட்ட இயக்கம் நடைபெறும் போது திசைவேக வெக்டரின் (நீலவண்ணம்) நீளம் மாற்றமடையாமல் உள்ளதை கவனிக்கவும். இது வேகம் மாறாமல் உள்ளதைக் காட்டுகிறது. இருப்பினும் திசைவேகம் வட்டத்தின் ஒவ்வொரு புள்ளியிலும் தொடுகோட்டுத்திசையில் செயல்படுகிறது. மேலும், முடுக்கம் வட்டத்தின் ஆரத்தின் வழியே மையத்தை நோக்கி செயல்படுகிறது. இம்முடுக்கத்தை மையநோக்கு முடுக்கம் என அழைக்கலாம். இது எப்போதும் வட்டமையத்தை நோக்கியே செயல்படும்.

மையநோக்கு முடுக்கம்

நிலைவெக்டர் மற்றும் திசைவேக வெக்டரின் எளிய வடிவியல் தொடர்பிலிருந்து, மையநோக்கு முடுக்கச் சமன்பாட்டை வருவிக்கலாம்.

நிலைவெக்டர் மற்றும் திசைவேக வெக்டரின் வடிவியல் தொடர்பு

நிலைவெக்டர் மற்றும் திசைவேகவெக்டர் இரண்டும்  $\Delta t$  என்றசிறியகால இடைவெளியில்  
மிகோணம் இடப்பெயர்ச்சிஅடைவதைகாட்டுகிறது. சீரானவட்ட இயக்கத்தில்  $r = |r_1| = |r_2|$  மற்றும்  $v =$   
 $|v_1| = |v_2|$ . துகளின் நிலைவெக்டர்  $r_1$  லிருந்து  $r_2$  க்குமாறும்போதுஏற்படும் இடப்பெயர்ச்சியை

$\Delta r = r_2 - r_1$  எனவும் அதன் திசைவேகம்  $v_1$  லிருந்து  $v_2$  க்குமாற்றமடைவதை  $\Delta v = v_2 - v_1$  எனவும்  
குறிப்பிடலாம். இடப்பெயர்ச்சிவெக்டரின் எண்மதிப்புமற்றும் திசைவேகவெக்டரின் எண்மதிப்பு இரண்டும்  
பின்வரும் தொடர்பினைநிறைவேற்றவேண்டும்.

$$\frac{\Delta r}{r} = -\frac{\Delta v}{v} = 0$$

இங்குஎதிர்க்குறி,  $\Delta v$  வட்டமையத்தைநோக்கி (ஆரம் வழியேஉள்நோக்கி) செயல்படுவதைக் காட்டுகிறது.

$$\Delta v = -v \left( \frac{\Delta r}{r} \right)$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -\frac{v}{r} \left( \frac{\Delta r}{\Delta t} \right) = -\frac{v^2}{r}$$

சீரானவட்ட இயக்கத்திலிருந்து  $v = \omega r$ , இங்கு  $\omega$  என்பதுமையத்தைப் பொருத்துதுகளின்  
கோணத்திசைவேகமாகும். எனவேமையநோக்குமுடுக்கத்தைபின்வருமாறுஎழுதலாம்.  $a = \omega^2 r$

### சீரற்றவட்ட இயக்கம்

வட்ட இயக்கத்தில் வேகம் மாற்றமடைந்துகொண்டே இருந்தால், அதனைசீரற்றவட்ட இயக்கம்  
எனஅழைக்கலாம். எடுத்துக்காட்டாக ஊசல் குண்டுக்கட்டப்பட்டகயிறுசெங்குத்துவட்டத்தில்  
சுற்றிவரும்போதுகுண்டின் வேகம் எல்லாநேரங்களிலும் சமமாக இருப்பதில்லை. வட்ட இயக்கத்தின்  
வேகம் மாற்றமடையும் போதெல்லாம் துகள் படத்தில் உள்ளவாறுமையநோக்குமுடுக்கம் ( $a_c$ ) மற்றும்  
தொடுகோட்டுமுடுக்கம் ( $a_t$ ) இரண்டையும் பெறும்.

