PHYSICS
TEST – 6

11th physics	அலகு– 1	இயல் உலகத்தின் தன்மையும் அளவீட்டியலும்-F
	அலகு– 2	இயக்கவியல் -F

11TH இயற்பியல்

தொகுதி – 1

அலகு – 1

இயல் உலகத்தின் தன்மையும் அளவீட்டியலும்
(Nature of Physical world and Measurement)

அறிமுகம்:

'Science' என்றும் சொல்' "அறிந்து கொள்ளுதல்" எனும் பொருளுடைய 'சைன்சியா' (Scientia) எனும் இலத்தீன் மூலச் சொல்லிலிருந்து உருவானதாகும். தமிழ்மொழியில் science என்பது 'அறிவியல்' எனப் பொருள் கொள்ளப்படுகிறது. உண்மைகளை அறிந்து ஆராய்தலே அறிவியலாகும். மனித மனம் எப்போதும் இயற்கையின் பல்வேறு நிகழ்வுகளான கிரகங்கள், ஒளிரும் நட்சத்திரங்களின் இயக்கங்கள், பருவகாலச் சுழற்சி மாற்றம் மற்றும் வானவில் உருவாதல் போன்றவற்றை அறிந்துகொள்ளவும், புரிந்து கொள்ளவும் ஆர்வமுடன் இருந்து வந்திருக்கிறது. இந்நிகழ்வுகள் உருவாகும் விதத்தையும் அவற்றிற்கு இடையேயான தொடர்புகளையும் அறிய ஆராய்ச்சி நோக்குள்ள மனம் முற்படுகிறது. இயற்கையைப் புரிந்து கொள்ளும் இந்த முயற்சிதான் இன்றைய நவீன அறிவியலுக்கும், தொழில் நுட்பத்திற்கும் வழிவகுத்தது. இயற்கை நிகழ்வுகளை உற்றுநோக்கி, ஆய்வு செய்து மற்றும் பகுத்தறிந்து பெறப்பட்ட முறையான அறிவை அறிவியலாகும்.

உயிரற்ற பொருட்களைப் பற்றிப் பயிலும் அறிவியல், இயல் அறிவியல் (இயற்பியல், வேதியியல்) என்றும், உயிருள்ள பொருட்களைப் பற்றிப் பயிலும் அறிவியல் உயிர் அறிவியல் (தாவரவியல், விலங்கியல் மற்றும் பல) என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

இயற்கை நிகழ்வுகளை ஆர்வமாக உற்று நோக்குதலும், அறிந்து கொள்வதுமே அறிவியலின் ஆரம்பமாகும். அறிவியல் எனும் சொல் 19 ஆம் நூற்றாண்டிலேயே பயன்படுத்தப்பட்டது.

முற்காலத்தில் இயற்கை தத்துவயியலே (natural philosophy) அறிவியல் என அழைக்கப்பட்டது. பண்டைய நாகரிக காலத்தில் வானியல், வேதியியல், மனித உடற்கூறியல் மற்றும் வேளாண்மை போன்றவற்றைப் பற்றி அறிந்து சிறந்த முறையில் பயன்படுத்தினார்கள். எழுத்துமுறை வளர்ச்சி பெறுவதற்கு முன்பு வாய்வழி மூலமே அறிவு பரிமாறிக் கொள்ளப்பட்டது. பண்டைய காலத்தில் வானியல் முதல் மருத்துவம் வரை அறிவியல்

இந்திய அரசியலமைப்புச் சட்டம் 51A(h) அடிப்படைக் கடமைகள் பிரிவு IV இல் "அறிவியல் மனப்பான்மையையும், மனித நேயத்தையும், சீர்திருத்தத்தையும், ஆய்வு மனப்பான்மையையும் போற்றி வளர்ப்பது ஒவ்வொரு இந்தியக் குடிமகனின் கடமையாகும்" என்று கூறப்பட்டுள்ளது. இதுவே நமது அறிவியல் கல்வியின் நோக்கமாகும்.

முன்னேற்றங்கள் அனைத்திலும் எகிப்தியர்களே முன்னோடிகளாகச் சிறந்து விளங்கினார்கள். சிந்து சமவெளி நாகரிக காலந்தொட்டே (3300 – 1300 கி.மு. (பொ.ஆ.மு) இந்தியர்கள் அறிவியல் மற்றும் கணிதப் பயன்பாட்டில் சிறந்து விளங்கினார்கள்.

அறிவியல் முறை :

அறிவியல் முறை என்பது இயற்கை நிகழ்வுகளைப் புரிந்துகொள்வதற்கும் மற்றும் இயற்கை நிகழ்வுகள் தோன்ற காரணமாக உள்ள விதிகளை உருவாக்குவதற்குமான ஒரு படிப்படியான அணுகுமுறையாகும்.

எந்த ஒரு அறிவியல் முறையும் கீழ்க்கண்ட பொதுவான அம்சங்களை உள்ளடக்கியது.

1. முறைப்படுத்தப்பட்ட உற்று நோக்கல்
2. கட்டுப்படுத்தப்பட்ட பரிசோதனை
3. தரமான மற்றும் அளந்தறியும் பகுப்பாய்வு
4. கணிதவியல் மாதிரிகள்
5. கணித்தல் மற்றும் சரிபார்த்தல் அல்லது தவறான கோட்பாடுகளை அறிவியல் முறை மூலம் கண்டறிந்து தவிர்த்தல்

எடுத்துக்காட்டு:
ஒரு உலோகத் தண்டின் ஒரு முனையை வெப்பப்படுத்தும் போது மறு முனையில் வெப்பம் உணரப்படுகிறது. இந்நிகழ்வை உற்று நோக்கி கீழ்க்காணும் வினாக்களை எழுப்பலாம்.

1. வெப்பப்படுத்தும் பொழுது அந்த தண்டின் உள்ளே நிகழ்வது என்ன?
2. வெப்பம் மறுமுனைக்கு எவ்வாறு பரவியது?
3. எல்லா பொருட்களிலும் இந்த விளைவு நிகழுமா?
4. பொருட்களின் வழியே வெப்பம் பரவுகிறது எனில் வெப்பத்தைக் காண முடியுமா?

பொ.ஆ.மு. (BCE) 350 இல் இயற்பியல் (Physics) என்ற பெயர் அரிஸ்டாட்டில் (Aristotle) என்பவரால் அறிமுகப்படுத்தப்பட்டது.

இயற்பியல் - அறிமுகம்:

Physics (இயற்பியல்) என்ற சொல்லானது, இயற்கை என்ற பொருளுடைய ∴பியுசிஸ் (Fusis) எனும் கிரேக்கச் சொல்லில் இருந்து தருவிக்கப்பட்டது. இயற்பியல் என்பது இயற்கை மற்றும் இயற்கையின் நிகழ்வுகளைப் பற்றி பயிலுவதாகும். எனவே இயற்பியலே அறிவியலின் அனைத்துப் பிரிவுகளுக்கும் அடிப்படையானதாகக் கருதப்படுகிறது.

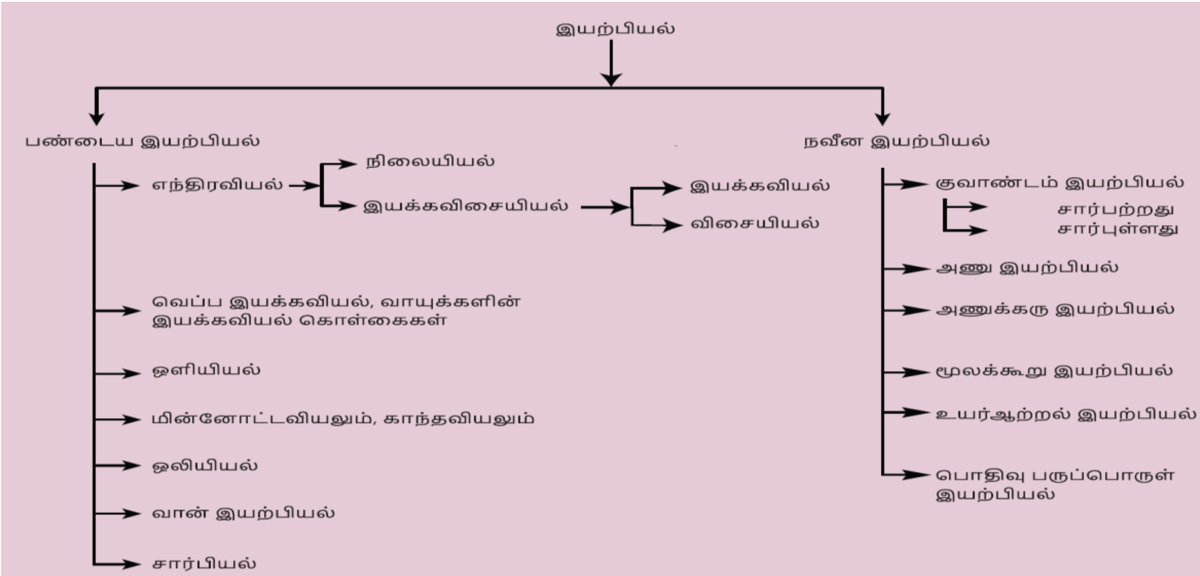
இயற்பியல் பயிலுவதில் ஒன்றிணைத்துப் பார்த்தல் (Unification) மற்றும் பகுத்துப்பார்த்தல் (Reductionism) ஆகிய இரு அணுகுமுறைகள் உள்ளன. ஒற்றிணைத்துப் பார்த்தல் என்பது வேறுபட்ட இயற்பியல் நிகழ்வுகளை ஒரு சில தத்துவங்கள் மற்றும் விதிகளைப் பயன்படுத்தி விளக்க முயற்சித்தலாகும். எடுத்துக்காட்டாக, புவியை நோக்கித் தடையின்றித் தானே விழும் பொருட்களின் இயக்கம், சூரியனைச் சுற்றி வரும் கோள்களின் இயக்கம், புவியைச் சுற்றிவரும் சந்திரனின் இயக்கம் ஆகியவற்றிற்கு காரணமான இயற்கையின் விசைகளை நியூட்டனின் ஈர்ப்பியல் விதி ஒன்றிணைக்கின்றது.

ஓர் பெரிய அமைப்பினை அல்லது பொருளை (Macroscopic) அதனுள் அடங்கிய நுண்ணியத்துகள்களின் (Microscopic) மூலம் விளக்க முயற்சிப்பதே பகுத்துப்பார்த்தலாகும். எடுத்துக்காட்டாக, பெரிய அமைப்பின் பண்புகளான வெப்பநிலை, என்ட்ரோபி (Entropy) போன்றவற்றை விளக்க வெப்ப இயக்கவியல் (Thermodynamics) உருவாக்கப்பட்டது.

மூலக்கூறுகளின் இயக்கவியற்கொள்கை (Kinetic Theory) மற்றும் புள்ளியியல் எந்திரவியல் (Statistical Mechanics) ஆகியவை மேற்கூறிய ஒரு பெரிய அமைப்பின் (பொருளின்) பண்புகளை அந்த பெரிய அமைப்பின் (பொருளின்) நுண் துகள்களான மூலக்கூறுகள் வழியே விளக்குகிறது.

விண்மீன்கள் வரை அனைத்தையும் குறிக்கும். மீ நுண்ணமைப்பு (microscopic system) என்பது நாம் கண்ணிற்கு புலப்படாத சிறிய அளவிலான மூலக்கூறுகளைக் குறிக்கும். சிறிய அளவிலான மூலக்கூறுகளைக் குறிக்கும். சிறிய அளவிலான மூலக்கூறுகள் ஒருங்கிணையும் போது பெரிய அளவிலான பொருள் உருவாகிறது.

இயற்பியலின் பிரிவுகள்:
இயற்கையின் விதிகளை வெளிக்கொணர்வதில் துணைபுரிந்த அடிப்படை அறிவியல் இயற்பியலாகும். இயற்கையின் விதிகளை வெளிக்கொணர்வதில் துணைபுரிந்த அடிப்படை அறிவியல் இயற்பியலாகும். இந்த இயற்பியலின் மொழி கணிதவியலாகும். பழங்காலத்தில் மனிதர்கள் இயற்கையோடு இணைந்து வாழ்ந்தனர். அவர்கள் வாழ்க்கைமுறை இயற்கையோடு இணைக்கப்பட்டிருந்தது. வான்பொருட்கள் மற்றும் விண்மீன்களின் இயக்கங்களை ஆதாரமாகக்கொண்டு பருவ காலங்களை கணித்தனர். விதைக்கும் மற்றும் அறுவடை செய்யும் காலங்களை வான்வெளியை



இயற்பியலின் பிரிவுகள்:

	மரபு இயற்பியல் (Classical Physics)	20-ஆம் நூற்றாண்டின் தொடக்கத்திற்கு முன் வளர்ச்சியடைந்த மற்றும் ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்ட அடிப்படை இயற்பியல் பற்றியது.
	பிரிவு (Branch)	கவனம் செலுத்தப்பட்ட பகுதி (Major Focus)
1.	மரபு எந்திரவியல் (Classical Mechanics)	ஒய்வு அல்லது இயக்கநிலையில் உள்ள பொருட்களின் மீது செயல்படும் விசைகளைப் பற்றிய விளக்கம்
2.	வெப்ப இயக்கவியல் (Thermodynamics)	வெப்பம் மற்றும் பல்வேறு ஆற்றல்களுக்கிடையேயான தொடர்பைப் பற்றிய விளக்கம்
3.	ஒளியியல் (Optics)	ஒளியைப் பற்றிய விளக்கம்
4.	மின்னோட்டவியலும் காந்தவியலும் (Electricity & Magnetism)	மின்னோட்டம், காந்தவியல் மற்றும் அவற்றின் தொடர்புகளைப் பற்றிய விளக்கம்
5.	ஒளியியல் (Acoustics)	ஒலி அலைகள் உருவாதல் மற்றும் பரவுதல் பற்றிய விளக்கம்
6.	வான் இயற்பியல் (Astrophysics)	ஒளி அலைகள் உருவாதல் மற்றும் பரவுதல் பற்றிய விளக்கம் வானியல் பொருட்களைப் பற்றி விளக்கம்
7.	சார்பியல் (Relativity)	கோட்பாட்டு இயற்பியலின் ஒரு பிரிவாகும். வெவ்வேறு முறைகளில் இயங்கும் பொருட்களைப் பொருத்து வெளி, நேரம் மற்றும் ஆற்றல் இவற்றிற்கு இடையேயான தொடர்பிற்கான விளக்கம்
நவீன இயற்பியல் (Modern Physics)		20-ஆம் நூற்றாண்டின் தொடக்கத்தில் உள்ள இயற்பியல் கருத்துக்கள்
1.	‘குவாண்டம் எந்திரவியல் (Quantum Mechanics)	அணு மற்றும் அணு உட்துகள் மட்டங்களில் நடைபெறும் நிகழ்வுகளைப் பற்றியது.
2.	அணு இயற்பியல் (Atomic Physics)	அணுவின் பண்புகள் மற்றும் அதன் அமைப்புகளைப் பற்றிய இயற்பியல் விளக்கம்
3.	அணுக்கரு இயற்பியல் (Nuclear Physics)	அணுக்கரு அமைப்பு, பண்புகள் அதன் இடைவினைகள் பற்றிய இயற்பியல் விளக்கம்
4.	பொதிவு பருப்பொருள் இயற்பியல் (Condensed matter Physics)	பொதிவு பருப்பொருட்களின் (திண்மம், திரவம், இவ்விரு நிலைகளுக்கு இடைப்பட்ட நிலையிலுள்ள பொருட்கள் மற்றும் அடர்வாயுக்கள்) பண்புகளைப்

		பற்றியது. இது நானோ அறிவியல் (Nano Science) ஒளிச்சிப்ப அறிவியல் (Photonics) போன்ற நவீன வளர்ந்து வரும் இயற்பியலின் பல்வேறு உட்பிரிவுகளைக் கொண்டுள்ளது. மேலும் இது பொருள் வகை அறிவியலின் (Material Science) அடிப்படைகளை உள்ளடக்கியுள்ளது. இதன் நோக்கம் சிறந்த நம்பகத் தன்மையுடன் பயன்படுத்தக்கூடிய பொருட்களை உருவாக்குவதைப் பற்றியது.
5.	உயர் ஆற்றல் இயற்பியல் (High Energy Physics)	துகள்களின் இயல்புகளைப் பற்றிய விளக்கம்

நோக்குவதன் மூலம் அனுமானித்து வந்தனர். எனவே, முதன் முதலில் வளர்ச்சியடைந்த அறிவியல் பிரிவு வானியலும் கணிதவியலுமேயாகும். இயற்பியலின் பல்வேறு பிரிவுகளின் காலமுறை வளர்ச்சி பின் இணைப்பு தொகுத்து வழங்கப்பட்டுள்ளது. இயற்பியலின் வெவ்வேறு பிரிவுகள் மற்றும் அவற்றின் தொடர்புகள் சுட்டுப்படமாக காட்டப்பட்டுள்ளது. மேலும், இயற்பியல் பிரிவுகளின் அடிப்படை சுட்டிக்காட்டப்பட்டுள்ளன.

இயற்பியலின் அடிப்படைப் பிரிவுகளின் முக்கியக்கருத்துக்கள் விவரிக்கப்பட்டுள்ளன. குறிப்பாக எந்திரவியல் (Mechanics) 1 முதல் 6 வரையிலான அலகுகளாக தொகுத்து வழங்கப்பட்டுள்ளது. இயற்பியலின் வளர்ச்சி அதன் அடிப்படைக் கருத்துக்களான அளவீட்டியல், அலகுகள் போன்றவற்றுடன் விவரிக்கப்பட்டுள்ளன. இயற்பியல் தத்துவங்கள் மற்றும் அவற்றிற்குக் காரணமான இயற்பியல் விதிகளை விவரிப்பதற்குத் தேவையான அடிப்படை கணிதவியல், விவரிக்கப்பட்டுள்ளது. பொருட்களின் மீது செயல்படும் விசையின் தாக்கம் நியூட்டனின் இயக்கவியல் விதிகளின் அடிப்படையில் முறையாக விவரிக்கப்பபட்டுள்ளது. எந்திரவியல் உலகில் ஆய்வு செய்வதற்குத் தேவைப்படும் முக்கிய அளவுருகளான வேலை மற்றும் ஆற்றல் பற்றிய கருத்துக்கள் வழங்கப்பட்டுள்ளன.

பொருட்களின் மீது செயல்படும் விசையின் தாக்கம் நியூட்டனின் இயக்கவியல் விதிகளின் அடிப்படையில் முறையாக விவரிக்கப்பட்டுள்ளது. எந்திரவியல் உலகில் ஆய்வு செய்வதற்குத் தேவைப்படும் முக்கிய அளவுருகளான வேலை மற்றும் ஆற்றல் பற்றிய கருத்துக்கள் வழங்கப்பட்டுள்ளன.

பொருட்களை புள்ளிப்பொருட்களாக (Point objects) கருதப்பட்டதற்கு மாறாக திண்மப்பொருட்களின் (Rigid bodies) இயந்திரவியல் பற்றிய கருத்துக்கள் விவரிக்கப்பட்டுள்ளன. ஈர்ப்புவிசை மற்றும் அதன் விளைவுகள் விளக்கப்பட்டுள்ளன.

இயற்பியலின் பழம்பிரிவான பல்வேறு பருப்பொருட்களின் பண்புகள் விளக்கப்பட்டுள்ளன. வெப்பத்தின் தாக்கம் மற்றும் அதன் விளைவுகளை ஆய்வு செய்வது குறித்து விளக்கப்பட்டுள்ளது. அலைவுகள் மற்றும் அலை இயக்கத்தின் முக்கியக் கூறுகள் விவரிக்கப்பட்டுள்ளன.

இயற்பியல் கற்றலின் இனிமையும், வாய்ப்புகளும்:
இயற்பியல் கண்டுபிடிப்புகள் இருவகையானவை. அவை தற்செயலான கண்டுபிடிப்புகள் மற்றும் உள்ளுணர்வு மூலம் கணித்தவற்றை ஆய்வகங்கள் மூலம் நன்கு பகுப்பாய்வு செய்து கண்டறிதல் என்பன ஆகும். எடுத்துக்காட்டாக, காந்தத் தன்மை தற்செயலாக உணரப்பட்டது. ஆனால் காந்தவியலின் வினோதப் பண்புகள் கோட்பாட்டளவில் (Theoretically) பின்னர் பகுப்பாய்வு செய்யப்பட்டன. இந்தப் பகுப்பாய்வு காந்தப் பொருட்களின் அடிப்படைப் பண்புகளை வெளிப்படுத்தியது. இதன் மூலம் செயற்கைக் காந்தங்கள் ஆய்வகத்தில் உருவாக்கப்பட்டன. இயற்பியல் கோட்பாடுகளை பயன்படுத்தி முன்னறியும் முறையானது (Prediction) தொழில் நுட்பம் மற்றும் மருத்துவத் துறையின் வளர்ச்சியில் முக்கிய பங்கு வகிக்கிறது. எடுத்துக்காட்டாக, 1905 இல் ஆல்பர்ட் ஐன்ஸ்டீனால் கருத்தியல் ரீதியாக கண்டறியப்பட்ட $E = mc^2$ மிகவும் பிரபலமான சமன்பாடு ஆகும். 1932 இல் காக்ரா.ஃப்ட் மற்றும் வால்டன் அவர்களால் சோதனை மூலம் இக்கருத்து நிரூபிக்கப்பட்டது. கோட்பாட்டு ரீதியான கணிப்புகளும் (Theoretical Predictions), கணக்கீட்டு நடைமுறைகளும் (Computation Procedures), முக்கியமான பயன்பாடுகளுக்குத் தேவைப்படும் பொருத்தமான மூலப் பொருட்களைத் தேர்ந்தெடுக்கப் பயன்படுகின்றன. மருந்து தயாரிப்பு நிறுவனங்கள் புதிய மருந்துப் பொருட்களைத் தயாரிக்க இந்த அணுகுமுறையையே பயன்படுத்துகின்றன.

மனித உடலுக்கு ஊறு விளைவிக்காத பொருட்களைக் கொண்டு மாற்று உறுப்புகள் தயாரிப்பதற்கு குவாண்டம் இயற்பியல் (Quantum Physics) பயன்படுத்தப்படுகிறது. இதன் மூலம் ஆய்வுக் கூட ஆராய்ச்சி செயல்முறையில் ஆராயும் முன், குவாண்டம் இயற்பியல் கோட்பாடுகளைப் பயன்படுத்தி பொருத்தமான பொருட்களை முன்னறியும் முறை நவீன சிகிச்சை முறையில் பயன்படுத்தப்படுகிறது. இவ்வாறு கோட்பாடுகளும் (Theoretical) ஆய்வகச் செயல்முறைகளும் (Experimental) பயன்பாட்டில் ஒன்றையொன்றை முழுமையாக்குகின்றன.

மிகப்பெரிய மதிப்புகள் உடைய பல்வேறு இயற்பியல் அளவுகளை (நீளம், நிறை, காலம், ஆற்றல் போன்றவை) உள்ளடக்கியது என்பதால் இயற்பியலின் வாய்ப்புகள் பரந்து விரிந்து காணப்படுகின்றன.

எலக்ட்ரான் மற்றும் புரோட்டான்களை உள்ளடக்கிய மீச்சிறு அளவுகள் முதல் வானியல் நிகழ்வுகள் போன்ற மிகப்பெரிய அளவுகள் வரை இயற்பியல் எடுத்துரைக்கிறது.

- கால அளவின் வீச்சு (Range): வானியல் அளவு முதல் நுண்ணிய அளவு வரை (10^{18} s to 10^{-22} s)

- நிறைகளின் வீச்சு (Range): மீப்பெரு வான் பொருட்களிலிருந்து எலக்ட்ரான் வரை,10^{55} kg (அளவிடக்கூடிய பிரபஞ்சத்தின் நிறை) முதல் 10^{-31} kg (எலக்ட்ரானின் நிறை $= 9.11 \times 10^{-31}$ kg) வரை.
  இயற்பியலைக் கற்றல் என்பது ஒரு கல்வி சார்ந்த நிகழ்வு மட்டுமின்றி. பல்வேறு வழிகளில் வியப்பூட்டும் வகையிலும் அமைந்துள்ளது.

- சில அடிப்படைக் கருத்துகள் மற்றும் விதிகள் (Concepts and laws) வேறுபட்ட பல இயற்பியல் நிகழ்வுகளை (Physical Phenomena) விளக்குவதாக உள்ளன.

- இயற்பியல் விதிகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு பலவகை பயன்பாட்டுக் கருவிகள் வடிவமைக்கப்படுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டாக:

1. ரோபோக்களின் பயன்
2. நிலவு மற்றும் அருகில் உள்ள கோள்களுக்கான பயணத்தை பூமியிலிருந்து கட்டுப்படுத்துவது.
3. உடல்நல அறிவியலில் (Health Sciences) பயன்படும் தொழில் நுட்ப முன்னேற்றங்கள் போன்றவை.

   - இயற்கையின் உண்மையான இரகசியங்களை வெளிப்படுத்தக்கூடிய புதிய சவால் விடும் செய்முறைகளை பயன்படுத்துதல் மற்றும் ஏற்கனவே உள்ள அறிவியல் கோட்பாடுகளின் உண்மை நிலையை உறுதிப்படுத்துதல்.

   - கிரகணம் எவ்வாறு உருவாகிறது? நெருப்பின் அருகில் உள்ள ஒருவர் வெப்பத்தை உணருவது ஏன்? காற்று ஏன் வீசுகின்றது? போன்ற இயற்கையின் நிகழ்வுகளுக்குப் பின் உள்ள அறிவியலை நன்கு ஆய்ந்து புரிந்து கொள்ளல்.

தொழிநுட்பத்தில் முன்னேறிக் கொண்டிருக்கும் இன்றைய உலகில் அனைத்து வகையான பொறியியல் மற்றும் தொழில்நுட்பப் பாடப் பிரிவுகளுக்கு அடிப்படையாக இயற்பியல் விளங்குகிறது.

தொழில் நுட்பம் மற்றும் சமுதாயத்துடன் இயற்பியலின் தொடர்பு:

இயற்பியலின் கோட்பாடுகளை நடைமுறையில் பயன்படுத்துவதே தொழில் நுட்பமாகும். பல்வேறு துறைகளில் பயனுள்ள பொருட்களை கண்டுபிடிக்கவும் அவற்றைத் தயாரிக்கவும் மற்றும் நடைமுறைப் பிரச்சனைகளைத் தீர்க்கவும் அறிவுத் திறனைப் பயன்படுத்துவதுமே தொழில் நுட்பவியலாகும் (technology)

எனவே நம் சமுதாயத்துடன் நேரடியாகவோ, அல்லது மறைமுகமாகவோ இயற்பியலும் தொழில் நுட்பவியலும் இணைந்து தாக்கத்தை ஏற்படுத்துகின்றன.

எடுத்துக்காட்டாக,

1. மின்னோட்டவியல் மற்றும் காந்தவியலின் அடிப்படை விதிகளின் கீழ் கண்டுபிடிக்கப்பட்ட கம்பியில்லா தொலைத் தொடர்புமுறை உலகத்தைச் சுருக்கி மிக நீண்ட தொலைவிற்கான மிகச்சிறந்த தொடர்பை ஏற்படுத்துகின்றது.

2. விண்வெளியில் (Space) நிலை நிறுத்தப்பட்ட செயற்கைக் கோள்கள் தொலைத்தொடர்பில் மிகப்பெரிய புரட்சியை உருவாக்குகின்றன.

3. நுண் எலக்ட்ரானியல் (Microelectronics), லேசர் (Laser), கணினி (Computer), மீக்கடத்தி (Super conductor) மற்றும் அணுக்கரு ஆற்றல் ஆகியவை மனிதனின் சிந்தனையையும் வாழ்க்கை முறையையும் முழுமையாக மாற்றியுள்ளன.

அனைத்து அறிவியலின் வளர்ச்சிக்கும், அடிப்படை அறிவியலான இயற்பியல் முக்கியப் பங்காற்றுகிறது.

எடுத்துக்காட்டாக,

வேதியியலுடன் இயற்பியலின் தொடர்பு: இயற்பியலில் அணு அமைப்பு, கதிரியக்கம், X - கதிர் விளிம்பு விளைவு முதலியவற்றை நாம் பயில்கின்றோம். அவைகளைப் பயன்படுத்தி வேதியியல் ஆய்வாளர்கள் தனிம வரிசை அட்டவணையில் அணு எண் அடிப்படையில் அணுக்களை வரிசைப் படுத்துகின்றனர். இது மேலும் அணுக்களின் இணைதிறனின் இயல்புகள், வேதியியல் பிணைப்பு பற்றி அறியவும், சிக்கலான வேதியியல் அமைப்புகளை புரிந்து கொள்ளவும் உதவுகிறது. இங்கு இயல் வேதியியல் (Physical Chemistry), மற்றும் குவாண்டம் வேதியியல் (Quantum Chemistry) போன்ற வேதியியலின் உட்பிரிவுகள் முக்கிய பங்காற்றுகின்றன.

1. **உயிரியலுடன் இயற்பியலின் தொடர்பு:** இயற்பியல் தத்துவங்களின் அடிப்படையில் உருவாக்கப்படும் நுண்ணோக்கி (microscope) இல்லாமல் உயிரியல் ஆய்வுகளை நிகழ்த்த முடியாது. எலக்ட்ரான் நுண்ணோக்கி கண்டுபிடிப்பு ஒரு செல்லின் கட்டமைப்பைக்கூட பார்க்க உதவுகிறது. X – கதிர் மற்றும் நியூட்ரான் விளிம்பு விளைவு நுணுக்கங்கள் நியூக்ளிக் அமிலங்களின் அமைப்புகளைப் புரிந்து கொள்ளவும் அதன்மூலம் அடிப்படையான வாழ்க்கை செயல்முறைகளைக் கட்டுப்படுத்தவும் உதவுகிறது. ஓ – கதிர்கள் உடலைப் பகுப்பாய்வு செய்ய உதவுகிறது. ரேடியோ ஐசோடோப்புகள், புற்றுநோய் மற்றும் இதர நோய்களைக் குணப்படுத்த ரேடியோ சிகிச்சை முறையில் பயன்படுத்தப்படுகிறது. தற்பொழுது உயிரியல் செயல்முறைகள் இயற்பியலின் கண்ணோட்டத்தில் கற்பிக்கப்படுகின்றன.

2. **கணிதவியலில் இயற்பியல் தொடர்பு:** இயற்பியல் என்பது அளவிடக்கூடிய ஒரு அறிவியல் ஆகும். இயற்பியலின் வளர்ச்சிக்கு கணிதவியல் முக்கியக் கருவியாக உள்ளதால் இயற்பியல் கணிதத்துடன் மிக நெருங்கிய தொடர்பு கொண்டுள்ளது.

3. **வானியலுடன் இயற்பியலின் தொடர்பு:** கோள்களின் இயக்கம் மற்றும் வான் பொருட்கள் பற்றி அறிய வானியல் தொலைநோக்கிகள் பயன்படுகின்றன. வானியலாளர்கள் அண்டத்தின் தொலைதூரத்தை உற்றுநோக்க நேடியோ தொலை நோக்கியைப் பயன்படுத்துகின்றனர். இயற்பியல் தத்துவங்களைப் பயன்படுத்தி அண்டத்தினைப் பற்றி கற்றுக்கொள்ள முடிகின்றது.

4. **புவி நில அமைப்பியலுடன் இயற்பியலின் தொடர்பு:**
வேறுபட்ட பாறைகளின் படிகக் கட்டமைப்பைப் பற்றி அறிய விளிம்பு விளைவின் நுட்பங்கள் உதவுகின்றன. பாறைகளின் வயது, படிமங்களின் வயது மற்றும் புவியின் வயது ஆகியவற்றைக் கணிக்க கதிரியக்கம் பயன்படுகிறது.

5. **கடலியலுடன் இயற்பியலின் தொடர்பு:** கடலில் நடைபெறும் இயற்பியல் மற்றும் வேதியியல் மாற்றங்களைக் கடலியலாளர்கள் புரிந்து கொள்ள விரும்புகின்றனர். அவர்கள் வெப்பநிலை, உப்புத்தன்மை, நீரோட்டத்தின் வேகம், வாயுக்களின் பாய ஓட்டம், வேதியியல் கூறுகள் போன்ற அளவுகளை அளவீடு செய்கின்றனர்.

6. **உளவியலுடன் இயற்பியலின் தொடர்பு:** அனைத்து உளவியல் இடைவினைகளும் உடலியக்க செயல்முறைள் மூலமே பெறப்படுகின்றன. நரம்பு மண்டல கடத்திகளின் இயக்கங்கள் இயற்பியலின் பண்புகளான விரவல் மற்றும் மூலக்கூறுகளின் இயக்கம் ஆகியவற்றின் அடிப்படையிலேயே அமைகின்றன. அலை, துகள் இயக்க இருமைகளின் அடிப்படையிலேயே மூளையின் செயல்பாடும் அமைந்துள்ளது.

   இயற்பியலை மிகச்சிறந்த கருவியாகக் கொண்டு உண்மையான அறிவியலை இயற்கை விளக்குகிறது. அறிவியலையும், தொழில்நுட்பவியலையும் சம நிலையில் பயன்படுத்த வேண்டும். இல்லையெனில் அறிவியலை நமக்கு கற்பித்த இயற்கையை அழிக்கும் கருவியாக அவை மாறிவிடும்.

   உலக வெப்பமயமாதல் மற்றும் தொழில் நுட்பத்தின் எதிர்மறைத் தாக்கம் ஆகியவை தடுக்கப்பட வேண்டும். தொழில்நுட்ப உதவியுடன் தேவையான மற்றும் பொருந்தக் கூடிய பாதுகாப்பான அறிவியலே இந்த நூற்றாண்டின் தேவை ஆகும்.

உயர்கல்வியில் இயற்பியலின் நோக்கமும், வாய்ப்புகளும் மற்றும் பல்வேறு ஆய்வு உதவித்தொகை பற்றிய விவரங்களும் பாடநூலின் ஆரம்பத்திலேயே தொகுக்கப்பட்டுள்ளன.

அளவீட்டியல்:

அளவீட்டியல் என்பது எந்த ஒரு இயற்பியல் அளவையும் அதன் படித்தர அளவுடன் ஒப்பிடுவது ஆகும். அனைத்து அறவியல் ஆராய்ச்சிகளுக்கும், சோதனைகளுக்கும் அடிப்படை அளவீட்டியலாகும். இம் நம் அன்றாட வாழ்வில் முக்கியப் பங்கு வகிக்கின்றது. இயற்பியல் என்பது அளந்தறியும் அறிவியலாகும். இயற்பியல் அளவீடுகளை குறிப்பிடக்கூடிய எண்களையே இயற்பியலாளர்கள் எப்பொழுதும் கையாள்கின்றனர்.

இயற்பியல் அளவின் வரையறை:

அளவிடப்படக்கூடியதும், அதன் மூலம் இயற்பியல் விதிகளை விவரிக்கத் தக்கதுமான அளவுகள் இயற்பியல் அளவுகள் எனப்படுகின்றன. எடுத்துக்காட்டு நீளம், நிறை, காலம், விசை, ஆற்றல் மற்றும் பல.

இயற்பியல் அளவுகளின் வகைகள்:

இயற்பியல் அளவுகள் இரு வகைப்படும். ஒன்று அடிப்படை அளவுகள், மற்றொன்று வழி அளவுகள்.

வேறு எந்த இயற்பியல் அளவுகளாலும் குறிப்பிடப்பட இயலாத அளவுகள் அடிப்படை அளவுகள் எனப்படும். அவை நீளம், நிறை, காலம், மின்னோட்டம், வெப்பநிலை, ஒளிச்செறிவு மற்றுமு் பொருளின் அளவு (Amount of a substance) ஆகும்.

அடிப்படை அளவுகளால் குறிப்பிடக்கூடிய அளவுகள், வழி அளவுகள் எனப்படும். எடுத்துக்காட்டு பரப்பு, கனஅளவு, திசை வேகம், முடுக்கம். விசை மற்றும் பல.

அலகின் வரையறை மற்றும் அதன் வகைகள்:

அளவீட்டு முறை என்பது அடிப்படையில் ஓர் ஒப்பீட்டு முறையே ஆகும். அளவு ஒன்றை அளந்தறிய, நாம் எப்பொழுதும் அதனை ஒரு படித்தர அளவுடன் ஒப்பிடுகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டாக, கயிறு ஒன்றின் நீளம் 10 மீட்டர் என்பது, 1 மீட்டர் நீளம் என வரையறுக்கப்பட்ட ஒரு பொருளின் நீளத்தைப் போல் 10 மடங்கு நீளமுள்ளது என்பதாகும். இங்கு மீட்டர் என்பதே நீளத்தின் படித்தர அளவாகும். இந்த படித்தர அளவே அலகு என்றழைக்கப்படுகிறது.

உலகளவில் ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்ட, தனித்துவமிக்க தெரிவு செய்யப்பட்ட ஓர் அளவின் படித்தர அளவே அலகு என அழைக்கப்படுகிறது.

அடிப்படை அளவுகளை அளந்தறியும் அலகுகள் அடிப்படை அலகுகள் எனவும், மற்ற இயற்பியல் அளவுகளை அளவிடுவதற்காக அடிப்படை அலகுகளின் அடுக்குகளின் தகுந்த, பெருக்கல் அல்லது வகுத்தல்களின் மூலம் பெறப்படும் அலகுகள், வழி அலகுகள் எனவும் அழைக்கப்படுகின்றன.

பல்வேறு அளவிடும் முறைகள்:
அனைத்து விதமான அடிப்படை மற்றும் வழி அளவுகளை அளக்கப் பயன்படும் அலகுகளின் ஒரு முழுமையான தொகுப்பே அலகிடும் முறையாகும்.

எந்திரவியலில் பயன்படும் பொதுவான அலகு முறைகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

f.p.s. **அலகு முறை:**

f.p.s அலகு முறை ஓர் பிரிட்டிஷ் அலகு முறையாகும். இம்முறையில் நீளம், நிறை மற்றும் காலத்தை அளக்க முறையே அடி (Foot), பவுண்ட் (Pound), வினாடி (Second) ஆகிய மூன்று அடிப்படை அலகுகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

c.g.s அலகு முறை:

இது ஓர் காஸ்ஸியன் (Gaussian) முறையாகும். இம்முறையில் நீளம், நிறை மற்றும் காலத்தை அளக்க முறையே சென்டிமீட்டர், கிராம் மற்றும் வினாடி ஆகிய மூன்று அடிப்படை அலகுகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

m.k.s. முறை:
இம்முறையில் நீளம், நிறை மற்றும் காலத்தை அளக்க முறையே மீட்டர், கிலோகிராம் மற்றும் வினாடி ஆகிய மூன்று அடிப்படை அலகுகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

cgs, mks மற்றும் SI அலகு முறைகள் மெட்ரிக் அல்லது தசம அலகு முறையாகும். ஆனாலர் fps அலகு முறை மெட்ரிக் அலகு முறை அல்ல.

SI அலகு முறை:

அறிவியல் அறிஞர்கள் மற்றும் பொறியியல் வல்லுனர்களால் உலகம் முழுவதும் பன்படுத்தப்பட்ட அலகு முறை மெட்ரிக் முறை (Metric System) என அழைக்கப்பட்டது. 1960 க்கு பிறகு இது பன்னாட்டு அலகு முறை அல்லது SI அலகு முறையாக (System International – French name) அனைவராலும் ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்டது. உலகளாவிய அறிவியல், தொழில்நுட்பம், தொழில் துறை மற்றும் வணிகப் பயன்பாட்டிற்காக, 1971 இல் நடைபெற்ற எடைகள் மற்றும் அளவீடுகள் பொதுமாநாட்டில் SI அலகு முறையின் நிலையான திட்டக் குறியீடுகள், அலகுகள் மற்றும் சுருக்கக்குறியீடுகள் உருவாக்கப்பட்டு அனைவராலும் ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்டன.

SI அலகு முறையின் சிறப்பியல்புகளைக் காண்போம்
1. இம்முறையில் ஒரு இயற்பியல் அளவிற்கு ஒரே ஒரு அலகு மட்டுமே பயன்படுத்தப்படுகிறது. அதாவது இம்முறை ஓர் பங்கீட்டு, பகுத்தறிவுக்கிசைந்த (Rational method) முறையாகும்.

2. இம்முறையில் அனைத்து வழி அலகுகளும், அடிப்படை அலகுகளில் இருந்து எளிதாக தருவிக்கப்படுகின்றன. எனவே, இது ஓர் ஓரியல் (Coherent) அலகு முறையாகும்.

3. இது ஓர் மெட்ரிக் அலகு முறையாதலால் பெருக்கல் மற்றும் துணைப்பெருக்கல் ஆகியன 10 இன் மடங்குகளாக நேரடியாக தரப்படுகின்றன.

SI அலகு முறையின் ஏழு அடிப்படை அளவுகளும் தொகுக்கப்பட்டுள்ளன.

அடிப்படை அளவுகளும் அவற்றின் SI அலகுகளும்

SI அலகுகள்

அடிப்படை அளவுகள்	அலகு	குறியீடு	வரையறை
நீளம்	மீட்டர்	m	வெற்றிடத்தில் $\frac{1}{299,792,458}$ நொடியில் ஒளியானது கடக்கும் பாதையின் நீளம் 1 மீட்டர் ஆகும் (1983)
நிறை	கிலோ கிராம்	kg	பிரான்சில், பாரிசுக்கு அருகில் சர்வ்ஸ் என்ற இடத்தில் உள்ள பன்னாட்டு எடைகள் மற்றும் அளவைகள் நிறுவனத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ள பிளாட்டினம் - இரிடியம் உலோகக் கலவையிலான உருளையின் (இதன் விட்டம் அதன் உயரத்திற்குச் சமம்) நிறையே ஒரு கிலோகிராம் ஆகும் (1901)

அடிப்படை அளவுகளும் அவற்றின் SI அலகுகளும்

SI அலகுகள்

அடிப்படை அளவுகள்	அலகு	குறியீடு	வரையறை
காலம்	வினாடி	*s*	சீசியம் 133- அணுவின் இரு ஆற்றல் நிலைகளின் மீ நுண்ணிய மட்டங்களுக்கிடையே பரிமாற்றம் நிகழ்வதால் ஏற்படும் கதிர்வீச்சின் அலைவு காலத்தின் 9,192,631,770 மடங்கு ஒரு நொடியாகும் (1967)
மின்னோட்டம்	ஆம்பியர்	*A*	வெற்றிடத்தில், ஒரு மீட்டர் இடைவெளியில் வைக்கப்பட்ட புறக்கணிக்கத் தக்க குறுக்கு வெட்டுப்பரப்பு உடைய இரு முடிவிலா நீளங்கள் உடைய நேரான இணைக்கடத்திகள் வழியே, பாயும் சீரான மின்னோட்டம் அவ்விரு கடத்திகளியிடையே ஒரு மீட்டர் நீளத்தில் 2×10^{-7} N m^{-1} விசையை ஏற்படுத்தினால், அம்மின்னோட்டம் ஒரு ஆம்பியர் எனப்படும். (1948)
வெப்பநிலை	கெல்வின்	*K*	நீரின் முப்புள்ளியின் (Triple point) வெப்ப இயக்கவியல் வெப்பநிலையில் $\frac{1}{273.16}$ பின்னப்பகுதி ஒரு கெல்வின் ஆகும் (1967)
பொருளின் அளவு	மோல்	*mol*	0.012 கிலோகிராம் தூய கார்பன் - 12இல் உள்ள அணுக்களின் எண்ணிக்கைக்குச் சமமான பல துகள்களை உள்ளடக்கிய பொருளின் அளவு ஒரு மோல் எனப்படும்.
ஒளிச்செறிவு	கேண்டிலா	*cd*	5.4×10^{14} Hz அதிர்வெண் உடைய ஒளிமூலம் உமிழும் ஒற்றை நிறக் கதிர்வீச்சின் செறிவு, ஒரு குறிப்பிட்ட திசையில் $\frac{1}{683}$ வாட் / ஸ்ரேடியன் எனில் அத்திசையில் ஒளிச்செறிவு ஒரு கேண்டிலா ஆகும். (1979)

வழி அளவுகளும் அவற்றின் அலகுகளும்:

இயற்பியல் அளவு	சமன்பாடு	அலகு
தளக்கோணம்	வட்டவில் / ஆரம்	rad
திண்மக் கோணம்	மேற்பரப்பு / ஆரம்^{2}	sr
புரப்பு (செவ்வகம்)	நீளம் × அகலம்	m^2
கன அளவு அல்லது பருமன்	பரப்பு × உயரம்	m^3
திசைவேகம்	இடப்பெயர்ச்சி / காலம்	m s^{-1}