சீரற்றவட்ட இயக்கத்தில் தொகுபயன் முடுக்கம்  $a_R$

மையநோக்குமுடுக்கம் மற்றும் தொடுகோட்டுமுடுக்கம் இவற்றின் வெக்டர் கூடுதலின்  
வழியேதொகுபயன் முடுக்கத்தினை ( $a_R$ ) பெறலாம்.

மையநோக்குமுடுக்கம்  $\frac{v^2}{r}$  எனில் தொகுபயன் முடுக்கத்தின் எண்மதிப்பைபின்வருமாறுகுறிப்பிடலாம்.

$$a_R = \sqrt{a_t^2 + \left( \frac{v^2}{r} \right)^2}$$

இந்தத் தொகுபயன் முடுக்கம், ஆரவெக்டருடன் மிகோணத்தைஏற்படுத்துவதைபடம் காட்டுகிறது. மேலும்  
கோணம்  $\theta$  வை பின்வருமாறுகுறிப்பிடலாம்.

$$\tan \theta = \frac{a_t}{\left( \frac{v^2}{r} \right)}$$
 ஆகும்.

### எடுத்துக்காட்டு 2.40

துகளொன்று 10 m ஆரமுடையவட்டப்பாதையில் சுற்றுகிறது. அதன் நேர்க்கோட்டுவேகம்  $v =$   
 $3t$ . இங்கு  $t$  வினாடியிலும் மற்றும்  $v$  ஆனது  $\text{ms}^{-1}$  லும் உள்ளது.

(அ)  $t=2$  வினாடியில் துகளின் மையநோக்குமுடுக்கம் மற்றும் தொடுகோட்டுமுடுக்கம் ஆகியவற்றைக்  
காண்க.

(ஆ) தொகுபயன் வெக்டர், ஆரவெக்டருடன் ஏற்படுத்தும் கோணத்தைக் காண்க.

### தீர்வு

$t=2$  வினாடியில் துகளின் வேகம்  $v = 3t = 6 \text{ ms}^{-1}$

$t=2$ வினாடியில் துகளின் மையநோக்குமுடுக்கம்

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(6)^2}{10} = 3.6 \text{ m s}^{-2}$$

தொடுகோட்டுமுடுக்கம்  $a_R = \frac{dv}{dt} = 3 \text{ ms}^{-2}$

ஆர வெக்டருக்கும், தொகுபயன் வெக்டருக்கும் உள்ளகோணம்

$$\tan \theta = \frac{a_t}{a_c} = \frac{3}{3.6} = 0.833$$

$$\theta = \tan^{-1}(0.833) = 0.69 \text{ ரேடியன்}$$

டிகிரியில்  $\theta = 0.69 \times 57.27^\circ \approx 40^\circ$

இரவுபகல் இரு வேளைகளிலும் சூரியனைப் பொறுத்துநாம் ஒரேவேகத்தில் செல்கிறோமா?

புவி, சூரியனை நேர்வட்டப்பாதையில் சுற்றிவருகிறது. சூரியனைப் பொறுத்தபுவிமையத்தின் திசைவேகத்தை  $v'$  என்க.  $v'$  இந்த சூரியனைப் பொறுத்துபுவிநேர்வட்டப்பாதையில் சுற்றிவருவதால் ஏற்படுகிறது. அதேநேரத்தில் புவிதன் அச்சினைப் பொறுத்துதற்சுழற்சி இயக்கத்தைமேற்கொள்கிறது. புவியின் மேற்பரப்பில் உள்ளஅனைத்துப் பொருட்களும் புவியின் தற்சுழற்சிஅச்சினைமையமாகக் கொண்டு  $v$  என்றதிசைவேகத்தில் வட்டப்பாதை இயக்கத்தைமேற்கொள்கின்றன. இரவுநேரங்களில்  $v'$  மற்றும்  $v$  சேரும் ஒரேதிசையில் அல்லதுஒன்றுக்கொன்றுகுறுங்கோணவேறுபாட்டுதிசையில் செயல்படுகின்றன. எனவே இரவில் சூரியனைப் பொறுத்துபுவியின் மேற்பரப்பில் உள்ளபொருளின் திசைவேகம்  $v'_{\text{இரவு}} = v' + v$  ஆகும் இதிலிருந்துபுவியின் பரப்பில் எந்தஒருபொருளும் பகலைவிட இரவுநேரத்தில் சூரியனைப் பொறுத்துவேகமாகச் செல்லும் எனஅறியலாம். இது புவியின் சுழற்சியால் ஏற்படுகிறது. இதனைபின்வரும் படத்தின் மூலம் அறியலாம்.