முடுக்கம்	திசைவேகம் / காலம்	$m\ s^{-2}$

வழி அளவுகளும் அவற்றின் அலகுகளும்:

இயற்பியல் அளவு	சமன்பாடு	அலகு
கோணத்திசை வேகம்	கோண இடப்பெயர்ச்சி / காலம்	Red s^{-1}
கோண முடுக்கம்	கோணத்திசை வேகம் / காலம்	Red s^{-2}
அடர்த்தி	நிறை / பருமன்	$Kg\ m^{-3}$
நீள் உந்தம்	நிறை × திசைவேகம்	$Kg\ m\ s^{-1}$
நிலைமத் திருப்புத்திறன்	நிறை × (தொலைவு)^2	$Kg\ m^2$
விசை	விசை × பரப்பு	$Kg\ ms^{-2}$ அல்லது N
அழுத்தம்	விசை / பரப்பு	$N\ m^{-2}$ அல்லது Pa
ஆற்றல் (வேலை)	விசை தொலைவு	N m அல்லது J
திறன்	வேலை / காலம்	$J\ s^{-1}$ அல்லது வாட்(W)
கணத்தாக்கு விசை	விசை × காலம்	N s
பரப்பு இழுவிசை	விசை / நீளம்	$N\ m^{-1}$
விசையின் திருப்புத்திறன் (திருப்பு விசை)	விசை × தொலைவு	N m
மின்னூட்டம்	மின்னோட்டம் × காலம்	A s அல்லது C
மின்னோட்ட அடர்த்தி	மின்னோட்டம் / பரப்பு	$A\ m^{-2}$
காந்தத் தூண்டல்	விசை (மின்னோட்டம் × நீளம்)	$N\ A^{-1}\ m^{-1}$ அல்லது tesla
விசை மாறிலி	விசை / இடப்பெயர்ச்சி	$N\ m^{-1}$
∴பிளாங் மாறிலி	போட்டானின் ஆற்றல் / அதிர்வெண்	J s
தன்வெப்பம் (S)	வெப்ப ஆற்றல் (நிறை × வெப்பநிலை)	$J\ kg^{-1}\ K^{-1}$
போல்ட்ஸ்மேன் மாறிலி (k)	ஆற்றல் / வெப்பநிலை	$J\ K^{-1}$

குறிப்பு:

π ரேடியன் $= 180^\circ$

1 ரேடியன் $= \frac{180}{\pi} = \frac{180^\circ \times 7}{22} = 57.27^\circ$

மேலும் $1^\circ = 60'$ மற்றும் $1' = 60''$

ரேடியன், டிகிரி மற்றும் மினிட்ஸ் இவற்றிற்கிடையேயான தொடர்பு

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} rad = 1.745 \times 10^{-2} rad$$

$$\therefore 1' = \frac{1^\circ}{60} = \frac{1.745 \times 10^{-2}}{60} = 2.908 \times 10^{-4} rad$$

$$\approx 2.91 \times 10^{-4} rad$$

$$\therefore 1'' = \frac{1^\circ}{3600} = \frac{1.745 \times 10^{-2}}{3600} = 4.847 \times 10^{-6} rad$$

$$\approx 4.85 \times 10^{-6} rad$$

அடிப்படை அளவுகளின் அளவீட்டியல்

நீளத்தை அளவிடுதல்:

இயற்பியலில் நீளத்தைப்பற்றிய கருத்து என்பது, அன்றாட வாழ்வில் தொலைவைப் பற்றிய கருத்தாகும். வெளியில் (Space) இரு புள்ளிகளுக்கு இடையே உள்ள தொலைவே நீளம் என வரையறுக்கப்படுகின்றது. நீளத்தின் SI அலகு மீட்டர் ஆகும்.

பொருட்களின் அளவுகள் நாம் வியக்கும் அளவிற்கு வேறுபடுகின்றன. எடுத்துக்காட்டாக, மிகப்பெரிய தொலைவுகளில் அமைந்த மிகப்பெரிய பொருட்களான விண்மீன் திரள்கள், விண்மீன்கள், சூரியன், புவி, சந்திரன் போன்றவை, பேரண்டத்தை (Macrocosm) உருவாக்குகின்றன. இது மிகப்பெரிய

ரேடியன் (rad): வட்டத்தின் ஆரத்திற்கு சமமான நீளம் கொண்ட வட்டவில் வட்டத்தின் மையத்தில் ஏற்படுத்தும் கோணம், ஒரு ரேடியன் ஆகும்.

ஸ்டிரேடியன் (sr): ஆரத்தின் வர்க்கத்திற்கு சமமான பரப்பு உடைய கோளப்பரப்பின் ஒரு பகுதி, கோளத்தின் மையத்தில் ஏற்படுத்தும் திண்மக்கோணம் ஒரு ஸ்டிரேடியன் ஆகும்.

பொருட்களையும் நீண்ட தொலைவுகளையும் உடைய பெரிய உலகத்தைக் குறிக்கிறது.

இதற்கு மாறாக மூலக்கூறுகள், அணுக்கள், புரோட்டான்கள், நியூட்ரான்கள், எலக்ட்ரான்கள், பாக்டீரியா போன்ற பொருட்களும் அவற்றின் இடையேயான தொலைவுகளும் நுண் உலகத்தை (Microcosm) உருவாக்குகின்றன. இது மீச்சிறு பொருட்களும், மிகச்சிறிய தொலைவுகளும் உடைய நுண் உலகத்தைக் குறிக்கிறது.

10^{-5} m முதல் 10^{2} m வரையிலான தொலைவுகளை நேரடி முறையில் அளக்க முடியும். எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு மீட்டர் அளவுகோலைக்கொண்டு 10^{-3} m முதல் 1 m வரையிலான தொலைவை அளக்க முடியும், வெர்னியர் அளவி (vernier caliper) கொண்டு 10^{-4} m வரையிலான தொலைவையும், திருகு அளவி (screw guage) கொண்டு 10^{-5} m வரையிலான தொலைவையும் அளக்க முடியும்.

அணு மற்றும் வானியல் தொலைவுகளை மேற்கூறிய எந்த ஒரு நேரடியான முறையிலும் அளக்க இயலாது. எனவே, மிகச் சிறிய மற்றும் நீண்ட தொலைவுகளை அளக்க சில மாற்று முறைகள் உருவாக்கப்பட்டு பயன்படுத்தப்படுகின்றன. அடுக்குகள் (நேர்மறை மற்றும் எதிர்மறை) அட்டவணைப்படுத்தப்பட்டுள்ளன.

பத்தின் அடுக்குகளின் முன்னீடு:

10-இன் அடுக்கு	முன்னீடு	குறியீடு	10-இன் துணைப்பெருக்கல்	முன்னீடு	குறியீடு
10^{1}	டேகா (deca)	da	10^{-1}	டெசி (deci)	d
10^{2}	ஹெக்டோ (hector)	H	10^{-2}	சென்டி (centi)	c
10^{3}	கிலோ (kilo)	K	10^{-3}	மில்லி (milli)	m
10^{6}	மெகா (mega)	M	10^{-6}	மைக்ரோ (micro)	μ
10^{-9}	ஜிகா (giga)	G	10^{-9}	நானோ (nano)	n
10^{12}	டேரா (tera)	T	10^{-12}	பிக்கோ (pico)	p
10^{15}	பீட்டா (peta)	P	10^{-15}	∴பெம்டோ (femto)	f
10^{18}	எக்ஸா (exa)	E	10^{-18}	ஆட்டோ (atto)	a
10^{21}	ஜீட்டா (zetta)	Z	10^{-21}	செப்டோ (zepto)	z
10^{24}	யோட்டா (yotta)	Y	10^{-24}	யோக்டோ (yocto)	y

துணை அளவுகளான தளக்கோணம் மற்றும் திண்மக் கோணம் ஆகியவை வழிமுறை அளவுகளாக 1995 ஆம் ஆண்டு (GCWM) மாற்றப்பட்டது.

1. சிறிய தொலைவுகளை அளவிடுதல் (திருகு அளவி மற்றும் வெர்னியர் அளவி) திருகு அளவி திருகு அளவியானது 50 அஅ வரையிலான பொருட்களின் பரிமாணங்களை மிகத் துல்லியமாக அளவிடப் பயன்படும் கருவியாகும். இக்கருவியின் தத்துவம் திருகின் வட்ட இயக்கத்தைப் பயன்படுத்தி பெரிதாக்கப்பட்ட நேர்க்கோட்டு இயக்கமாகும். திருகு அளவியின் மீச் சிற்றளவு 0.01 mm ஆகும்.

வெர்னியர் அளவி:

துளையின் ஆழம் அல்லது துளையின் விட்டம் போன்ற அளவீடுகளை அளக்கப் பயன்படும் பன்முகத்தன்மை (Versatile) கொண்ட கருவி வெர்னியர் அளவி ஆகும். வெர்னியர் அளவியின் மீச்சிற்றளவு 0.01 cm ஆகும்.

2. நீண்ட தொலைவுகளை அளவிடுதல்
மரத்தின் உயரம், புவியிலிருந்து சந்திரன் அல்லது கோள்களின் தூரம் போன்ற நீண்ட தொலைவுகளை அளக்க சில சிறப்பு முறைகளைப் பனய்படுத்துகின்றோம். முக்கோண முறை (Triangulation method), இடமாறு தோற்றமுறை (Parallax method) மற்றும் ரேடார் துடிப்பு முறை (Radar method) ஆகிய முறைகளைப் பயன்படுத்தி மிக நீண்ட தொலைவுகளை அளவிடலாம்.

முக்கோண முறையின் மூலம் ஒரு பொருளின் உயரத்தை அளவிடுதல்:

AB = h என்பது அளக்க வேண்டிய மரத்தின் உயரம் அல்லது கோபுரத்தின் உயரம் என்க. B யிலிருந்து x தொலைவில் உள்ள C என்ற இடத்தில் உற்றுநோக்குபவர் இருப்பதாகக் கொள்வோம்.

C- யிலிருந்து வீச்சை அளப்பவர் (Range finder) A- வுடன் ஏற்படுத்தும் ஏற்றக்கோணம் $\angle ACB = \theta$ என்க.

செங்கோண முக்கோணம் ABC – யிலிருந்து

$$\tan\theta = \frac{AB}{BC} = \frac{h}{x}$$

அல்லது உயரம் $h = x \tan\theta$

தொலைவு x ஐ அறிந்திருந்தால், உயரம் h ஐப் பெறலாம்.

நீளத்தின் நெடுக்கங்களும் அதன் வரிசை முறைகளும்

பொருட்களின் அளவு மற்றும் தொலைவுகள்	நீளம் (m)
அண்டத்தின் எல்லையின் அறிந்த தொலைவு	10^{26}
பூமிக்கும், ஆன்ட்ரோமோடா விண்மீன் திரளுக்கும் இடையே உள்ள தொலைவு	10^{22}
நமது விண்மீன்திரளின் அளவு	10^{21}
பூமிக்கும் அருகில் உள்ள விண்மீனுக்கும்	10^{16}
புளூட்டோவின் சராசரி சுற்றுப் பாதையின் ஆரம்	10^{12}
பூமியில் இருந்து சூரியனின் தொலைவு	10^{11}
பூமியில் இருந்து சந்திரனின் தொலைவு	10^{8}
பூமியின் ஆரம்	10^{7}
கடல் மட்டத்திலிருந்து எவரெஸ்ட் சிரகத்தின் உயரம்	10^{4}
கால்பந்தாட்ட மைதானத்தின் நீளம்	10^{2}
தாளின் தடிமன்	10^{-4}
இரத்த சிவப்பணுக்களின் விட்டம்	10^{-5}
ஒளியின் அலைநீளம்	10^{-7}

வைரஸின் நீளம்	10^{-8}
ஹைட்ரஜன் அணுவின் விட்டம்	10^{-10}
அணுக்கருவின் அளவு	10^{-14}
புரோட்டானின் விட்டம் (தடிமன்)	10^{-15}

சில பொதுவான நடைமுறை அலகுகள்:

1. ∴பெர்மி = 1 fm = 10^{-15} m
2. 1 அங்ஸ்ட்ராம் = 1 A^0 = 10^{-10} m
3. 1 நானோ மீட்டர் = 1 nm = 10^{-9} m
4. 1 மைக்ரான் = 1 μm = 10^{-6} m
5. ஒளியாண்டு (வெற்றிடத்தில், ஒளியானது ஒரு ஆண்டில் செல்லக்கூடிய தொலைவு)

   1 ஒளியாண்டு = 9.467×10^{15} m
6. வானியல் அலகு – புவியிலிருந்து சூரியனின் சராசரி தொலைவு

   (1 AU = 1 Astronomical unit)

   1 AU = 1.496×10^{11}m

7. 1 பர்செக் (பாரலாட்டிக் நொடி)

   (வில்லின் நீளம் ஒரு வானியல் அலகும் (1 AU), மையக் கோணம் ஒரு (one second) நொடி வில்லும் கொண்ட வட்டவில்லின் ஆரமே 1 பர்செக் ஆகும்.

   1 பர்செக் = 3.08×10^{16} m = 3.26 ஒளியாண்டு.

நிறையை அளவிடுதல்:

நிறை என்பது பருப்பொருட்களின் அடிப்படைப் பண்பாகும். இது வெப்பநிலை, அழுத்தம், வெளியில் பொருளின் இருப்பிடம் ஆகியவற்றைச் சார்ந்திராது. ஒரு பொருளில் உள்ள பருப்பொருளின் அளவே, அப்பொருளின் நிறை என வரையறுக்கப்படுகிறது. இதன் SI அலகு கிலோ கிராம் (kg).

நிறையை அளவிடப் பயன்படும் உருளை பிளாட்டினம் - இரிடிய உலோகக் கலவையால் உருவாக்கப்படுவதேன்? சுற்றுச்சூழலாலும், காலத்தின் மாற்றத்தினாலும் பிளாட்டினம் - இரிடியம் உருளை மிகக் குறைந்த அளவே பாதிக்கப்படும்.

பொருட்களின் நிறைகளின் மதிப்பு பரந்த நெடுக்கம் உடையது. இது எலக்ட்ரானின் மிகச்சிறிய நிறை (9.11×10^{-31} kg) யிலிருந்து அண்டத்தின் மிகப்பெரிய நிறை (10^{55} kg) வரை விரிந்துள்ளது.

நிறையின் மிகப்பெரிய செயல்முறை அலகு சந்திரசேகர் எல்லை (CSL) யாகும்.
1 CSL = சூரியனின் நிறையைப் போன்று 1.4 மடங்கு

காலத்தின் மிகக்குறைந்த நடைமுறை அலகு ஷேக் (Shake)

1 ஷேக் = 10^{-8} s

வேறுபட்ட பெருட்களின் நிறைகளின் வகைகள் காட்டப்பட்டுள்ளது.

சாதாரணமாக ஒரு பொருளின் நிறையானது, மளிகைக்கடையில் பயன்படுத்தப்படும் சாதாரண தராசு மூலம் கிலோகிராமில் கண்டறியப்படுகிறது.

கோள்கள், விண்மீன்கள் போன்ற பெரிய பொருள்களின் நிறைகளை சில ஈர்ப்பியல் முறையின் மூலம் நாம் அளவிடலாம். அணு மற்றும் அணுக்கருத் துகள் போன்ற சிறிய துகள்களின் நிறைகளை நாம் நிறை நிறமாலை வரைவியைப் பயன்படுத்திக் கணக்கிடலாம்.

சாதாரண தராசு, சுருள்வில் தராசு, எலக்ட்ரானியல் தராசு போன்ற சில தராசுகள் பொதுவாக நிறையினைக் கண்டறியப் பயன்படும் தராசுகள் ஆகும்.

பொருள்களின் நிறைகளை சில ஈர்ப்பியல் முறையின் மூலம் நாம் அளவிடலாம். அணு மற்றும் அணுக்கருத் துகள் போன்ற சிறிய துகள்களின் நிறைகளை நாம் நிறை நிறமாலைவரைவியைப் பயன்படுத்திக் கணக்கிடலாம்.

நிறையின் நெருக்கம்:

பொருள்	நிறையின் வரிசை முறைகள் (kg)
எலக்ட்ரான்	10^{-30}
புரோட்டான் அல்லது	10^{-27}
நியூட்ரான் யுரேனியம் அணு	10^{-25}
இரத்த சிவப்பு அணுக்கள்	10^{-14}
செல்	10^{-10}
தூசித்துகள்	10^{-9}
மழைத்துளி	10^{-6}
கொசு	10^{-5}
திராட்சைப்பழம்	10^{-3}
தவளை	10^{-1}
மனிதன்	10^{2}
மகிழுந்து	10^{3}
கப்பல்	10^{5}
சந்திரன்	10^{23}
பூமி	10^{25}
சூரியன்	10^{30}
பால்வழித்திரள்	10^{41}
காணக்கூடிய அண்டம்	10^{55}

காலத்தை அளவிடுதல்:

"காலம் சீராக முன்னோக்கி செல்கின்றது" - சர் ஐசக் நியூட்டன்

"கடிகாரம் காட்டுவதே காலம்" – ஆல்பர்ட் ஐன்ஸ்டீன்
கால இடைவெளியை அளக்கக் கடிகாரம் பயன்படுகின்றது. அணுவியல் கால படித்தரம், சீசியம் அணு உருவாக்கும் சீரான அதிர்வுகளின் அடிப்படையிலானது.

மின் அலையியற்றி, மின்னணு அலையியற்றி, சூரியமின்கலக் கடிகாரம், குவார்ட்ஸ் படிக கடிகாரம், அணுக்கடிகாரம், அடிப்படைத் துகள்களின் சிதைவுறு காலம், கதிரியக்க வயதுக் கணிப்பு போன்றவை தற்பொழுது உருவாக்கப்பட்ட சில கடிகாரங்களாகும்.

கால இடைவெளியின் வரிசை (order) முறைகள் பட்டியலிடப்பட்டுள்ளன.

கால இடைவெளியின் வீச்சுகள்

நிகழ்கள்	கால இடைவெளியின் வரிசை முறைகள் (s)
நிலைத்தன்மை அற்ற துகளின் ஆயட்காலம்	10^{-24}
அணுக்கரு அளவை ஒளி கடக்க எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்	10^{-22}
X கதிரின் அலைவு நேரம்	10^{-19}
ஹைட்ரஜன் அணுவில் உள்ள எலக்ட்ரானின் சுற்றுக்காலம்	10^{-15}
கண்ணுறு ஒளியின் (Visible light) அலைவு நேரம்	10^{-15}
ஜன்னல் கண்ணாடியை கண்ணுறு ஒளி கடக்க எடுத்துக்	10^{-8}

கொள்ளும் நேரம்	
அணுவின் கிளர்ச்சி நிலையில் ஆயுட்காலம்	10^{-8}
ரேடியோ அலைகளின் அலைவு நேரம்	10^{-6}
செவி உணர் ஒலியின் அலைவு நேரம்	10^{-3}
கண் சிமிட்டும் நேரம்	10^{-1}
இரு அடுத்தடுத்த இதய துடிப்புகளுக்கிடையேயான நேர இடைவெளி	10^{0}
நிலவில் இருந்து ஒளியானது புவியை அடைய எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்	10^{0}
சூரியனில் இருந்து ஒளியானது புவியை அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்	10^{2}
நியூட்ரானின் அரை ஆயுட்காலம்	10^{3}
செயற்கைக் கோளின் சுற்றுக் காலம்	10^{4}
புவி தன் அச்சைப் பொருத்து சுழல எடுத்துக் கொள்ளும் காலம் (ஒரு நாள்)	105
புவி சூரியனைச் சுற்றி வர ஆகும் காலம் (ஒரு வருடம்)	10^{7}
மனிதனின் சராசரி ஆயுட்காலம்	10^{9}
எகிப்து பிரமிடுகளின் வயது	10^{11}
அண்டத்தின் வயது	10^{17}

இந்தியாவில் உள்ள தேசிய இயற்பியல் ஆய்வகம் (NPL) (புதுதில்லி) நீளம், நிறை, காலம் போன்ற இயற்பியல் படித்தரங்களை, பராமரித்தல் மற்றும் தரம் உயர்த்துதல் ஆகிய பணிகளை மேற்கொள்கிறது.

பிழைகள்:

அனைத்து வகைச் செய்முறை அறிவியலுக்கும், தொழில்நுட்பவியலுக்கும் அடித்தளம் அளவிடுதலாகும். எந்த ஒரு அளவீட்டின் முடிவுகளும் சில துல்லியமற்ற தன்மையை உள்ளடக்கியிருக்கும். இந்த துல்லியமற்ற தன்மையே பிழைகள் எனப்படும். இவ்வாறு அளவிடப்பட்ட மதிப்புகளைப் பயன்படுத்தி செய்யப்படும் கணக்கீடுகள் பிழையாகவே அமையும். எந்த ஒரு ஆய்விலும் மிகச்சரியான அளவீடுகளை எடுக்க முடியாது. அளவிடுதலில் துல்லியத்தன்மை (Accuracy) மற்றும் நுட்பம் (Precision) ஆகிய இரு வேறுபட்ட கூறுகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. மேலும் இவற்றை வேறுபடுத்தி அறிய வேண்டியுள்ளது. துல்லியத்தன்மை என்பது உண்மையான மதிப்பிற்கு எவ்வளவு அருகில் அளவீடு செய்தோம் என்பதையும், நுட்பம் என்பது இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட அளவுகள் ஒன்றுக்கொன்று எவ்வளவு நெருக்கமாக உள்ளது என்பதையும் குறிக்கும்.

துல்லியத்தன்மையும் நுட்பமும்:

உங்களின் உண்மையான உயரம் மிகச்சரியாக 5′9′ எனக் கொள்வோம். முதலில் நீங்கள் உங்கள் உயரத்தை ஓர் அளவுகோல் மூலம் அளவிடும் போது 5′0″ என்ற மதிப்பைப் பெறுகிறீர்கள் என்றால், உங்களுடைய அளவீடு துல்லியத்தன்மை அற்றது. இப்பொழுது உங்கள் உயரத்தை லேசர் அளவுகோல் (Laser Yardstick) மூலம் அளவிட்டால் உயரம் 5'9' என்ற மதிப்பு கிடைக்கிறது. தற்போது உங்கள் அளவீடு துல்லியத்தன்மை கொண்டது. ஒரு அளவின் உண்மையான மதிப்பைக் கோட்பாட்டு மதிப்பு என்றும் அழைக்கலாம். ஒவ்வொரு பயன்பாட்டிற்கும் தேவையான துல்லியத்தன்மையின் அளவு மிகவும் மாறுபடுகிறது. அளவீடுகளை மிகவும் துல்லியத்தன்மையுடன் பெறுவதும், தொகுப்பதும் மிகவும் கடினமாகும். எடுத்துக்காட்டாக, அளவுகோல் கொண்டு உங்கள் உயரத்தை பலமுறை அளவீடு செய்யும் பொழுது உயரம் 5′O′ என தொடர்ந்து பெற்றால் உங்களது அளவீடு நுட்பமானது. வெவ்வேறு பயன்பாட்டிற்குத் தேவைப்படும் நுட்பத்தின் அளவு பெரிய அளவில் வேறுபாடு உடையது. சாலை மற்றும் பயன்பாட்டு கட்டுமானம் போன்ற பொறியியல் செயல்திட்டங்களுக்கான அளவீடுகள் மிகவும் நுட்பமான மில்லி மீட்டர் அல்லது அங்குலத்தில் பத்தில் ஒரு பங்கு அளவிற்குத் தேவைப்படுகிறது.

ஒரு அளவீடு நுட்பமானது எனில் அது துல்லியத்தன்மை கொண்டது என்பது பொருள் அல்ல. எனினும் ஒரு அளவீடு தொடர்ச்சியாகத் துல்லியத்தன்மை கொண்டது எனில் அது நுட்பமான அளவீடு ஆகும்.

ஒரு கட்டிடத்தின் வெளியில் உண்மையான வெப்பநிலை $40^{\circ}C$ என்க. ஒரு வெப்பநிலை மானி அந்த வெப்பநிலையை $40^{\circ}C$ என அளவிட்டால், அந்த வெப்பநிலை மானி துல்லியத்தன்மை வாய்ந்தது எனலாம். அந்த வெப்பநிலை அளவிட முடிகின்றது எனில் அது நுட்பமானது எனக் கூறலாம்.

மற்றொரு எடுத்துக்காட்டினைக் கருதுவோம். ஒரு குளிர்பதனி (Refrigerator) யின் வெப்பநிலையை ஒரு வெப்பநிலைமானியைக் கொண்டு அளவிடுவதாகக் கொள்வோம். அது $10.4^{\circ}C$, $10.2^{\circ}C$, $10.3^{\circ}C$, $10.1^{\circ}C$, $10.2^{\circ}C$, $10.1^{\circ}C$, $10.1^{\circ}C$, $10.1\ ^{\circ}C$ ஆகிய அளவுகளைத் தருகின்றது. குளிர்பதனியின் உண்மையான வெப்பநிலை $9^{\circ}C$ எனில் அந்த வெப்பநிலைமானி துல்லியத்தன்மை அற்றது (உண்மையான மதிப்பிற்கு $1^{\circ}C$ குறைவாக உள்ளது) ஆனால் அனைத்து அளவிடப்பட்ட அளவுகளும் $10^{\circ}C$ க்கு அருகில் உள்ளதால் அந்த வெப்பநிலைமானி நுட்பமானது.

ஒரு காட்சி உதாரணம்:

இலக்கு நோக்கி அம்பு எய்தும் எடுத்துக்காட்டு துல்லியத்தன்மை மற்றும் நுட்பத்தின் வேறுபாட்டினை விளக்க உதவுகிறது. இலக்கின் மையப்புள்ளியை நோக்கிக் குறிவைத்து அம்புகள் எய்தப்படுகின்றன. ஆனால் அம்புகள் அந்தப் புள்ளியைச் சுற்றிய வெவ்வேறு பகுதிகளை அடைகிறது. எனவே அம்பு எய்தல் துல்லியத்தன்மையையும், நுட்பமும் அற்றது.

அனைத்து அம்புகளும் ஒரே இடத்திற்கு அருகில் பாய்ந்துள்ளன. ஆனால் மையப்புள்ளியை அடையவில்லை. எனவே அவை நுட்பமானவை ஆனால் துல்லியத்தன்மை அற்றவை. அனைத்து அம்புகளும் மையப்புள்ளிக்கு அருகில் பாய்ந்துள்ளன. எனவே அவை துல்லியத்தன்மையும் நுட்பமும் கொண்டவை.

எண் மதிப்பிலான எடுத்துக்காட்டு:

ஒரு குறிப்பிட்ட நீளத்தின் உண்மையான மதிப்பு 5.678 cm சோதனையில் 0.1 cm, பகுதிறன் கொண்ட ருவியைக் கொண்டு அளவிடும் போது என அளவிடப்படுகிறது. மற்றொரு சோதனையில் 0.01 உஅ, பகுதிறன் கொண்ட கருவியைக் கொண்டு 5.38 உஅ என அளவிடப்படுகிறது. முதல் அளவீட்டின் போது கண்டறியப்பட்ட அளவு உண்மை அளவிற்கு அருகில் உள்ளது. எனவே அது அதிக துல்லியத்தன்மை வாய்ந்தது. ஆனால், குறைந்த நுட்பம் கொண்டது. இதற்கு மாறாக இரண்டாவது அளவீட்டின் போது கண்டறியப்பட்ட அளவு குறைந்த துல்லியத்தன்மையும் அதிக நுட்பமும் கொண்டது.

அளவீடு செய்தலில் பிழைகள்:

இயற்பியல் அளவு ஒன்றை அளவீடு செய்யும் போது ஏற்படும் துல்லியமற்றதன்மை பிழை எனப்படும். அளவிடும்போது முறையான பிழைகள், ஒழுங்கற்ற பிழைகள், மற்றும் மொத்தப் பிழைகள் ஆகிய மூன்று வகையான பிழைகள் ஏற்படலாம்.

1. **முறையான பிழைகள் (Systematic errors)**
   முறையான பிழைகள் என்பது தொடர்ச்சியாக மீண்டும் மீண்டும் ஒரே மாதிரி உருவாகும் பிழைகள் ஆகும். இப்பிழைகள் ஆய்வின் ஆரம்பம் முதல் முடிவு வரை தொடர்ந்து நிகழும் பிரச்சனையால் ஏற்படுகின்றன. முறையான பிழைகள் கீழ்க்கண்டவாறு வகைப்படுத்தப்படுகின்றன.

2. **கருவிப் பிழைகள் (Instrumental errors):**

   ஒரு கருவியானது தயாரிக்கப்படும்போது முறையாக அளவீடு செய்யப்படவில்லை எனில் கருவிப் பிழைகள் தோன்றலாம். முனை தேய்ந்த மீட்டர் அளவுகோலைக் கொண்டு ஒரு அளவை அளவீடு செய்யும்பொழுது பெறப்பட்ட முடிவுகள் பிழையாக இருக்கும். இந்த வகையான பிழைகளை கருவிகளை கவனமாகத் தேர்ந்தெடுப்பதன் மூலம் சரி செய்ய முடியும்.

3. **பரிசோதனையின் குறைபாடுகள் அல்லது செய்முறையின் குறைபாடுகள் (Imperfection in experimental technique or procedure)**

சோதனை செய்யும் கருவிகளை அமைக்கும் போது, ஆய்வகச் சூழலில் ஏற்படும் சில தவறுகளால் இப்பிழைகள் தோன்றுகின்றன. எடுத்துக்காட்டாக, கலோரிமானி கொண்டு சோதனை நிகழ்த்தும் போது வெப்பக் காப்பீடு சரியாக செய்யப்படவில்லை எனில் கதிர்வீச்சு முறையில் வெப்ப இழப்பு ஏற்படும். இதனால் பெறப்படும் முடிவுகள் பிழையாக அமையும். அதனைக் தவிர்க்கத் தேவையான திருத்தங்களை மேற்கொள்ள வேண்டும்.

4. தனிப்பட்டப் பிழைகள் (Personal errors):

இப்பிழைகள் சோதனையின் போது அளவிடுபவரின் செயல்பாட்டால் உருவாகிறது. கருவியின் தவறான ஆரம்பச் சீரமைவுகள் அல்லது முறையற்ற முன்னெச்சரிக்கை நடவடிக்கையால் அல்லது கவனக்குறைவாக உற்று நோக்கலினால் அளவிடுபவரால் ஏற்படுகிறது.

5. புறக்காரணிகளால் ஏற்படும் பிழைகள் (Errors due to external causes)

சோதனையின் போது புறச்சூழலில் ஏற்படும் மாறுபாட்டால் அளவிடுதலில் பிழைகள் ஏற்படும். எடுத்துக்காட்டாக, வெப்பநிலை மாறுபாடு, ஈரப்பதம் அல்லது அழுத்தத்தால் ஏற்படும் மாற்றம் போன்றவை அளவீட்டின் முடிவுகளைப் பாதிக்கும்.

6. மீச்சிற்றளவு பிழைகள் (Least Count Errors)

ஓர் அளவுகோலால் அளக்கக்கூடிய மிகச்சிறிய அளவு மீச்சிற்றளவு எனப்படும். மேலும் அதனால் ஏற்படும் பிழைகள் மீச்சிற்றளவு பிழைகள் எனப்படும். அளவிடும் கருவியின் பகுதிறன் மதிப்பைச் சார்ந்து இப்பிழைக்ள ஏற்படுகின்றன. இவ்வகைப் பிழைகளை உயர் நுட்பம் கொண்ட கருவிகளைப் பயன்படுத்துவதால் குறைக்க முடியும்.

ஒழுங்கற்ற பிழைகள் (Random Errors):

அழுத்தம், வெப்பநிலை, அளிக்கப்படும் மின்னழுத்தம் போன்றவற்றால் சோதனையில் ஏற்படும் தொடர்பற்ற மாறுபாடுகளால், சமவாய்ப்பு பிழைகள் ஏற்படுகின்றன. சோதனையை உற்று நோக்குபவரின் கவனக்குறைவால் ஏற்படும் பிழையாலும், அளவிடுபவர் செய்யும் பிழையினாலும் இவ்வகை பிழைகள் ஏற்படலாம். ஒழுங்கற்ற பிழைகள், வாய்ப்பு பிழைகள் (Change Errors) எனவும் அழைக்கப்படுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டாக, திருகு அளவியைக் கொண்டு ஒரு கம்பியின் தடிமனை அளக்கும் சோதனையைக் கருதுவோம். ஒவ்வொரு முறையும் வேறுபட்ட அளவீடுகள் பெறப்படுகின்றது. எனவே, அதிக எண்ணிக்கையில் அளவீடுகள் செய்யப்பட்டு அதன கூட்டுச் சராசரி எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது.

ஒரு சோதனையில் n எண்ணிக்கையில் எடுக்கப்பட்ட அளவீடுகள் $a_1 + a_2 + a_3 + ...a_n$ எனில்,

கூட்டுச் சராசரி

$$a_m = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + ...a_n}{n}$$

அல்லது

$$a_m = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_i$$

அளவீடுகளின் கூட்டுச் சராசரி மதிப்பு என்பது சிறந்த சாத்தியமான நிகழக்கூடிய உண்மை மதிப்பு ஆகும்.

சோதனை முறை பிழைகளைக் குறைப்பதற்குப் பயன்படும் முறைகள், எடுத்துக்காட்டுடன் விளக்கப்பட்டுள்ளது.

மொத்தப் பிழைகள் (Gross Errors):

உற்று நோக்குபவரின் கவனக் குறைவின் காரணமாக ஏற்படும் பிழைகள் மொத்தப் பிழைகள் எனப்படும்.

1. கருவியை முறையாகப் பொருத்தாமல் அளவீடு எடுத்தல்

2. பிழையின் மூலத்தினையும், முன்னெச்சரிக்கை நடவடிக்கைகளையும் கவனத்தில் கொள்ளாமல் தவறாக அளவீடு எடுத்தல்
3. தவறாக உற்றுநோக்கியதைப் பதிவிடுதல்
4. கணக்கீட்டின் போது தவறான மதிப்பீடுகளைப் பயன்படுத்துதல்

சோதனை முறை பிழைகளை குறைத்தல்:

பிழையின் வகைகள்	எடுத்துக்காட்டு	குறைக்கும் வழிமுறை
ஒழுங்கற்ற பிழைகள்	ஒரு வளையத்தின் நிறையை மூன்று முறை ஒரே தராசைக் கொண்டு அளவிடுவதாகக் கொள்வோம். இதனால் பெறப்பட்ட சிறிது மாறுபட்ட அளவுகள்	அதிக எண்ணிக்கையில் நிறையை காண்க. புள்ளியியல் பகுப்பாய்வு மூலம் ஒழுங்கற்ற பிழைகளை கணக்கீடு செய்ய முடியும். மேலும் அதிக எண்ணிக்கையில் மீண்டும் மீண்டும் செய்து பார்ப்பதன் மூலம் பெறப்படும் மதிப்புகளின் சராசரியைக் கொண்டு குறைக்க முடியும்
முறையான பிழைகள்	ஒரு வருடத்திற்கு மேலாகப் பயன்படுத்தப்படும் நீட்டப்பட்ட துணி அளவு நாடா அளவுக் கோலைக் கொண்டு ஒரு பொருளின் நீளத்தை அளப்பதாகக் கொள்வோம் (அளவிடப்படும் எல்லா நீளங்களும் சரியாக இருப்பதில்லை)	முறையான பிழைகளைக் கண்டறிவது மிகவும் கடினம் அதனை புள்ளியல் முறையில் பகுப்பாய்வு செய்ய முடியாது. ஏனெனில் அனைத்து அளவீடுகளும் ஒரே முறையில் இருக்கும் (மிக அதிகம் அல்லது மிகக் குறைவு)

பிழை பகுப்பாய்வு

1. **தனிப் பிழை (Absolute error)**

ஓர் அளவின் உண்மையான மதிப்பிற்கும் அளவிடப்பட்ட மதிப்பிற்கும் இடையே உள்ள வேறுபாட்டின் எண் மதிப்பே தனிப்பிழை எனப்படும். n முறை சோதனை நிகழ்த்தப்பட்ட 'a' என்ற ஒரு அளவின் அளவிடப்பட்ட a_1, a_2, a_3, ….. a_n மதிப்புகள் எனில் அவற்றின் கூட்டுச் சராசரி மதிப்பே அந்த அளவின் உண்மையான மதிப்பு (a_m) என அழைக்கப்படுகிறது.

$$a_m = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + ...+ a_n}{n}$$

அல்லது

$$a_m = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_i$$

அளவிடப்பட்ட மதிப்புகளின் தனிப் பிழைகள்

$$|\Delta a_1| = |a_m - a_1|$$

$$|\Delta a_2| = |a_m - a_2|$$

$$|\Delta a_n| = |a_m - a_n|$$

2. **சராசரி தனிப் பிழை (Mean Absoulte error):**

சராசரி தனிப்பிழை என்பது அனைத்து அளவுகளின் தனிப் பிழைகளின் எண் மதிப்புகளின் கூட்டுச் சராசரி ஆகும்.

$$a_m = \frac{|a_1| + |a_2| + + a_3 + + ...|a_n|}{n}$$

அல்லது $a_m = \frac{1}{n}\sum_{i-1}^{n} |a_i|$

a_m என்பது உண்மையான மதிப்பு, a_m என்பது சராசரி தனிப் பிழை எனில், அளவுகளின் எண் மதிப்புகள் $(a_m + a_m)$ மற்றும் $(a_m - a_m)$ இடையில் இருக்கும்.

3. **ஒப்பீட்டுப் பிழை (Relative error):**
சராசரி தனிப்பிழைக்கும், சராசரி மதிப்பிற்கும் (உண்மை மதிப்பிற்கும்) இடையேயான தகவு ஒப்பீட்டுப் பிழை எனப்படும். இது பின்னப் பிழை அல்லது சார்புப் பிழை எனவும் அழைக்கப்படுகிறது.

$$\text{ஒப்பீட்டுப் பிழை} = \frac{\text{சராசரி தனிப் பிழை}}{\text{சராசரி மதிப்பு}}$$

$$= \frac{a_m}{a_m}$$

அளவிடப்பட்ட பொருளின் மொத்த பரிமாணத்துடன் ஒப்பிடும்போது தனிப் பிழை எவ்வளவு பெரியது என்பதை விவரிப்பதே ஒப்பீட்டுப் பிழையாகும்.

எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு கார் 62 km h^{-1} வேகத்தில் செல்லும்போது, வேகமானி காட்டும் அளவு 60 km^{-1} இங்கு தனிப்பிழை 62–60 = 2 km h^{-1} ஆகும். ஒப்பீட்டு பிழை = 2 / 60 = 0.033

விழுக்காட்டுப் பிழை (Percentage error)
ஒப்பீட்டுப் பிழையினை விழுக்காட்டில் குறிப்பிட்டால், அது விழுக்காட்டுப் பிழை எனப்படும்.

$$\text{விழுக்காட்டுப் பிழை} = \frac{a_m}{a_m} \times 100\%$$

விழுக்காட்டுப் பிழை சுழிக்கு மிக அருகில் இருந்தால், அந்த அளவீடு உண்மையான அளவிற்கு மிக அருகில் எடுக்கப்பட்ட அளவீடாகும். இது சரியானதும், ஏற்றுக் கொள்ளக்கூடியதும் ஆகும். இப்பிழைகள் துல்லியமற்ற கருவியினால் ஏற்படுகிறதா அல்லது தவறான பரிசோதனை முறைகளால் ஏற்படுகிறதா என்பதைப் புரிந்துகொள்வது அவசியமாகிறது.

பிழைகளின் பரவுதல்:
ஒரு சோதனையில் அதிக அளவுகள் அளக்கப்பட்டு இறுதிக் கணக்கீட்டில் பயன்படுத்தப்படலாமட். வெவ்வேறு வகையான கருவிகளைப் பயன்படுத்தி அளவிடலாம். எனவே அளவிடும்போது ஏற்படும் வெவ்வேறு வகையான பிழைகளை மொத்தமாகக் கருத்தில் கொள்ள வேண்டும்.
பிழைகளின் இறுதி முடிவுகள் கீழ்கண்டவற்றைச் சார்ந்துள்ளது.

1. தனித்தனியான அளவீடுகளில் உள்ள பிழைகள்
2. கணித செயலிகளின் செயற்பாட்டின் இயல்பைச் சார்ந்து இறுதி முடிவு பெறப்படும். எனவே பிழைகளை ஒன்று சேர்க்கத் தேவையான விதிகளை அறிந்திருக்க வேண்டும்.
வேறுபட்ட கணித செயலிகளின் காரணமாக ஏற்படக்கூடிய பிழைகளின் பெருக்கம் அல்லது பிழைகளின் ஒன்றிணைப்பு ஆகியவற்றின் வெவ்வேறு சாத்தியக் கூறுகளைக் கீழ்கண்டவாறு விவாதிக்கலாம்.

   1. இரு அளவுகளின் கூடுதலில் ஏற்படும் பிழைகள்
   ΔA மற்றும் ΔB என்பன முறையே A, B என்ற அளவுகளின் தனிப் பிழைகள் என்க.
   A யின் அளவிடப்பட்ட மதிப்பு $= A \pm \Delta A$
   B யின் அளவிடப்பட்ட மதிப்பு $= B \pm \Delta B$
   கூடுதல், $Z = A + B$
   கூடுதல் Z ன் பிழை ΔZ ஆகும்.
   $$Z \pm \Delta Z = (A \pm \Delta A) + (B \pm \Delta B)$$
   $$= (A + B) \pm (\Delta A + \Delta B)$$

$= Z \pm (\Delta A + \Delta B)$

அல்லது $\Delta Z = \Delta A + \Delta B$

முக்கிய எண்ணுருக்கள்:

முக்கிய எண்ணுருவின் வரையறையும், விதிகளும்:

மூன்று மாணவர்களிடம் ஒரு குச்சி அல்லது பென்சில் ஒன்றின் நீளத்தை மீட்டர் அளவுகோல் கொண்டு அளவிடும்படி கேட்கும் போது (மீட்டர் அளவுகோளின் மிச்சிற்றளவு 1 mm அல்லது 0.1 cm). ஒவ்வொரு மாணவரின் முடிவும் பின்வரும் ஏதேனும் ஒரு மதிப்பினைக் கொண்டிருக்கும் 7.20 cm அல்லது 7.22 cm அல்லது 7.23 cm அனைத்து மாணவர்களின் அளவீட்டிலும் முதல் இரண்டு இடமதிப்புகள் ஒன்றுபோல காணப்படும் (நம்பகத்தன்மையுடன்) ஆனால் இறுதி இடமதிப்பு ஒவ்வொருவரையும் பொறுத்து மாறுபடுகிறது. எனவே பொருளுள்ள இடமதிப்புகளின் எண்ணிக்கை 3 ஆகும். இது அளவீடு (எண்ணளவு) மற்றும் அளவிடும் கருவியின் துல்லியத்தன்மை இரண்டையும் நமக்கு தெளிவாக உணர்த்தும். எனவே இந்த அளவீட்டின் முக்கிய எண்ணுறு அல்லது முக்கிய இடதிப்பு 3 ஆகும். இதனை பின்வருமாறு வரையறை செய்யலாம். நம்பகமான எண்களும், நிச்சயத்தன்மை அற்ற முதல் எண்ணும் கொண்ட பொருளுள்ள இடமதிப்புகள் முக்கிய என்னுறுக்களாகும்.

எடுத்துக்காட்டு: 121.23 என்ற எண்ணின் முக்கிய எண்ணுறு 5 ஆகும். 1.2 என்ற எண்ணின் முக்கிய எண்ணுறு 2 ஆகும். முக்கிய எண்ணுறு 3, 0.1230 இன் முக்கிய எண்ணுறு 3, 1230 இன் முக்கிய எண்ணுறு is 3, 1230 (தசமப்புள்ளியுடன்) இன் முக்கிய எண்ணுறு 4 மேலும் 20000000 இன் முக்கிய எண்ணுறு 1 (ஏனெனில் $20000000 = 2 \times 10^7$ இது ஒரே ஒரு முக்கிய எண்ணுறு மட்டுமே கொண்டுள்ளது).