### வட்ட இயக்கத்தின் இயக்கச் சமன்பாடுகள்

மாறாதகோணமுடுக்கத்துடன்  $\alpha$  பொருளொன்றுவட்ட இயக்கத்தைமேற்கொண்டால் நேர்க்கோட்டு இயக்கத்தைப் போன்றேவட்ட இயக்கத்திற்கும் இயக்கச் சமன்பாடுகளைதருவிக்கலாம்.

வட்ட இயக்கத்திலுள்ளதுகளொன்றின் ஆரம்பக்கோணத் திசைவேகம்  $\omega_0$  என்க.  $t$  காலத்திற்குப் பின்புஅத்துகள் அடையும் இறுதிகோணத்திசைவேகம்  $\omega$ . இக்கால இடைவெளியில் துகள் அடைந்தகோண இடப்பெயர்ச்சி  $\theta$  என்க. கோணத்திசைவேகத்தில் மாற்றம் உள்ளதால் துகள்  $\alpha$  என்றகோணமுடுக்கத்தைப் பெற்றிருக்கும்.

பிரிவு (2.4.3) இல் நேர்க்கோட்டு இயக்கத்திற்கும் உள்ளதைப் போன்றேவட்ட இயக்கத்திற்கும் இயக்கச் சமன்பாடுகளைஎழுதலாம்.

நேர்க்கோட்டு இடப்பெயர்ச்சி ( $s$ ) ஐ கோண இடப்பெயர்ச்சி  $\theta$  எனவும்

திசைவேகம் ( $v$ ) ஐ கோணத்திசைவேகம் ( $\omega$ ) எனவும்

முடுக்கம் ( $a$ ) வைகோணமுடுக்கம் ( $\alpha$ ) எனவும்

ஆரம்பதிசைவேகம் ( $u$ ) ஐ ஆரம்பக்கோணத்திசைவேகம் ( $\omega_0$ ) எனவும் மாற்றவும்.

இம்மரபினைபின்பற்றியபின்புகிடைக்கும் வட்ட இயக்கத்தின் இயக்கச் சமன்பாடுகள் பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

நேர்க்கோட்டு இயக்கத்தின் இயக்கச் சமன்பாடுகள்	வட்ட இயக்கத்தின் இயக்கச் சமன்பாடுகள்
$v = u + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$s = ut + \frac{1}{2}at^2$	$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
$v^2 = u^2 + 2as$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$
$s = \frac{(v+u)t}{2}$	$\theta = \frac{(\omega_0 + \omega)t}{2}$

### எடுத்துக்காட்டு 2.41

வட்டப்பாதை இயக்கத்திலுள்ளதுகள் ஒன்றின் கோணமுடுக்கம்  $\alpha = 0.2 \text{ rad s}^{-2}$

அ) இத்துகள் 5 வினாடிகளுக்குப் பின்னர் அடைந்தகோண இடப்பெயர்ச்சிமற்றும்.

ஆ) நேரம்  $t = 5$  வினாடியில் இத்துகளின் கோணத்திசைவேகம் ஆகியவற்றைக் காண்க.  
(துகளின் ஆரம்பக் கோணத்திசைவேகம் ஆகியவற்றைக் காண்க. (துகளின் ஆரம்பக் கோணத்திசைவேகம் சுழி எனக் கருதுக.

தீர்வு:

துகளின் ஆரம்பக் கோணத்திசைவேகம் ( $\omega_0 = 0$ ) துகளின் கோண இடப்பெயர்ச்சி

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\theta = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-1} \times 25 = 2.5 \text{ rad}$$

டிகிரியில்  $\theta = 2.5 \times 57.27^\circ \approx 143^\circ$