முக்கிய எண்ணுருக்களை கணக்கீடுவதன் விதிகள்

	விதிகள்	எடுத்துக்காட்டு
1	சுழியற்ற அனைத்து எண்களும் முக்கிய எண்ணுருக்கள் ஆகும்	1342 ஆனது நான்கு முக்கிய எண்ணுருக்களை கொண்டது
2	சுழியற்ற இரு எண்களுக்கு இடைப்பட்ட சுழிகள் முக்கிய எண்ணுருக்கள் ஆகும்	2008 ஆனது நான்கு முக்கிய எண்ணுருக்களை கொண்டது
3.	சுழியற்ற எண்களுக்கு வலது புறமும் ஆனால் தசம புள்ளிக்கு இடது புறமும் உள்ள சுழிகள் முக்கிய எண்ணுருக்கள் ஆகும்	307000 ஆனது ஐந்து முக்கிய எண்ணுருக்களை கொண்டது
4	1. தசம புள்ளி அற்ற ஒரு எண்ணில் இறுதியாக வரும் சுழிகள் முக்கிய எண்ணுருக்கள் ஆகாது. 2. அலகுடன் எழுதப்படும் இயற்பியல் அளவீடுகளில் வரும் எல்லா சுழிகளும் முக்கிய எண்ணுருக்களே	1. 30700 ஆனது மூன்று முக்கிய எண்ணுருக்கள் கொண்டது. 2. 30700 m ஆனது ஐந்து முக்கிய எண்ணுருக்கள் கொண்டது.
5	ஒன்றைவிடக் குறைவான தசம எண்ணில், தசமபுள்ளிக்கு வலது புறமும் ஆனால் முதல் சுழியற்ற எண்ணுக்கு இடதுபுறமும் வரும் சுழிகள் முக்கிய எண்ணுருக்கள் ஆகாது	0.00345 ஆனது மூன்று முக்கிய எண்ணுருக்களைக் கொண்டது.
6	தசமபுள்ளிக்கு வலதுபுறம் உள்ள சுழிகளும், தசம எண்ணில் சுழியற்ற எண்ணின் வலது புறமும் உள்ள சுழிகள் முக்கிய எண்ணுருக்கள் ஆகும்	40.00 முக்கிய எண்ணுரு நான்கு கொண்டது. 0.030400 முக்கிய எண்ணுரு ஐந்து கொண்டது
7	முக்கிய எண்ணுருக்கள் அலகிடும் முறையை பொருத்தது அல்ல	1.53 cm, 0.0153 m, 0.0000153 km, ஆகியவை மூன்று முக்கிய எண்ணுரு கொண்டது.

1. முழுமைப்படுத்திய எண்கள் அல்லது அளவீடுகளை குறிக்கும் எண்களை பெருக்கி அல்லது வகுத்து பெறும் எண்கள் துல்லியமான எண்கள் எனப்படும். அவை சூழலுக்கு தகுந்த முக்கிய

எண்ணுருக்களின் மதிப்புகளை பெறும். எடுத்துகாட்டாக வட்டத்தின் சுற்றளவு $S = 2\pi r$ என்ற எண்ணை 2.0, 2.00 அல்லது 2.000 என்று தேவைக்கு ஏற்ப பயன்படுத்தலாம்.
குறிப்பு 2 : முக்கிய எண்ணுருவை கணக்கிடும் போது 10 இன் அடுக்குகளை கருத்தில் கொள்ளக்கூடாது.
எடுத்துக்காட்டாக: $5.70\ m = 5.70 \times 10^2\ cm = 5.70 \times 10^3\ mm = 570 \times 10^{-3}\ km$.
இங்கு ஒவ்வொரு பிரிவிலும் உள்ள எண்களின் முக்கிய எண்ணுருக்கள் மூன்று ஆகும்.

முழுமைப்படுத்துதல் (Rounding off):

தற்காலத்தில் கணக்கீடு செய்ய கணிப்பான்கள் (Calculator) பெரும்பாலும் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. அவற்றின் முடிவுகள் பல இலக்கங்களைக் கொண்டதாக உள்ளன. கணக்கீட்டில் உள்ளடங்கும் தகவல்களின் (data) முக்கிய எண்ணுருவைவிட முடிவின் முக்கிய எண்ணுரு அதிகமாக இருக்கக்கூடாது. கணக்கீட்டின் முடிவில் நிலையில்லாத (uncertain) இலக்கங்கள் ஒன்றுக்கு மேற்பட்டவை இருப்பின், அந்த எண்ணை முழுமைப்படுத்த வேண்டும்.

முழுமைப்படுத்துதலில் உள்ள விதிகள்

முழுமைப்படுத்தலின் விதிகள்:

	விதிகள்
1.	முக்கிய எண்ணுரு அல்லாத ஓர் இலக்கம் ஐந்துக்கு குறைவு எனில் நீக்கப்படுகிறது. எனவே அதற்கு முன்பு உள்ள இலக்கம் மாறாது
2.	முக்கிய எண்ணுரு அல்லாத ஓர் இலக்கம் ஐந்தை விட அதிகம் எனில் அது நீக்கப்பட்டு அதற்கு முன்பு உள்ள இலக்கத்துடன் 1 ஐ அதிகரிக்க வேண்டும்.
3.	முக்கிய எண்ணுரு அல்லாத ஒரு இலக்கத்தில் ஐந்துக்கு பிறகு வரும் இலக்கம் சுழி அல்லாத எண் எனில், முன்பு உள்ள இலக்கத்துடன் அதிகரிக்க வேண்டும்.
4.	முக்கிய எண்ணுரு அல்லாத ஓர் இலக்கத்தில் ஐந்து அல்லது ஐந்துக்கு பிறகு சுழி வரும் எனில் அது நீக்கப்பட்டு அதற்கு அதன் முன்பு உள்ள இலக்கம் இரட்டைப்படை எண் எனில் மாறாது
5.	முக்கிய எண்ணுரு அல்லாத ஒரு இலக்கத்தில் ஐந்து அல்லது ஐந்துக்கு பிறகு சுழி வரும் எனில் அது நீக்கப்பட்டு அதற்கு முன்பு உள்ள இலக்கம் ஒற்றைப்படை எனில் 1ஐ அதிகரிக்க வேண்டும்

முக்கிய எண்ணுருக்களுடன் கணிதச் செயல்பாடுகள்:
கூட்டல் மற்றும் கழித்தல்
கூட்டல் மற்றும் கழித்தலின் போது, இறுதி முடிவில் அதிக இலக்கங்கள் வரும்பொழுது அந்த எண்களில் மிகக்குறைந்த தசம இலக்கம் உள்ள எண்களின் இலக்கத்திற்கு முழுமைப்படுத்த வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு:

1. $3.1 + 1.780 + 2.046 = 6.926$
   இங்கு முக்கிய எண்ணுருவின் தசம புள்ளிக்கு பின்வரும் குறைந்த இலக்க எண்ணிக்கை 1. எனவே முடிவானது 6.9 ஆக முழுமைப்படுத்தப்படுகிறது.

2. $12.637 - 2.42 = 10.217$
   இங்கு முக்கிய எண்ணுருவின் தசம புள்ளிக்கு பின்வரும் குறைந்த இலக்க எண்ணிக்கை 2. எனவே முடிவானது 10.22 ஆக முழுமைப்படுத்தப்படுகிறது.

3.

பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல்:

எண்களின் பெருக்கல் அல்லது வகுத்தலின் போது இறுதி முடிவின் முக்கிய எண்ணுருக்கள், அந்த எண்களில் குறைந்த எண்ணிக்கையில் உள்ள எண்களின் முக்கிய எண்ணுருவிற்கு முழுமைப்படுத்த வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு:

1. $1.21 \times 36.72 = 44.4312 = 44.4$
   அளவிட்ட அளவின் மிகக்குறைந்த முக்கிய எண்ணுரு மதிப்பு 3. எனவே முடிவானது 44.4 என்ற மூன்று முக்கிய எண்ணுருக்களாக முழுமைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

2. $36.72 \div 1.2 = 30.6 = 21$
   அளவிடப்பட்ட அளவின் மிகக்குறைந்த முக்கிய எண்ணுரு மதிப்பு 2. எனவே முடிவானது 31 என்ற இரண்டு முக்கிய எண்ணுருக்களாக முழுமைப்படுத்தப்படுகிறது.

பரிமாணங்களின் பகுப்பாய்வு:
இயற்பியல் அளவுகளின் பரிமாணங்கள்

இயந்திரவியலில் நிறை, காலம், நீளம், திசைவேகம், முடுக்கம் போன்ற பல இயற்பியல் அளவுகளைப் பற்றி நாம் படித்துள்ளோம். இந்த இயற்பியல் அளவுகளின் பரிமாணங்கள் சார்ந்த அடிப்படை அளவுகளின் பரிமாணங்களான M, L மற்றும் T யைப் பயன்படுத்தி எழுதப்படுகிறது. ஒரு இயற்பியல் அளவின் பரிமாணம் பின்வருமாறு வரையறை செய்யப்படுகிறது. ஒரு இயற்பியல் அளவை எழுதப் பயன்படும் சார்பற்ற அடிப்படை அளவுகளின் பரிமாணங்களின் அடுக்குக் குறியீடுகளின் மதிப்பே அந்த இயற்பியல் அளவின் பரிமாணம் ஆகும். இது கீழ்க்கண்டவாறு குறிக்கப்படுகிறது இயற்பியல் அளவு.

எடுத்துக்காட்டாக, (நீளம்) என்பது நீளத்தின் பரிமாணமாகும். (பரப்பு) என்பது பரப்பின் பரிமாணத்தைக் குறிக்கும் இது போன்றே மற்றவற்றையும் குறிப்பிடலாம். அடிப்படை அளவுகளைப்பயன்படுத்தி நீளத்தின் பரிமாணத்தை பின்வருமாறு குறிப்பிடலாம்.

(நீளம்) $= M^0LT^0 = L$
இதேபோன்று, (பரப்பு) $= M^0L^2T^0 = L^2$
இவ்வாறே (பருமன்) $= M^0 L^3 T0 = L^3$

இங்கு குறிப்பிட்டுள்ள அனைத்து உதாரணங்களிலும் அடிப்படை அளவு L ஒன்றுதான். ஆனால் அதன் அடுக்கு வெவ்வேறானவை. அதாவது பரிமாணங்கள் வெவ்வேறானவை. எண் மட்டுமே உள்ள அளவிற்கு அடிப்படை அளவின் அடுக்கு சுழியாகும்.

$\Rightarrow [2] = M^0L^0T^0$ (பரிமாணமற்றது)

மேலும் சில இயற்பியல் அளவுகளின் பரிமாணத்தை இங்கு காணலாம்.

$$\text{வேகம் } s = \frac{\text{கடந்த தொலைவு}}{\text{எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்}} \Rightarrow [s] = \frac{L}{T} = LT^{-1}$$

$$\text{திசைவேகம் } \vec{v} = \frac{\text{இடப்பெயர்ச்சி}}{\text{எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்}} \Rightarrow [\vec{v}] = \frac{L}{T} = LT^{-1}$$

வேகம் என்பது ஸ்கேலர் அளவு மற்றும் திசைவேகம் என்பது வெக்டர் அளவு என்பதை இங்கு நினைவு கூறவும். (ஸ்கேலர் மற்றும் வெக்டர் போன்றவற்றைப்பற்றி

ஆனால் இவ்விரண்டின் பரிமாண வாய்ப்பாடும்.
ஒன்றே

$$\text{முடுக்கம், } \vec{a} = \frac{\text{திசைவேகம்}}{\text{எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்}} \Rightarrow [\vec{a}] = \frac{LT^{-1}}{T} = LT^{-2}$$

ஓரலகு நேரத்திற்கான திசைவேகம், முடுக்கமாகும். நேர்க்கோட்டு உந்தம் அல்லது உந்தம், $[\vec{p}] = m\vec{v} \Rightarrow [\vec{p}] = MLT^{-1}$

$$\text{விசை } \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow (\vec{F}) = MLT^{-2} = \frac{\text{உந்தம்}}{\text{நேரம்}}$$

இந்த சமன்பாடு எல்லாவிதமான விசைக்கும் பொருந்தும். இயற்கையில் நான்கு வகையான விசைகளே நீக்கமற்ற நிறைந்துள்ளன அவை, வலிமையான விசை, மின்காந்த விசை, வலிமை குறைந்த விசை மற்றும் ஈர்ப்பு விசை ஆகும்.

மேலும் உராய்வுவிசை, மையநோக்குவிசை, மையவிலக்குவிசை போன்ற அனைத்து விசைகளுக்கும் பரிமாண வாய்ப்பாடு MLT^{-2} ஆகும்.

கணத்தாக்கு, $\vec{I}=\vec{F}t \Rightarrow (\vec{I}) = MLT^{-1}$ = உந்தத்தின் பரிமாணம்

கோண உந்தம், $\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p} \Rightarrow [\vec{L}] = ML^2T^{-1}$

செய்யப்பட்ட வேலை, $W=\vec{F}.\vec{d} \Rightarrow [W] = ML^2T^{-1}$

இயக்க ஆற்றல் $KE=\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow [KE]=\left[\frac{1}{2}\right][m]\left[v^2\right]$

இங்கு $\frac{1}{2}$ என்பது பரிமாணமற்ற ஓர் எண்ணாகும். எனவே இயக்க ஆற்றலின் பரிமாணவாய்ப்பாடு [KE] = [m] [v^2] = ML^2T^{-2}. இதேபோன்று நிலையாற்றலின் பரிமாண வாய்ப்பாட்டை பின்வருமாறு கண்டறியலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக ஈர்ப்பழுத்த ஆற்றலைக் கருதுக.

[PE] = [m] [g] [h] = ML^2T^{-2} இங்கு m என்பது பொருளின் நிறையாகும், g என்பது புவிஈர்ப்பு முடுக்கமாகும். மேலும் h என்பது புவிப்பரப்பிலிருந்து பொருளின் உயரமாகும். [PE] = [m] [g] [h] = ML^2T^{-2} எனவே எந்தவகையான ஆற்றலாக இருப்பினும் (அக ஆற்றல், மொத்த ஆற்றல் மற்றும் மேலும் பல வகையான ஆற்றல்கள்) அதன் பரிமாணம்

(ஆற்றல்) = ML^2T^{-2}

விசையின் திருப்புத்திறன், திருப்புவிசை என அழைக்கப்படும், $\vec{\tau}=\vec{r}\times\vec{F} \Rightarrow [\vec{\tau}] = ML^2T^{-2}$ (τ என்ற கிரேக்க உயிரெழுத்தை ட்டவ்'' என வாசிக்கவும்) திருப்புவிசை மற்றும் ஆற்றல் இவ்விரண்டின் பரிமாணமும் ஒன்றே. ஆனால் அவை வெவ்வேறான இயற்பியல் அளவுகளாகும். மேலும் இவ்விரண்டு அளவுகளில் ஒன்று (ஆற்றல்) ஸ்கேலர் அளவாகும் மற்றொன்று (திருப்புவிசை) வெக்டர் அளவாகும். இயற்பியல் அளவுகள் ஒரே பரிமாண வாய்ப்பாடு பெற்றிருந்தாலும் அவை ஒரே இயற்பியல் அளவாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை.

இயற்பியலில் நாம் வெவ்வேறு இடங்களில் பரிமாணம் என்ற சொல்லை பயன்படுத்துகிறோம். எனவே அடிக்கடி நமக்கு பரிமாணம் என்பதைப்பற்றி ஐயம் ஏற்படும். உதாரணமாக ஆற்றலின் பரிமாணம், ஒரு பரிமாண இயக்கம் மற்றும் அணு ஒன்றின் பரிமாணம் போன்ற சொற்றொடர்களைப் பயன்படுத்துவோம். இயற்பியல் அளவு ஒன்றின் பரிமாணம் என்பது அதனை விவரிக்கும் அடிப்படை அளவின் அடுக்குறியே பரிமாணமே என்பதை நினைவில் கொள்ளவேண்டும். ஒரு பரிமாண இயக்கம், இருபரிமாண இயக்கம் மற்றும் முப்பரிமாண இயக்கம் போன்றவை அந்த பொருள் இயங்கும் வெளியின் (Space) பரிமாணத்தைக் குறிக்கின்றன. அணுவின் பரிமாணம் என்பது அணுவின் அளவைக் குறிக்கின்றது. எனவே வெறுமனே பரிமாணம் என்பது அர்த்தமற்றதாகும். இடத்திற்கு ஏற்ப பரிமாணம் என்பதன் பொருளை புரிந்து கொள்ள வேண்டும்.

2 sin θ, cos θ போன்ற அனைத்து முக்கோணவியல் சார்புகளும் பரிமாணமற்றவைகளாகும் (θ பரிமாணமற்றது), அடுக்குக்குறி சார்புகள் e^x மற்றும் மடக்கை சார்புகள் Inx போன்றவைகளும் பரிமாணமற்றவைகளாகும் (x க்கு விரிவாக்கம் இருக்கக்கூடாது) தொடர் விரிவாக்கம் (முடிவுறு அல்லது முடிவற்ற) செய்யப்பட்ட சார்பின் விரிவில் x^0, x^1, x^2, …. என்ற உறுப்புகள் காணப்பட்டால் x என்பது நிச்சயமாக பரிமாணமற்ற அளவாகும்.

பரிமாணமுள்ள அளவுகள், பரிமாணமற்ற அளவுகள், பரிமாணத்தின் ஒருபடித்தான நெறிமுறை:

பரிமாணங்களைப் பொறுத்து, இயற்பியல் அளவுகளை நான்கு வகைகளாக வகைப்படுத்த முடியும்.

1. **பரிமாணமுள்ள மாறிகள்:**
   எந்த ஓர் இயற்பியல் அளவு பரிமாணத்தையும் மாறுபட்ட மதிப்புகளையும் பெற்றுள்ளதோ அவை பரிமாணமுள்ள மாறிகள் என அழைக்கப்படுகின்றன.
   எ.கா: பரப்பு, கன அளவு, திசைவேகம் மற்றும் பல.

2. **பரிமாணமற்ற மாறிகள்:**

   எந்த இயற்பியல் அளவுகள் பரிமாணம் அற்று ஆனால் மாறுபட்ட மதிப்புகளைக் கொண்டுள்ளதோ அவை பரிமாணமற்ற மாறிகள் என அழைக்கப்படுகின்றன.
   எ.கா: ஒப்படர்த்தி, திரிபு, ஒளிவிலகல் எண் மற்றும் பல.

3. **பரிமாணமுள்ள மாறிலிகள்:**

   எந்த இயற்பியல் அளவுகள் பரிமாணத்துடன் நிலையான மதிப்பைப் பெற்றுள்ளதோ அவை பரிமாணமுள்ள மாறிலிகள் என அழைக்கப்படுகிறது. எ.கா: - ஈர்ப்பியல் மாறிலி, பிளாங் மாறிலி மற்றும் பல.

4. **பரிமாணமற்ற மாறிலிகள்:**

   ஒரு மாறிலி பரிமாணமற்று இருப்பின் அவை பரிமாணமற்ற மாறிலிகள் எனப்படுகின்றன. எ.கா: π e (ஆய்லர் எண்) எண்கள் மற்றும் பல.

பரிமாணங்களின் ஒருபடித்தான நெறிமுறை:

பரிமாணங்களின் ஒருப்படித்தான நெறிமுறைப்படி ஒரு சமன்பாட்டில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பின் பரிமாணங்களும் சமமாகும். எடுத்துக்காட்டாக, $v^2 = u^2 + 2as$ என்ற சமன்பாட்டில் v^2, u^2 மற்றும் 2as ஆகியவற்றின் பரிமாணங்கள் ஒத்ததாகவும் $[L^2T^{-2}]$ க்கு சமமாகவும் இருக்கும்.

பரிமாணப்பகுப்பாய்வின் பயன்பாடுகளும் வரம்புகளும்:
இம்முறையானது,
1. இயற்பியல் அளவு ஒன்றை ஒரு அலகிடும் முறையிலிருந்து மற்றொரு அலகிடும் முறைக்கு மாற்றப் பயன்படுகிறது.

2. கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடு பரிமாண முறைப்படி சரியானதா என சோதிக்கப் பயன்படுகிறது.

3. வெவ்வேறு இயற்பியல் அளவுகளுக்கிடையே உள்ள தொடர்பினைப் பெற பயன்படுகிறது.

1. இயற்பியல் அளவு ஒன்றை ஒரு அலகிடும் முறையில் இருந்து மற்றொரு அலகிடும் முறைக்கு மாற்றுதல்.

   இந்த முறையானது ஓர் அளவின் எண் மதிப்பையும் (n) அதன் அலகையும் (u) பெருக்கக் கிடைப்பது ஒரு மாறிலி என்ற தத்துவத்தின் அடிப்படையிலானது.
   அதாவது $n(u)$ = மாறிலி
   அல்லது $n_1(u_1) = n_2(u_2)$

ஓர் இயற்பியல் அளவானது நிறையின் ‘a’ பரிமாணத்தையும், நீளத்தின் ‘b’ பரிமாணத்தினையும், காலத்தின் ‘c’ பரிமாணத்தையும் பெற்றுள்ளதாக கொள்வோம்.

ஓர் அலகிடும் முறையின் அடிப்படை அலகுகள் M_1, L_1 மற்றும் T_1 எனவும் மற்றொரு அலகிடும் முறையின் அடிப்படை அலகுகள் முறையே M_2, L_2 மற்றும் T_2 எனவும் கொண்டால்,

$$n_1[M_1^a L_1^b T_1^c] = n_2[M_2^a L_2^b T_2^c]$$

இதிலிருந்து ஒரு இயற்பியல் அளவின் எண் மதிப்பினை ஓர் அலகிடும் முறையில் இருந்து மற்றொரு முறைக்கு மாற்ற முடியும்.

பரிமாண வாய்ப்பாடு

இயற்பியல் அளவு	சமன்பாடு	பரிமாண வாய்ப்பாடு
பரப்பு (செவ்வகம்)	நீளம் × அகலம்	$[L^2]$
பருமன்	பரப்பு × உயரம்	$[L^3]$
அடர்த்தி	நிறை / பருமன்	$[ML^{-3}]$
திசைவேகம்	இடப்பெயர்ச்சி / காலம்	$[LT^{-1}]$
முடுக்கம்	திசைவேகம் / காலம்	$[LT^{-2}]$
உந்தம்	நிறை × திசைவேகம்	$[MLT^{-1}]$
விசை	நிறை × முடுக்கம்	$[MLT^{-2}]$
வேலை	விசை ×தூரம்	$[ML^2T^{-2}]$
திறன்	வேலை / காலம்	$[ML^2T^3]$
ஆற்றல்	வேலை	$[ML^2T^{-2}]$
கணத்தாக்கு	விசை × காலம்	$[MLT^{-1}]$
சுழற்சி ஆரம்	தொலைவு	$[L]$
அழுத்தம் அல்லது தகைவு	விசை / பரப்பு	$[ML^{-1}T^{-2}]$
பரப்பு இழுவிசை	விசை / நீளம்	$[MT^{-2}]$
அதிர்வெண்	1 / அலைவு காலம்	$[T^{-1}]$
நிறைமத்திருப்புத்திறன்	நிறைவு × (தொலைவு)^2	$[ML^2]$
விசையின் திருப்புத்திறன் அல்லது திருப்பு விசை	விசை × தொலைவு	$[ML^2T^{-2}]$
கோணத் திசைவேகம்	கோண இடப்பெயர்ச்சி / காலம்	$[T^{-1}]$
கோண முடுக்கம்	கோணத்திசை வேகம் / காலம்	$[T^{-2}]$
கோண உந்தம்	நேர்க்கோட்டு உந்தம் × தூரம்	$[ML^2T^{-1}]$
மீட்சிக் குணகம்	தகைவு / திரிபு	$[ML^{-1}T^{-2}]$
பாகியல் எண்	(விசை × தூரம்) (பரப்பு x திசைவேகம்)	$[ML^{-1}T^{-1}]$
பரப்பு ஆற்றல்	வேலை / பரப்பு	$[MT^{-2}]$
வெப்ப ஏற்புத்திறன்	வெப்ப ஆற்றல் / வெப்ப நிலை	$[ML^2T^{-2}K^{-1}]$
மின்னூட்டம்	மின்னோட்டம் x காலம்	$[AT]$
காந்தத் தூண்டல்	விசை / (மின்னோட்டம் × நீளம்)	$[MT^{-2}A^{-1}]$
விசை மாறிலி	விசை / இடப்பெயர்ச்சி	$[MT^{-2}]$
ஈர்ப்பு மாறிலி	[விசை × (தொலைவு)^2] (நிறை)^2	$[M^{-1}L^3T^{-2}]$
பிளாங்க் மாறிலி	ஆற்றல் / அதிர்வெண்	$[ML^2T^{-1}]$
∴பாரடே மாறிலி	ஆவகட்ரோ மாறிலி × மின்னூட்டம்	$[AT\ mol^{-1}]$
போல்ஸ்ட்மென் மாறிலி	ஆற்றல் / வெப்பநிலை	$[ML^2T^{-2}K^{-1}]$

பரிமாண பகுப்பாய்வின் வரம்புகள்:

1. எண்கள், π e (ஆய்லர் எண்) போன்ற பரிமாணமற்ற மாறிலிகளின் மதிப்பை இம்முறையின் மூலம் பெற முடியாது.

2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவு வெக்டர் அளவா? அல்லது ஸ்கேலர் அளவா? என்பதை இம்முறை மூலம் தீர்மானிக்க முடியாது.

3. திரிகோணமிதி, அடுக்குக்குறி மற்றும் மடக்கை சார்புகள் உள்ளடங்கிய சமன்பாடுகளின் தொடர்புகளைக் கண்டறிய இம்முறையில் இயலாது.

4. மூன்றுக்கு மேற்பட்ட இயற்பியல் அளவுகள் உள்ளடங்கிய சமன்பாடுகளுக்கு இம்முறையைப் பயன்படுத்த இயலாது.

5. இம்முறையில் ஒரு சமன்பாடு பரிமாண முறையில் சரியானதா, என்றே மெய்ப்பிக்க முடியும் அதன் உண்மையான சமன்பாட்டைக் கண்டறிய முடியாது.

   எடுத்துக்காட்டாக, $s = ut + 1/3\ at^2$ என்பது பரிமாண முறைப்படி சரி. ஆனால் உண்மையான சமன்பாடு $s = ut + ½\ at^2$ ஆகும்.

ஞ

11வது இயற்பியல் – I

அலகு– 2 இயக்கவியல் (Kinematics)

அறிமுகம்

இயற்பியல்,அடிப்படையில் ஒருசோதனைஅடிப்படையிலானஅறிவியல் (Experimental Science) ஆகும். இது சோதனைமற்றும் கணிதம் என்ற இரண்டு தூண்களின் மீதுநிலைநிறுத்தப்பட்டுள்ளது. இரண்டாயிரத்துமுன்னூறு ஆண்டுகளுக்குமுன்னர் கிரேக்க நூலகர் இராட்டோஸ்தெனிஸ் (Eratosthenes) என்பவர் புவியின் ஆரத்தைஅளவீடுசெய்தார். மிகநீண்ட இடைவெளிக்குப் பின்னர் 20 ஆம் நூற்றாண்டின் துவக்கத்தில்தான் அணுவின் அளவுஅளவீடுசெய்யப்பட்டது. இயற்பியலின் மையக்கருத்தாக இயக்கம் உள்ளது. அணுத்துகள்களின் இயக்கத்திலிருந்து,பிரபஞ்சத்தில் உள்ளகோள்களின் இயக்கம் வரை இயற்கையின் அனைத்துநிலைகளிலும் இயக்கம் இருக்கிறது. சுருங்கக்கூறின் முழு பிரபஞ்சமேபல்வேறுவகையான இயக்கங்களின் தொகுப்பாகஉள்ளது. இந்தபல்வேறுவகையான இயக்கங்களும் கணிதமொழியில் விவரிக்கப்பட்டுள்ளன.

பொருள் எவ்வாறு இயங்குகிறது? எவ்வளவுவேகமாகஅல்லதுமெதுவாக இயங்குகிறது? எடுத்துக்காட்டாக,பத்துதடகளவீரர்கள் ஓர் ஓட்டப்பந்தயத்தில் ஓடுகின்றனர் ஆனால்,அனைவரும் ஒரேவேகத்தில் ஓடுவதில்லை. அவர்களின் ஓட்டத்தினைநாம் நடைமுறையில் பயன்படுத்தும் வார்த்தைகளானமிகவேகமாக,வேகமாக,மெதுவாக,மிகமெதுவாகஎன்பனபோன்றவார்த்தைகளைக் கொண்டுஅளவீடுசெய்ய இயலாது. அளவீடுசெய்வதுஎன்றால் ஒவ்வொருவீரரின் ஓட்டத்திற்கும் எண்களைவழங்கி,அவ்வெண்களைஒப்பீடுசெய்வதன் மூலம் ஒருவீரரின் ஓட்டத்தினைமற்றவீரர்களின் ஓட்டத்தோடுஒப்பிட்டுப் பார்க்கமுடியும்.

இந்தஅலகில் இயக்கத்தினைஎண்மதிப்புமற்றும் திசையின் அடிப்படையில் பகுத்துப் பார்ப்பதற்குத் தேவையானஅடிப்படைகணிதவியல் முறைகள் விளக்கப்பட்டுள்ளன. இயக்கத்தினைஏற்படுத்தும் விசையைக் கருத்தில் கொள்ளாமல் இயக்கத்தைப் பற்றிமட்டும் கூறுவது இயக்கவியல் (Kinematics) ஆகும். கினமா (Kinema) என்றகிரேக்கவார்த்தையின் பொருள் இயக்கமாகும். இயக்கவியலை இயங்கியல் என்றும் அழைக்கலாம்.

2.2 ஓய்வுமற்றும் இயக்கம் பற்றியகருத்து

ஓய்வுமற்றும் இயக்கம் பற்றியகருத்தை,பின்வரும் விளக்கத்திலிருந்துநன்குபுரிந்துகொள்ளலாம். ஓடும் பேருந்தின் உள்ளேஅமர்ந்திருக்கும் நபர்,அவரின் அருகேஉள்ளவரைப் பொறுத்துஓய்வுநிலையிலும்,பேருந்திற்குவெளியேநின்றுகொண்டிருப்பவரைப் பொறுத்துஇயக்கநிலையிலும் உள்ளார். ஓய்வுநிலைமற்றும் இயக்கநிலைபற்றியகருத்துகள்,குறிப்பாயத்தைபொறுத்துவேறுபடும். ஓய்வுஅல்லது இயக்கத்தினைப் புரிந்துகொள்வதற்குநமக்குத் தகுந்தநிலையானகுறிப்பாயம் தேவை.

குறிப்பாயம்

எந்தஒரு ஆய அச்சுத்தொகுப்பினைப் பொறுத்துபொருளொன்றின் நிலைகுறிப்பிடப்படுகிறதோ,அந்த ஆய அச்சுத் தொகுப்பிற்குகுறிப்பாயம் என்றுபெயர்.

எந்தஒருகுறிப்பிட்டநேரத்திலும் ஒருபொருளின் நிலையினைவிவரிக்கப் பயன்படும், ஆய அச்சுக்கள் (x,y,z) (அதாவதுx,yமற்றும்zஅச்சுகளில் பொருளின் தொலைவு)கொண்டகுறிப்பாயமேகார்டீசியன் ஆய அச்சுத் தொகுப்புஎனப்படும். இது படம் 2.2 ல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

கார்டீசியன் ஆய அச்சுத்தொகுப்பு

x,yமற்றும் z அச்சுக்கள் வரிசைப்படிகடிகாரமுள் சுழலும் திசைக்குஎதிர்திசையில் உள்ளவாறுவரையப்படும் என்பதைநினைவில் கொள்ளவும். மேலும் அவற்றைவலக்கைகார்டீசியன் ஆய

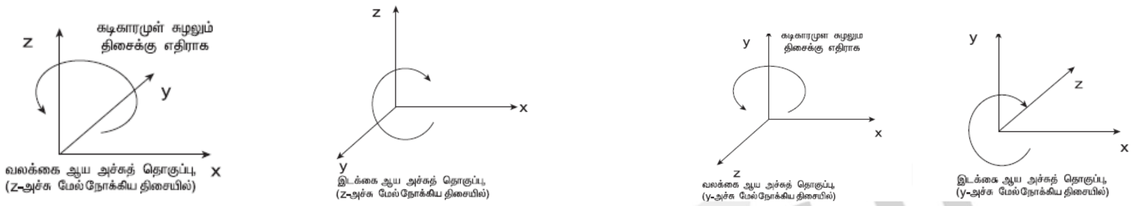
அச்சுத்தொகுப்புஎனஅழைக்கலாம். வெவ்வேறு ஆய அச்சுத்தொகுப்புகள் இயற்பியலில் உள்ளபோதும்,மரபுப்படிநாம் வலக்கை ஆய அச்சுத்தொகுப்புஎனஅழைக்கலாம். வெவ்வேறு ஆய அச்சுத்தொகுப்புகள் இயற்பியலில் உள்ளபோதும்,மரபுப்படிநாம் வலக்கை ஆய அச்சுத் தொகுப்பினையேபின்பற்றுகிறோம்.

வலக்கை ஆய அச்சுத்தொகுப்பு

உங்கள் வலக்கையின் விரல்களைநேர்க்குறிX- அச்சுத்திசையில் வைத்து,அவற்றைY- அச்சுத்திசையில் சுழற்றினால்,உங்களின் பெருவிரல் நேர்க்குறிZ-அச்சின் திசையினைக் காட்டும்.

வலக்கை ஆய அச்சுத்தொகுப்பு

பின் வரும் படம் வலக்கைமற்றும் இடக்கை ஆய அச்சுத் தொகுப்புகளின் வேறுபாடுகளைஎடுத்துக்காட்டுகிறது.



வலக்கைமற்றும் இடக்கை ஆய அச்சுத்தொகுப்புகள்

புள்ளிநிறை (Point mass)

ஒருகுறிப்பிட்டநிறைகொண்டபொருளின் இயக்கத்தினைவிளக்க,'புள்ளிநிறை''என்றகருத்துதேவைப்படுகிறது. மேலும் புள்ளிநிறைஎன்றகருத்துமிகவும் பயனுள்ளதாகவும் இருக்கிறது. பொருளின் நிறைமுழுவதும் ஒருகுறிப்பிட்டபுள்ளியில் செறிந்திருப்பதாகக் கருதினால், இப்படிப்பட் நிறையே'புள்ளிநிறை'எனஅழைக்கப்படுகிறது. புள்ளிநிறைக்குவடிவமோ,அமைப்போ இல்லை. கணிதவியல்படிபுள்ளிநிறைஎன்பதுசுழிபரிணாமுடையது. ஆனால் வரம்புக்குட்பட்டநிறைஉள்ளது. இருப்பினும்,புள்ளிநிறைஎன்பதுநடைமுறையில் சாத்தியமில்லை. சிலநேரங்களில் இக்கருத்துநமதுகணக்கீடுகளைஎளிமைப்படுத்தும்,புள்ளிநிறைஎன்பதுஒன்றினைச் சார்ந்தகருத்து,அதுநாம் பகுப்பாய்வுசெய்யும் பொருளின் இயக்கம் மற்றும் பொருள் இயங்கும் குறிப்பாயம் இவற்றைப் பொறுத்துமட்டுமேஅர்த்தமுடையதாகிறது.

எடுத்துக்காட்டுகள்:

- சூரியனைப் பொறுத்துபுவியின் இயக்கத்தினைப் பகுப்பாய்வுசெய்யும்போது,புவிஒருபுள்ளிநிறையாகக் கருதப்படும். ஏனெனில் புவியின் அளவுடன் ஒப்பிடும் போது. புவிக்கும் சூரியனுக்கும் உள்ளதொலைவுமிகஅதிகம்.

- காற்றில் வீசிஎறியப்பட்டசிறியகல் போன்றஒழுங்கற்றவடிவமுடையபொருளின் இயக்கத்தினைப் பகுப்பாய்வுசெய்யும் போது, இந்தக் கல்லினைஒருபுள்ளிநிறையாகக் கருதலாம். ஏன்னென்றால்,கல் கடந்ததொலைவுடன் ஒப்பிடும் போது,கல்லின் அளவுமிகச்சிறியது.

இயக்கத்தின் வகைகள்

அன்றாடவாழ்வில் கீழ்க்கண்டவகையான இயக்கங்களைநாம் காணலாம்.

அ)நேர்க்கோட்டு இயக்கம்

ஒருபொருள் நேர்க்கோட்டில் இயங்கினால் அவ்வியக்கம் நேர்க்கோட்டு இயக்கம் எனஅழைக்கப்படும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்

- நேரானஓடுபாதையில் ஓடும் தடகளவீரர்

- புவியினைநோக்கிவிழும் பொருள்

ஆ) வட்ட இயக்கம்.
வட்டப்பாதையில் இயங்கும் பொருளின் இயக்கம்,வட்ட இயக்கம் எனஅழைக்கப்படும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்

- கயிற்றில் கட்டப்படும் சுழற்றப்படும் கல்
- புவியினைச் சுற்றிவரும் செயற்கைக் கோளின் இயக்கம்

இ. சுழற்சி இயக்கம்

எந்தஒருதிண்மப்பொருளும் ஒருஅச்சினைப் பொறுத்துசுழலும் போது. அவ்வியக்கம் சுழற்சி இயக்கம் எனஅழைக்கப்படும். அச்சுழற்சியின் போதுதிண்மப்பொருளில் உள்ளஎந்தஒருபுள்ளியும் அவ்வச்சினைபொறுத்துவட்ட இயக்கத்தைமேற்கொள்ளும். (சுழல் அச்சில் உள்ளபுள்ளியைத் தவிர்த்து)

எடுத்துக்காட்டுகள்

- அச்சினைப் பொறுத்துசுழலும் வட்டவடிவத்தட்டு
- அச்சினைப் பொறுத்துதன்னைத்தானேசுற்றும் புவி

ஈ) அதிர்வு இயக்கம்

பொருளொன்றுநிலையானஒருபுள்ளியைப் பொறுத்துமுன்னும் பின்னும் இயக்கத்தினைமேற்கொண்டால்,அவ்வியக்கம் அதிர்வியக்கம்எனப்படும். சிலநேரங்களில் இவ்வியக்கம் அலைவு இயக்கம் எனவும் அழைக்கப்படும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்

- கிட்டார் (Guitar) இசைக்கருவியில் உள்ளஅதிர்வடையம் கம்பி
- ஊஞ்சலின் இயக்கம்

மேலே கூறப்பட்ட இயக்கங்கள் மட்டுமல்லாமல் நீள்வட்ட இயக்கம் மற்றும் வரிச்சுரள் இயக்கம் (Helical) போன்றவேறு இயககங்களும் நடைமுறையில் சாத்தியமாகும்.

ஒருபரிமாண, இரு பரிமாணமற்றும் முப்பரிமாண இயக்கம்

வெளியில் (Space) உள்ளதுகள் ஒன்றின் நிலையானதுx,y,மற்றும் zசெங்குத்து ஆய அச்சுகளின் அடிப்படையில் வரையறைசெய்யப்படுகிறதுஎனக்கருதுக. இந்த ஆய அச்சுஎண்கள் நேரத்தைப் பொறுத்துமாற்றமடையும் போது,துகள் இயக்கத்தில் உள்ளதுஎனக்கூறலாம். இருப்பினும் மூன்று ஆய அச்சுக்கூறு எண்களும் நேரத்தைப் பொறுத்துமாற்றமடையவேண்டியஅவசியமில்லை. ஏதேனும் ஒன்றுஅல்லது இரண்டு ஆய அச்சுக்கூறு எண்கள் நேரத்தைப் பொருத்துமாற்றம் அடைந்தாலும்,துகள் இயக்கத்தில் உள்ளதுஎனக்கூறலாம். எனவேஒருபொருளின் இயக்கம் கீழ்க்கண்டவாறுவகைப்படுத்தப்படுகிறது.

(i) ஒருபரிமாண இயக்கம்

துகள் ஒன்றுநேர்க்கொட்டில் இயங்கினால் அவ்வியக்கம் ஒருபரிமாண இயக்கம் எனப்படும்.சிலநேரங்களில் இவ்வியக்கம் நேர்க்கோட்டு இயக்கம் (Linear motion/Rectilinear motion) எனவும் அழைக்கப்படும், இவ்வகை இயக்கத்தில் மூன்றுசெங்குத்து ஆய அச்சுகளில் ஏதேனும் ஒரு ஆய அச்சுக்சூறு எண் மட்டுமேநேரத்தைப்பொறுத்துமாற்றமடையும்.
எடுத்துக்காட்டாக,Aபுள்ளியில் இருந்துBபுள்ளிக்குxதிசையில் நகரும் பொருளின் இயக்கம் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இங்குx ஆய அச்சில் மட்டுமேமாற்றம் ஏற்படுகிறதுஎன்பதைகவனிக்கவும்.

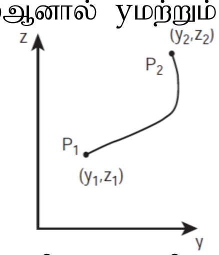
பொருளின் ஒருபரிமாண இயக்கம்

எடுத்துக்காட்டுகள்

- நேரான இருப்புப்பாதையில் இயங்கும் இரயில் வண்டி
- புவிஈர்ப்புவிசையால் தடையின்றிதானேவிழும் பொருள்.

ii) இரு பரிமாண இயக்கம்

தளம் ஒன்றில் வளைவுபாதையில் இயங்கும் துகளின் இயக்கத்தினை, இரு பரிமாண இயக்கம் என்றுஅழைக்கலாம். இவ்வகை இயக்கத்தில் மூன்றுசெங்குத்துஆய அச்சுகளில் இரண்டு ஆய அச்சுகள் மட்டுமேநேரத்தைப் பொருத்துமாற்றமடையும். துகள் ஒன்றுy-zதளத்தில் இயங்கும்போதுx- ஆய அச்சுஎண்ணில் எவ்விதமாற்றமும் இல்லைஆனால் yமற்றும் zஆய அச்சுஎண்களில்மாற்றம் ஏற்படுகிறது.



துகள் ஒன்றின் இருபரிமாண இயக்கம்

எடுத்துக்காட்டுகள்

- கேரம் பலகையில் (Carrom board) இயங்கும் வில்லை
- அறைஒன்றின் தளத்தில் அல்லதுசுவற்றில் ஊர்ந்துசெல்லும் பூச்சி

(iii) முப்பரிமாண இயக்கம்

முப்பரிமாணவெளியில் இயங்கும் துகளின் இயக்கம்,முப்பரிமாண இயக்கம் எனப்படும். இவ்வகை இயக்கத்தில் மூன்று ஆய அச்சுக்கூறுகளும்,நேரத்தைப் பொருத்துமாற்றமடையும்,துகளின் முப்பரிமாண இயக்கத்தில், ஆய அச்சுக்கூறுகள; x,yமற்றும் zஆகிய மூன்றும் மாற்றமடையும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்:

- வானில் பறக்கும் பறவை
- ஒழுங்கற்றமுறையில் இயங்கும் வாயு மூலக்கூறுகள்
- வானில் பறக்கும் பட்டம்

2.3 வெக்டர் இயற்கணிதம் பற்றியஅடிப்படைக் கருத்துகள்

இயற்பியலில்,சிலஅளவுகள் எண்மதிப்பைமட்டுமேபெற்றுள்ளன. வேறுசிலஅளவுகள் எண்மதிப்புமற்றும் திசை இரண்டையும் பெற்றுள்ளன. இந்த இயற்பியல் அளவுகளைப் புரிந்துகொள்வதற்கு,வெக்டர் மற்றும் ஸ்கேலரின் பண்புகளைப் பற்றிஅறிந்துகொள்வதுஅவசியமாகும்.

ஸ்கேலர்

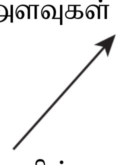
எண்மதிப்பினால் மட்டுமேகுறிப்பிடக்கூடியஅளவுகள் ஸ்கேலர் எனப்படும். இயற்பியலில் பல்வேறுஅளவுகள் ஸ்கேலரால் குறிப்பிடப்படுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டுகள்:

கடந்ததொலைவு,நிறை,வெப்பநிலை,வேகம் மற்றும் ஆற்றல்

வெக்டர்

எண்மதிப்புமற்றும் திசை இவை இரண்டினாலும் குறிப்பிடக்கூடியஅளவுகள்வெக்டர் எனப்படும். வடிவகணிதமுறையில் வெக்டர் என்பதுஒருகுறிப்பிட்டதிசையைக் காட்டும் கோட்டுத்துண்டுஆகும். இது படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இயற்பியலில் சிலஅளவுகள் வெக்டரால் மட்டுமேகுறிப்பிட இயலும்.



வடிவ கணிதமுறையில் குறிப்பிட்டவெக்டர்

எடுத்துக்காட்டுகள்

- விசை,திசைவேகம், இடப்பெயர்ச்சி,நிலைவெக்டர்,முடுக்கம்,நேர்க்கோட்டுஉந்தம் மற்றும் கோணஉந்தம்.

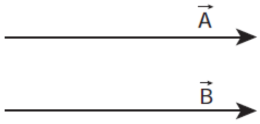
2.3.1 வெக்டரின் எண்மதிப்பு

ஒருவெக்டரின் நீளம் அதன் எண்மதிப்புஎனப்படும். இது எப்போதும் நேர்க்குறிமதிப்புபெற்றிருக்கும். சிலநேரங்களில் வெக்டரின் எண்மதிப்புவெக்டரின் தரம் (Norm of the vector) எனவும் அழைக்கப்படும். $\vec{A}$ என்றவெக்டரின் மதிப்பு $|\vec{A}|$ அல்லதுஎளிமையாக'A' எனவும் குறிப்பிடப்படுகிறது:.

வெக்டரின் எண்மதிப்பு

2.3.2.வெக்டரின் வகைகள்

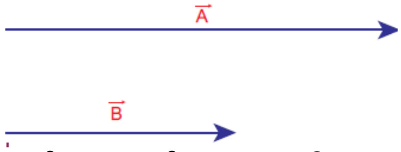
1. சமவெக்டர்கள் : $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்றஇரண்டுவெக்டர்கள் ஒரேஎண்மதிப்பையும்,ஒரேதிசையிலும் செயல்பட்டுஒரே இயற்பியல் அளவினைக் குறிப்பிட்டால்,அவ்வெக்டர்கள் சமவெக்டர்கள் என்றுஅழைக்கப்படும்.



வடிவ கணிதமுறையில் சமவெக்டர்கள்

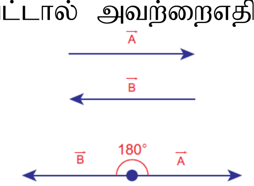
அ) ஒருகோட்டுவெக்டர்கள் : ஓரேகோட்டின் வழியேசெயல்படும் வெக்டர்கள் ஒருகோட்டுவெக்டர்கள் என்றுஅழைக்கப்படுகிறது. அவ்வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்டகோணம் $0°$அல்லது $180°$ஆகும். ஒருகோட்டுவெக்டர்கள் இரண்டுவகைப்படும்.

(i) இணைவெக்டர்கள்: $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டுவெக்டர்கள் ஒரேதிசையிலும் இணைகோடுகள் வழியாகவும் செயல்பட்டால்அவற்றை இணைவெக்டர்கள் என்றுஅழைக்கலாம். இணைகோடுகள் வழியேசெயல்படுவதால் அவற்றுக்கு இடையேஉள்ளகோணம் $0°$ஆகும்.



வடிவக்கணிதமுறையில் இணைவெக்டர்கள்

(ii) எதிர் - இணைவெக்டர்கள்: $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டுவெக்டர்கள் எதிரெதிர்திசையில் ஒரேகோட்டில் அல்லது இணைகோடுகள் வழியாகசெயல்பட்டால் அவற்றைஎதிர்-இணைவெக்டர்கள் என்றுஅழைக்கலாம்.



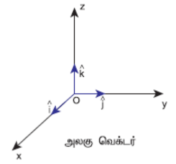
வடிவ கணிதமுறையில் எதிர் இணைவெக்டர்கள்

(2)ஓரலகுவெக்டர்:ஒருவெக்டரைஅதன் எண்மதிப்பால் வகுக்கக்கிடைப்பதுஓரலகுவெக்டர் ஆகும். $\vec{A}$ வெக்டரின் ஓரலகுவெக்டர் $\hat{A}$ எனக் குறிப்பிடப்படும் (Aகேப் அல்லதுAஹேட் (hat) எனப் படிக்கவும்) இதன் எண்மதிப்புஒன்றுஅல்லதுஓரலகுஆகும்.

$\hat{A} = \dfrac{\vec{A}}{A}$ எனவே $\vec{A} = A\hat{A}$ எனவும் எழுதலாம்.

எனவே,ஓரலகுவெக்டர்,வெக்டரின் திசையினைமட்டுமேகாட்டும்.

(3) செங்குத்துஓரலகுவெக்டர்கள்: மூன்றுஓரலகுவெக்டர்கள் $\hat{i}$, $\hat{j}$ மற்றும் $\hat{k}$ ஆகியவற்றைக் கருதுக. இந்த மூன்றுஓரலகுவெக்டர்களும் x,yமற்றும் zஅச்சின் நேர்குறிதிசையினைக் காட்டுகின்றன. இவற்றில்,எந்த இரண்டுஓரலகுவெக்டர்களுக்குஇடையேஉள்ளகோணம் $90°$ஆகும். இவ்வாறுஒன்றுக்கொன்றுசெங்குத்தாகச் செயல்படும் ஓரலகுவெக்டர்களுக்குசெங்குத்துஓரலகுவெக்டர்கள் என்றும் பெயர். இங்கு $\hat{i}$, $\hat{j}$ மற்றும் $\hat{k}$ என்பவைசெங்குத்துஓரலகுவெக்டர்களைக் குறிக்கிறது.



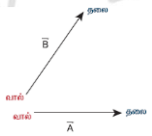
செங்குத்துஓரலகுவெக்டர்கள்

வெக்டர்களின் கூடுதல்

வெக்டர்கள்,எண்மதிப்புமற்றும் திசை இவ்விரண்டையும் பெற்றுள்ளதால்,சாதாரண இயற்கணிதமுறையில் அவற்றின் கூடுதலைக் காண இயலாது. எனவே,வெக்டர்களைவடிவியல் முறையிலோஅல்லதுபகுப்புமுறையிலோசிலவிதிகளைப் பயன்படுத்திஅவற்றின் கூடுதலைக் காணவேண்டும். இம்முறைக்குவெக்டர் இயற்கணிதம் என்றுபெயர். ஒன்றுக்கொன்றுசாய்ந்தநிலையில் உள்ள இரண்டுவெக்டர்களின் கூடுதலை (தொகுபயன்) (i)வெக்டர்களின் முக்கோணக் கூட்டல் விதி (ii) வெக்டர்களின் இணைகரவிதிஆகிய இரண்டுவிதிகளைப் பயன்படுத்திக் காணலாம்.

வெக்டர்களின் முக்கோணவிதி:

$\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டுவெக்டர்களின் தொகுபயனைவெக்டர்களின் முக்கோணக் கூட்டல் விதியைப் பயன்படுத்திகாணலாம்.

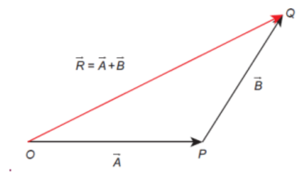


வெக்டர்களின் தலைமற்றும் வால் பகுதிகள்

இரண்டுவெக்டர்களின் தொகுபயனை,வெக்டர்களின் முக்கோணவிதியினைபயன்படுத்ததிகீழ்க்கண்டவாறுகாணலாம். $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்றஇரண்டுசுழியற்றவெக்டர்கள் வரிசைபடிஒருமுக்கோணத்தின் அடுத்தடுத்தபக்கங்களாகக் கருதப்பட்டால்,அவற்றின் தொகுபயன்,எதிர்வரிசையில் எடுக்கப்பட்டஅம்முக்கோணத்தின் மூன்றாவதுபக்கத்தினால் குறிப்பிடப்படும். இது பின்வருமாறுவிளக்கப்பட்டுள்ளது.

$\vec{A}$ வெக்டரின் தலைப்பகுதி $\vec{B}$ வெக்டரின் வால்பகுதியோடு இணைக்கப்பட்டுள்ளது $\vec{A}$ வெக்டர் மற்றும் $\vec{B}$ வெக்டர்களுக்கு இடையேஉள்ளகோணம் θ என்க. $\vec{A}$ வெக்டரின் வால்பகுதியையும் $\vec{B}$ இன் தலைப்பகுதியையும் இணைத்தால் தொகுபயன் வெக்டர் $\vec{R}$ இன் எண்மதிப்புஅதன் நீளம் OQக்குச் சமம். மேலும் தொகுபயன் வெக்டர் $\vec{R}$ மற்றும் $\vec{A}$ வெக்டருக்கு இடையேஉள்ளகோணம்,தொகுபயன் வெக்டரின் திசையைக் கொடுக்கும். எனவே $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ எனஎழுதலாம். ஏனெனில்

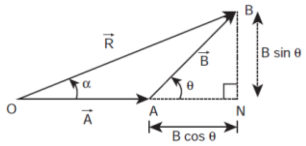
$$\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PQ}$$



வெக்டர்களின் முக்கோணக்கூட்டல் வித
ி

(1) தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்பு
தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்புமற்றும் திசைகீழ்க்கண்டவாறுகணக்கிடப்படுகிறது.

படத்தில் ABNஎன்றசெங்கோணமுக்கோணத்தைக் கருதுக. படத்தில் OAஎன்றபக்கத்தைONவரைநீட்டுவதன் மூலம் ABNஎன்றசெங்கோணமுக்கோணம் கிடைக்கிறது.



வேக்டர்களின் முக்கோணக் கூட்டல் விதிப்படி
தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்புமற்றும் திசை

$$\cos\theta = \frac{AN}{B} \therefore AN = B\cos\theta \text{ மற்றும்}$$

$$\sin\theta = \frac{BN}{B} \quad \therefore BN = B\sin\theta$$

$$\Delta OBN \text{ ல் } OB^2 = ON^2 + BN^2$$

$$\Rightarrow R^2 = (A + B\cos\theta)^2 + (B\ \sin\theta)^2$$

$$\Rightarrow R^2 = A^2 + B^2\cos^2\theta + 2AB\cos\theta + B^2\sin^2\theta$$

$$\Rightarrow R^2 = A^2 + B^2\left(\cos^2\theta + \sin^2\theta\right) + 2AB\cos\theta$$

$$\Rightarrow R^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

இச்சமன்பாடு $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ வெக்டர்களின் தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்பைத் தருகிறது.

(2) தொகுபயன் வெக்டரின் திசை:

$\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ வெக்டர் இடையேஉள்ளகோணம் θ எனில்

$$\left|\vec{A} + \vec{B}\right| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

$\vec{R}$ வெக்டர் $\vec{A}$ வெக்டருடன் ஏற்படுத்தும் கோணம் α எனில் ΔOBN ல்

$$\tan\alpha = \frac{BN}{ON} = \frac{BN}{OA + AN}$$

$$\tan\alpha = \frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta}$$

$$\Rightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta}\right)$$

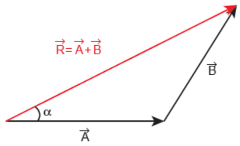
எடுத்துக்காட்டு 2.1

$\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டுவெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று $60°$கோணத்தில் சாய்ந்தநிலையில் உள்ளன. அவற்றின் எண்மதிப்புகள் முறையெ 5 அலகுகள் மற்றும் 7 அலகுகள் ஆகும். தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்புமற்றும் $\vec{A}$ யைப் பொருத்துதொகுபயன் வெக்டரின் திசைஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு

வெக்டர்களின் முக்கோணவிதிப்படிதொகுபயன் வெக்டர் $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ எனஎழுதலாம்.

கீழ்க்கண்டபடம் வெக்டர்களின் கூடுதலைஎவ்வாறுமுக்கோணவிதியின்அடிப்படையில் காணலாம் என்பதைவிளக்குகிறது.



தொகுபயன் வெக்டரின் ($\vec{R}$) எண் மதிப்பு

$$R = |\vec{R}| = \sqrt{5^2 + 7^2 + 2 \times 5 \times 7 \cos 60^\circ}$$

$$R = \sqrt{25 + 49 + \frac{70 \times 1}{2}} = \sqrt{109}$$ **அலகுகள்**

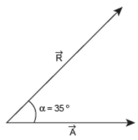
$\vec{R}$ மற்றும் $\vec{A}$ க்கு இடையேஉள்ளகோணம் α (தொகுபயன் வெக்டரின் திசை) கீழ்க்கண்டவாறுகணக்கிடப்படுகிறது.

$$\tan\alpha = \frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta} \quad (2.2)$$

எனவே,

$$\tan\alpha = \frac{7 \times \sin 60^\circ}{5 + 7\cos 60^\circ} = \frac{7\sqrt{3}}{10+7} = \frac{7\sqrt{3}}{17} \cong 0.713$$

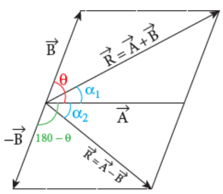
$$\therefore \alpha \cong 35^\circ$$



வெக்டர்களின் கழித்தல்:

வெக்டர்கள் எண்மதிப்பையும்,திசையையும் பெற்றிருப்பதால் அவற்றைசாதாரண இயற்கணிதவிதிகளைப் பயன்படுத்திக் கழிக்கமுடியாது. எனவேவெக்டர் கழித்தலைவடிவியல் முறைஅல்லதுபகுப்புமுறையில் காணவேண்டும். வடிவியல் முறையில் இரண்டுவெக்டர்களைஎவ்வாறுகழிக்கவேண்டும் என்பதைபடத்தில் காணலாம்.

$\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டுசுழியற்றவெக்டர்கள் θ கோணத்தில் ஒன்றுக்கொன்றுசாய்ந்தநிலையில் உள்ளன. $\vec{A} - \vec{B}$ ன் தொகுபயன் மதிப்புகீழ்க்காணுமாறுபெறப்படுகிறது. $\vec{B}$ ஐப் பெறவேண்டும். $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ க்கு இடைப்பட்டகோணம் $180^\circ - \theta$ ஆகும்.



வெக்டர்களின் கழித்தல்

$\vec{A}, \vec{B}$ இன் வேறுபாடு $\vec{A} - \vec{B}$ என்பதை, $\vec{A} + (-\vec{B})$ என்றும் எழுதலாம்.

சமன்பாடு (2.1)லிருந்து

$$|\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos(180^\circ - \theta)} \quad \textbf{(2.3)}$$

இங்கு $\cos(180^\circ - \theta) = -\cos\theta$

$$\Rightarrow \left|\vec{A}-\vec{B}\right| = \sqrt{A^2+B^2-2AB\cos\theta} \quad (2.4)$$

சமன்பாடு 2.2 ஐப் போன்றமற்றொருசமன்பாட்டிலிருந்து

$$\tan\alpha_2 = \frac{B\sin\left(180^\circ-\theta\right)}{A+B\cos\left(180^\circ-\theta\right)} \quad (2.5)$$

ஆனால் sin $(180^\circ\ -\theta) =$ sin θ

$$\Rightarrow \tan\alpha_2 = \frac{B\sin\theta}{A-B\cos\theta} \quad (2.6)$$

$\vec{A},\vec{B}$ வெக்டர்களின் வேறுபாடு $(\vec{A}-\vec{B})$ ஒருவெக்டராகும். மேலும் அதன் எண்மதிப்புமற்றும் திசையைசமன்பாடுகள் (2.4) மற்றும் (2.6) ஆகியவைகொடுக்கின்றன.

எடுத்துக்காட்டு 2.2

$\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டுவெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று 60°கோணத்தில் சாய்ந்தநிலையில் உள்ளன. அவற்றின் எண்மதிப்புகள் முறையே 5 அலகுகள் மற்றும் 7 அலகுகள் ஆகும். தொகுபயன் வெக்டர் $\vec{A}-\vec{B}$ன் எண்மதிப்பையும், $\vec{A}$ வெக்டரைப் பொருத்துதொகுபயன் வெக்டர் $\vec{A}-\vec{B}$ திசையையும் காண்க.

தீர்வு:

சமன்பாடு (2.4) லிருந்து

$\left|\vec{A}-\vec{B}\right| = \sqrt{5^2+7^2-2\times5\times7\cos60^\circ}$

$= \sqrt{25+49-35} = \sqrt{39}$ அலகுகள்

$\vec{A}$ வெக்டரைப் பொருத்து $\vec{A}-\vec{B}$ ஏற்படுத்தும் திசை

$$\tan\alpha_2 = \frac{7\sin60^\circ}{5-7\cos60^\circ} = \frac{7\sqrt{3}}{10-7} = \frac{7}{\sqrt{3}} = 4.041$$

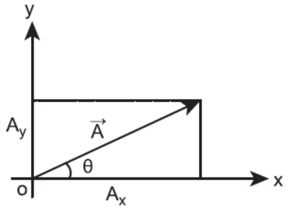
$$\alpha_2 = \tan^{-1}\left(4.041\right) \cong 76^\circ$$

2.4 வெக்டர் கூறுகள் (COMPONENTS OF A VECTOR)

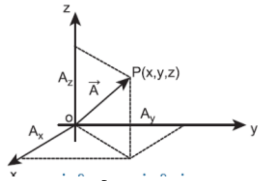
கார்டீசியன் ஆய அச்சுத்தொகுப்பில்,எந்தஒருவெக்டரையும்($\vec{A}$)x,yமற்றும் zஅச்சின்திசையில் செயல்படும் மூன்று கூறுகளாகப் பிரிக்கலாம்.

முப்பரிமாண ஆய அச்சுத்தொகுப்பின்படிவெக்டர் ஒன்றை ($\vec{A}$)அதன் கூறுகளாககீழ்க்கண்டவாறுஎழுதலாம்.

$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$



இரு பரிமாணகார்டீசியன் ஆய அச்சுத்தொகுப்பு



முப்பரிமாணகார்டீசியன் ஆய அச்சுத்தொகுப்பு

இரு பரிமாணமற்றும் முப்பரிமாணவெக்டர் கூறுகள்

இங்குA_x என்பதுx - அச்சில் $\vec{A}$ வெக்டரின் கூறு.

A_y என்பதுy - அச்சில் $\vec{A}$ வெக்டரின் கூறு.

மற்றும்

A_z என்பதுz - அச்சில் $\vec{A}$ வெக்டரின் கூறு.

இரு பரிமாண ஆய அச்சுத் தொகுப்பின் படிவெக்டர் $\vec{A}$ இன் கூறுகளைகீழ்க்கண்டவாறுஎழுதலாம்.

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j}$$

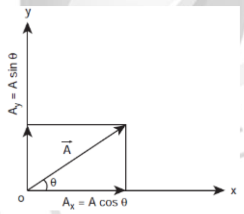
$\vec{A}$ ஆனதுxஅச்சுடன் ஏற்படுத்தும் கோணம்θ,மேலும் A_x மற்றும் A_y என்பவைxஅச்சுமற்றும் yஅச்சில் $\vec{A}$ வெக்டரின் கூறுகள்.

$A_x = A\cos\theta$

$A_y = A\sin\theta$

இங்கு'A'என்பது $\vec{A}$ வெக்டரின் எண்மதிப்பு (நீளம்) ஆகும்.

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$



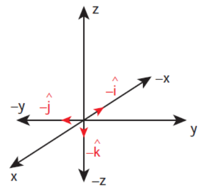
வெக்டர் பகுப்பு

எடுத்துக்காட்டு 2.3

எதிர்க்குறிx,yமற்றும் zஅச்சுத் திசையில் செயல்படும் ஓரலகுவெக்டர்கள் யாவை?

தீர்வு

பின்வரும் படம்,எதிர்க்குறிx,yமற்றும் zஅச்சுதிசையில் செயல்படும் ஓரலகுவெக்டர்களைக் காட்டுகிறது.



படத்திலிருந்து,எதிர்க்குறிxஅச்சுyஅச்சுமற்றும் zஅச்சுதிசைகளில் செயல்படும் ஓரலகுவெக்டர்கள் முறையே$-\hat{i}$, $-\hat{j}$ மற்றும் $-\hat{k}$ ஆகும்.

2.4.1. வெக்டர் கூறுகளின் அடிப்படையில் வெக்டர்களின் கூடுதல்

இதுவரைவடிவியல் முறையில் இரண்டுவெக்டர்களின் கூடுதல் மற்றும் கழித்தல் ஆகியவற்றைப் பற்றிப் படித்தோம். தற்போது ஆய அச்சுத் தொகுப்பினைப் பயன்படுத்திஎவ்வாறு இரண்டுவெக்டர்களின் கூடுதல் மற்றும் அவற்றின் கழித்தலைஎளிமையாகக் காணலாம் என்பதைப் பற்றிப் படிக்கலாம்.

கார்டீசியன் ஆய அச்சுத் தொகுப்பில் உள்ள இரண்டுவெக்டர்களை($\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$) கீழ்க்காணுமாறுஎழுதலாம்.

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$$

$$\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$$

கொடுக்கப்பட்ட இவ்விரண்டுவெக்டர்களின் x,yமற்றும் zஅச்சுகளின் எண்களின் கூடுதலானது இவ்விரண்டுவெக்டர்களின் கூடுதலுக்குச் சமமாகும். அதாவது

$$\vec{A}+\vec{B}=\left(A_x+B_x\right)\hat{i}+(A_y+B_y)\hat{j}+\left(A_z+B_z\right)\hat{k}$$

இதே போன்றுவெக்டர்களின் கழித்தலையம் காணலாம்.

$$\vec{A}-\vec{B}=\left(A_x-B_x\right)\hat{i}+(A_y-B_y)\hat{j}+\left(A_z-B_z\right)\hat{k}$$

மேற்கண்ட இரண்டவிதிகளும் பகுப்புமுறையில் கொடுக்கப்பட்ட இரண்டுவெக்டர்களின் கூடுதல் மற்றும் கழித்தலைக் காண்பதற்கானவழிமுறையைக் கொடுக்கின்றன.

எடுத்துக்காட்டு 2.4

$\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டுவெக்டர்கள் அவற்றின் கூறுகள் வடிவில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. $\vec{A}=5\hat{i}+7\hat{j}-4\hat{k}$ மற்றும் $\vec{B}=6\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k}$ எனில் கீழ்க்கண்டவற்றைக் காண்க

$$\vec{A}+\vec{B},\quad \vec{B}+\vec{A},\quad \vec{A}-\vec{B},\quad \vec{B}-\vec{A}$$

தீர்வு:

$$\begin{aligned}
\vec{A}+\vec{B}&=(5\hat{i}+7\hat{j}-4\hat{k})+(6\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k})\\
&=11\hat{i}+10\hat{j}-2\hat{k}\\
\vec{B}+\vec{A}&=(6\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k})+(5\hat{i}+7\hat{j}-4\hat{k})\\
&=(6+5)\hat{i}+(3+7)\hat{j}+(2-4)\hat{k}\\
&=11\hat{i}+10\hat{j}-2\hat{k}\\
\vec{A}-\vec{B}&=(5\hat{i}+7\hat{j}-4\hat{k})-(6\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k})\\
&=-\hat{i}+4\hat{j}-6\hat{k}\\
\vec{B}-\vec{A}&=\hat{i}-4\hat{j}+6\hat{k}
\end{aligned}$$

$\vec{A}+\vec{B}$ மற்றும் $\vec{B}+\vec{A}$ ஒன்றுக்கொன்றுசமம். ஆனால் $\vec{A}-\vec{B}$ மற்றும் $\vec{B}-\vec{A}$ ஆகியவைஒன்றுக்கொன்றுஎதிராகஉள்ளதைகவனிக்கவும்.

<u>2.5 ஒரு ஸ்கேலரால் வெக்டரைப் பெருக்குதல்</u>

ஒரு ஸ்கேலரால் வெக்டரைப் பெருக்கும் போது,மற்றொருவெக்டர் கிடைக்கும். λஎன்றஒருநேர்க்குறிஎண்ணை $\vec{A}$ வெக்டருடன் பெருக்கும் போது,கிடைக்கும் வெக்டர் $\lambda\vec{A}$ ஆகும். இதன் திசை $\vec{A}$ இன் திசையிலேயே இருக்கும். ஆனால் λஒருஎதிர்க்குறிஎண் எனில் $\lambda\vec{A}$ இன் திசை $\vec{A}$ வெக்டரின் திசைக்குஎதிர்த்திசையில் இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.5

$\vec{A}=2\hat{i}+3\hat{j}$ எனில் $3\vec{A}$ ஐக் காண்க

தீர்வு

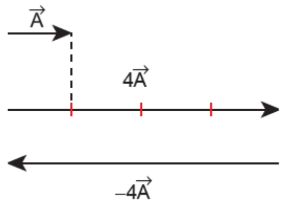
$$3\vec{A}=3\left(2\hat{i}+3\hat{j}\right)=6\hat{i}+9\hat{j}$$

$\vec{A}$ வெக்டரின் திசை $\vec{A}$ வெக்டரின் திசையிலேயே இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.6

படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள $\vec{A}$ வெக்டரிலிருந்து $4\vec{A}$ மற்றும் $-4\vec{A}$ ஐக் காண்க

தீர்வு



இயற்பியலில் சிலவெக்டர் அளவுகள்,மற்றொருவெக்டரின் ஸ்கேலர் மடங்காக இருப்பதைக் காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக

(1) விசை $\vec{F} = m\vec{a}$ இங்குநிறை'm'ஒருநேர்க்குறி ஸ்கேலர் மற்றும் முடுக்கம் $\vec{a}$ ஒருவெக்டர் ஆகும். இங்குவிசையின் திசையிலேயேபொருள் முடுக்கமடைகிறது.

(2) உந்தம் $\vec{p} = m\vec{v}$ இங்கு $\vec{v}$ என்பதுபொருளின் திசைவேகம். எனவே இங்குபொருள் இயங்கும் திசையிலேயேநேர்க்கோட்டுஉந்தமும் செயல்கடுகிறது.

(3) ஒருமின்புலத்தால்,மின்னூட்டமுள்ளஒருதுகளின் மீதுசெயல்படும் விசை $\vec{F} = q\vec{E}$ இங்கு q என்பதுமின்னூட்டம்,ஒரு ஸ்கேலர் மற்றும் மின்புலம் $\vec{E}$ ஒருவெக்டர். விசை $\vec{F}$ இன் திசைமின்னூட்டம் நேர்க்குறிஎனில் $\vec{E}$ ன்திசையிலும் மின்னூட்டம் எதிர்க்குறிஎனில் $\vec{E}$ திசைக்குஎதிர்த்திசையிலும் இருக்கும்.

2.5.1. இரண்டுவெக்டர்களின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் (புள்ளிப் பெருக்கல்)

வரையறை

இரண்டுவெக்டர்களின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் (புள்ளிப் பெருக்கல்) என்பது,அவ்விரண்டுவெக்டர்களின் எண்மதிப்புகள் மற்றும் அவ்விரண்டுவெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்டகோணத்தின் கொசைன் மதிப்புஆகியவற்றின் பெருக்கல் பலனுக்குச் சமமாகும்.

$\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டுவெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்டகோணம் θஎனில் அவற்றின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் கீழ்க்காணுமாறுவரையறைசெய்யப்படுகிறது.

$\vec{A}, \vec{B} = AB\cos\theta$ இங்குAமற்றும் Bஆகியவை $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ வெக்டர்களின் எண்மதிப்புகள் ஆகும்.

பண்புகள்

ை. ஸ்கேலர் பெருக்கலின் தொகுபயன் மதிப்புஎப்போதும் ஒரு ஸ்கேலர் ஆகும். இரண்டுவெக்டர்களுக்கு இடையேஉள்ளகோணம் குறுங்கோணம் எனில் (θ<90°)ஸ்கேலர் பெருக்கலின் எண்மதிப்புநேர்குறியுடனும்,விரிகோணம் எனில் (90°<θ<180°)எதிர்குறியுடனும் இருக்கும்.

ைை. ஸ்கேலர் பெருக்கல் பரிமாற்றுவிதிக்குஉட்பட்டது. அதாவது $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$

ைைை. ஸ்கேலர் பெருக்கல் பங்கீட்டுவிதிக்குஉட்பட்டது. அதாவது $\vec{A}.(\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A}.\vec{B} + \vec{A}.\vec{C}$

ைஎ. ஸ்கேலர் பெருக்கலின் படி இரண்டுவெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்டகோணம்

$$\theta = \cos^{-1}\left[\frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{AB}\right]$$

எ. இரண்டுவெக்டர்கள் இணையாகஉள்ளபோதுஅதாவதுθ=0°எனில் அவற்றின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் பெருமம் ஆகும். ஏனெனில் cos 0°=1

$(\vec{A}.\vec{B})_{\text{பெருமம்}} = AB$

எை. இரண்டுவெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்றுஎதிராகஉள்ளபோதுஅதாவதுθ=180°எனில் அவற்றின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் சிறுமம் ஆகும். ஏனெனில் cos 180°= -1

$(\vec{A}.\vec{B})_{சிறுமம்}$= - AB

எமை. இரண்டுவெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்றுசெங்குத்தாகஉள்ளபோது,அதாவதுθ=90°எனில் அவற்றின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் சுழியாகும். ஏனெனில் cos 90°= 0 எனவேஅந்தவெக்டர்களை,செங்குத்துவெக்டர்கள் (orthogonal vectors)எனஅழைக்கலாம்.

எமைை. ஒருவெக்டர்,அதேவெக்டருடன் ஸ்கேலர் பெருக்கல் செய்யப்பட்டால்,அதற்குதற்சார்பு ஸ்கேலர் பெருக்கல் என்றுபெயர். $(\vec{A})^2 = \vec{A}.\vec{A} = AA\cos\theta A^2$. இங்குகோணம் θ=0°

A - இன் மதிப்பு$|\vec{A}|$= A= $\sqrt{\vec{A}.\vec{A}}$

மை. ஓரலகுவெக்டர் $\hat{n}$ ஐக் கருதும்போது $\hat{n}.\hat{n}$ =1x1x cos 0° =1 எடுத்துக்காட்டாக

$\hat{i}.\hat{i} = \hat{j}.\hat{j} = \hat{k}.\hat{k} = 1$

ஒ. செங்குத்துஓரலகுவெக்டர்களைக் கருதும்போது ($\hat{i}, \hat{j}$ மற்றும் $\hat{k}$)

$\hat{i}.\hat{j} = \hat{j}.\hat{k} = \hat{k}.\hat{i}$ =1.1 cos 90 ° = 0

xi. வெக்டர் கூறுகளின் அடிப்படையில் $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ வெக்டர்களின் ஸ்கேலர் பெருக்கலைக் கீழ்க்கண்டவாறுஎழுதலாம்.

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = (A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k})\cdot(B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k})$$

$$\vec{A}.\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z,$$

மற்றஅனைத்துப் பெருக்கற்பலன்களும் சுழியாகும்.

$\vec{A}$ - இன் எண் மதிப்பு $|\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$

எடுத்துக்காட்டு 2.7

கொடுக்கப்பட்ட $\vec{A} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$ மற்றும் $\vec{B} = \hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}$ வெக்டர்களின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் $\vec{A}$, $\vec{B}$ மற்றும் $\vec{A}, \vec{B}$ இன் எண் மதிப்புகளையும் காண்க. மேலும் கொடுக்கப்பட்ட இவ்விரண்டுவெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்டகோணத்தின் மதிப்புஎன்ன?

தீர்வு

$$\vec{A}.\vec{B} = 2 + 12 + 30 = 44$$

$\vec{A}$ வெக்டரின் எண்மதிப்பு

$$A = \sqrt{4 + 16 + 25} = \sqrt{45} \text{ அலகுகள்}$$

$\vec{B}$ வெக்டரின் எண்மதிப்பு

$$B = \sqrt{1 + 9 + 36} = \sqrt{46} \text{ அலகுகள்}$$

இரண்டுவெக்டர்களுக்கும் இடைப்பட்டகோணம்

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{A}.\vec{B}}{AB}\right)$$

$$= \cos^{-1}\left(\frac{44}{\sqrt{45 \times 46}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{44}{45.49}\right)$$

$$= \cos^{-1}(0.967)$$

$$\therefore \theta \cong 15^\circ$$

எடுத்துக்காட்டு 2.8

கொடுக்கப்பட்டவெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்றுசெங்குத்துவெக்டர்களாஎனஆராய்க.

i) $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ மற்றும் $\vec{B} = 4\hat{i} - 5\hat{j}$

ii) $\vec{C} = 5\hat{i} + 2\hat{j}$ மற்றும் $\vec{D} = 2\hat{i} - 5\hat{j}$

தீர்வு

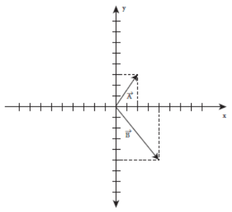
(i) $\vec{A}, \vec{B}$ =8-15 = -7≠0

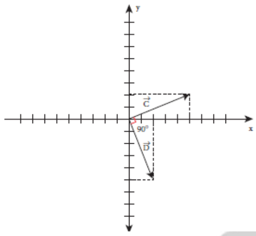
எனவே $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்றுசெங்குத்துவெக்டர்கள் அல்ல.

(i) $\vec{C} . \vec{D}$ =10-10=0

எனவே $\vec{C}$ மற்றும் $\vec{D}$ ஆகியவைஒன்றுக்கொன்றுசெங்குத்துவெக்டர்கள் ஆகும்.

கீழ்க்காணும் படம் வடிவியல் முறையில் எவ்வாறு $\vec{C}$ மற்றும் $\vec{D}$ வெக்டர்கள் செங்குத்துவெக்டர்கள் என்பதைத் தெளிவாகக் காட்டுகிறது.





இயற்பியலில் $\vec{F}$ என்றவிசையினால் பொருளொன்று $d\vec{r}$ தொலைவு இடப்பெயர்ச்சி அடையும்போது, அவ்விசையினால் செய்யப்பட்டவேலையைபின்வருமாறுவரையறைசெய்யலாம்.

$W = \vec{F} . d\vec{r}$

$W = \vec{F} . d\vec{r} \cos\theta$

விசையினால் செய்யப்பட்டவேலைஎன்பதுவிசைவெக்டருக்கும், இடப்பெயர்ச்சிவெக்டருக்கும் இடையேயான ஸ்கேலர் பெருக்கல் ஆகும். வேலையைப் போலவேமேலும் பல்வேறு இயற்பியல் அளவுகளும் ஸ்கேலர் பெருக்கலினால் வரையறைசெய்யப்பட்டுள்ளனஎன்பதைநினைவில் கொள்ளவும்.

2.5.2. இரண்டுவெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கல்

வரையறை

இரண்டுவெக்டர்களின், வெக்டர் பெருக்கல் அல்லதுகுறுக்குபெருக்கல் செய்யும்போதுகிடைக்கும் தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்பானது, அவ்விருவெக்டர்களின் எண்மதிப்புகளின் பெருக்கல்பலன் மற்றும் அவ்வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்டகோணத்தின் சைன்மதிப்புஆகியவற்றின் பெருக்கல் பலனுக்குச் சமமாகும். மேலும் வலதுகைதிருகுவிதிஅல்லதுவலதுகைபெருவிரல் விதியின் அடிப்படையில், தொகுபயன் வெக்டரின் திசையானது. இரண்டுவெக்டர்களின் தளத்திற்குச் செங்குத்துத் திசையில் இருக்கும்.

$\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டுவெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கலினால் கிடைக்கும் தொகுபயன் வெக்டர் $\vec{C}$ ஐ கீழ்க்கண்டவாறுகுறிப்பிடலாம்.

$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = (AB \sin\theta)\,\hat{n}$

$\vec{A} \times \vec{B}$ இன் அலகுவெக்டர் $\hat{n}$ ன் திசை, அதாவது $\vec{C}$ ன் திசை, $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ வெக்டர்களினாலானதளத்திற்குச் செங்குத்தாக இருக்கும். மேலும் வலதுகைதிருகுஒன்றை $\vec{A}$ வெக்டரில் இருந்து (முதல் வெக்டர்) $\vec{B}$ வெக்டரைநோக்கி (இரண்டாவதுவெக்டர்) அவற்றின் சிறியகோணத்தின் வழியேசுழற்றும் போதுதிருகுமுன்னேறும் திசையில் $\vec{C}$ வெக்டரின் திசை இருக்கும்.

வெக்டர் பெருக்கலின் (குறுக்குப் பெருக்கல்) பண்புகள்

(௮) இரண்டுவெக்டர்களின், வெக்டர் பெருக்கல் மற்றொருவெக்டரையேதரும். அவ்வெக்டரின்

வெக்டர் பெருக்கல் (குறுக்குப் பெருக்கல்)

$\vec{A}$ மற்றும $\vec{B}$ ஆகியவற்றின் வெக்டர் பெருக்கலினால் $\vec{A} \times \vec{B}$ கிடைக்கும் மூன்றாவது வெக்டர் $\vec{C}$ ஆனது.

இரண்டுவெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கல் திசை,அவ்விரண்டுவெக்டர்களினாலானதளத்திற்குச் செங்குத்தாக இருக்கும். மேலும் $\vec{A}$மற்றும் $\vec{B}$ வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்றுசெங்குத்தாக இருந்தாலும், இல்லையென்றாலும் தொகுபயன் வெக்டர் இவ்விரண்டுவெக்டர்களுக்கும் செங்குத்தாக இருக்கும்.

(ii) இரண்டுவெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கல் பரிமாற்றுவிதிக்குஉட்படாதுஅதாவது $\vec{A}\times\vec{B}\neq\vec{B}\times\vec{A}$ஆனால் $\vec{A}\times\vec{B}$ = -[$\vec{B}\times\vec{A}$]மேலும்$|\vec{A}\times\vec{B}|$ = $|\vec{B}\times\vec{A}|$ = AB sin θ, அதாவது $\vec{A}\times\vec{B}$ மற்றும் $\vec{B}\times\vec{A}$இவற்றின் எண்மதிப்புகள் சமம். ஆனால் இவையிரண்டும் எதிரெதிர்திசையில் செயல்படும்.

(iii) இரண்டுவெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கல் sin θ=1என்றநிபந்தனையில் (θ=90°) பெரும் மதிப்பைப் பெறும். அதாவதுகொடுக்கப்பட்டவெக்டர்கள் செங்குத்துவெக்டர்கள் எனில் வெக்டர் பெருக்கல் பெரும் மதிப்பைப் பெறும்.

$(\vec{A}\times\vec{B})_{\text{பெருமம்}}$ =AB $\hat{n}$

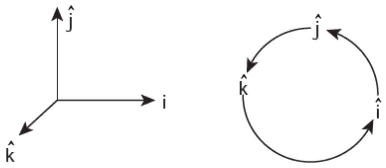
(iv) இரண்டுசுழியற்றவெக்டர்களின், வெக்டர் பெருக்கல் sin θ=0, என்றநிபந்தனையில் (θ=0°அல்லது 180°) சிறுமமதிப்பைப் பெறும்.$(\vec{A}\times\vec{B})_{\text{சிறுமம்}}$ =0. அதாவதுகொடுக்கப்பட்டவெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று இணையாகவோஅல்லதுஎதிராகவோஉள்ளபோதுஅவற்றின் வெக்டர் பெருக்கல் பலன் சுழியாகும்.

(v) தற்சார்புவெக்டர் பெருக்கல் அதாவதுஒருவெக்டரைஅதேவெக்டருடன் குறுக்குபெருக்கல் செய்யும்போதுஅதுசுழிமதிப்பைப் பெறும். அதனைசுழிவெக்டர் என்றுஅழைக்கலாம். $\vec{A}\times\vec{A}$= AA sin θ° $\hat{n}=\vec{0}$ இயற்பியலில் சுழிவெக்டர் எளிமையாகசுழிஎன்றேகுறிக்கப்படுகிறது.

(vi) ஓரலகுவெக்டர்களின் தற்சார்புவெக்டர் பெருக்கலும் சுழியாகும். $\hat{i}\times\hat{i}=\hat{j}\times\hat{j}=\hat{k}\times\hat{k}=0$

(vii) வலது கை திருகுவிதியின்படிசெங்குத்துஓரலகுவெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கல் கீழ்க்கண்டவாறுகாணப்படும்.

$\hat{i}\times\hat{j}=\hat{k}$, $\hat{j}\times\hat{k}=\hat{i}$ மற்றும் $\hat{k}\times\hat{i}=\hat{j}$



மேலும்,வெக்டர் பெருக்கல் பரிமாற்றுவிதிக்குஉட்படாததால்,கீழ்க்காணுமாறுஎழுதலாம்.

$\hat{j}\times\hat{i}=-\hat{k}$, $\hat{k}\times\hat{j}=-\hat{i}$ மற்றும் $\hat{i}\times\hat{k}=-\hat{j}$

(viii) வெக்டர் கூறு முறையில் இரண்டுவெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கலைகீழ்க்கண்டவாறுகண்டறியலாம்.

$$\vec{A}\times\vec{B}=\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}$$

$$=\hat{i}\left(A_yB_z-A_zB_y\right)$$
$$+\hat{j}\left(A_zB_x-A_xB_z\right)$$
$$+\hat{k}\left(A_xB_y-A_yB_x\right)$$

குறிப்பு: $\hat{j}$ கூறின் பெருக்கலின் வரிசையானது $\hat{i}$ thகூறு மற்றும் $\hat{k}$ thகூறுகளின் பெருக்கலின் வரிசையிலிருந்துமாறுபட்டுஉள்ளதைக் கவனிக்கவும்.

(ix) $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டுவெக்டர்களை இணைக்கரம் ஒன்றின் அடுத்தடுத்தபக்கங்களாகக் கருதினால், $\vec{A}\times\vec{B}$ - ன் எண்மதிப்பு $|\vec{A}\times\vec{B}|$ அவ்விணைகரத்தின் பரப்பளவைக் கொடுக்கும்.

இணைகரம் ஒன்றின் பரப்பளவு

ஒரு இணைகரத்தைநாம் இரண்டுசமஅளவுள்ளமுக்கோணமாகப் பிரிக்கமுடியும். வெக்டர் $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ இரு பக்கமாகக் கொண்டஒருமுக்கோணத்தின் பரப்பளவுஎன்பது $\frac{1}{2}|\vec{A}\times\vec{B}|$ க்குச் சமமாக இருக்கும்.

முக்கோணத்தின் பரப்பளவு

இயற்பியலில் பயன்படுத்தப்படும் பல்வேறுஅளவுகள் வெக்டர் பெருக்கலின் வாயிலாகவரையறைசெய்யப்படுகின்றன. குறிப்பாகச் சுழற்சியின் விளைவுகளை,எடுத்துக்காட்டும் திருப்புவிசை,கோணஉந்தம் போன்றஅளவுகளைவரையறைசெய்யும் போதுவெக்டர் பெருக்கல் பயன்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டுகள்

(ⅰ) திருப்புவிசை $\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}$ இங்கு $\vec{F}$ என்பதுவிசைமற்றும் $\vec{r}$ என்பதுபொருளின் நிலைவெக்டர் ஆகும்.

(ⅱ) கோணஉந்தம் $\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p}$ இங்கு $\vec{p}$ என்பதுநேர்க்கோட்டுஉந்தமாகும்.

(ⅲ) நேர்க்கோட்டத் திசைவேகம் $\vec{v} = \vec{\omega}\times\vec{r}$ இங்கு $\vec{\omega}$ என்பதுகோணத்திசைவேகமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.9

கொடுக்கப்பட்டவெக்டர் $\vec{r} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$ மற்றும் வெக்டர் $\vec{F} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ ஆகியவற்றின் தொகுபயன் வெக்டர் $\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}$ ஐ காண்க.

தீர்வு

$$\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & -2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\vec{\tau} = (12-(-10))\hat{i} + (15-8)\hat{j} + (-4-9)\hat{k}$$

$$\vec{\tau} = 22\hat{i} + 7\hat{j} - 13\hat{k}$$

2.5.3. வெக்டர் கூறுகளின் பண்புகள்

இரண்டுவெக்டர்கள் $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ ஆகியவைஒன்றுக்கொன்றுசமமாக இருப்பின்,அவற்றின் கூறுகளும் ஒன்றுக்கொன்றுசமமாக இருக்கும்.

$\vec{A} = \vec{B}$ என்க. கூறு முறையில்

$$A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$$

எனவே $A_x = B_x,\quad A_y = B_y,\quad A_z = B_z$

எடுத்துக்காட்டு 2.10

கொடுக்கப்பட்டவெக்டர் சமன்பாடுகளின் கூறுகளைஒப்பிடுக

அ) $\vec{F} = m\vec{a}$ இங்குmஒருநேர்க்குறிஎண்

ஆ) $\vec{p} = 0$

தீர்வு
நேர்வு : அ)

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k} = ma_x\hat{i} + ma_y\hat{j} + ma_z\hat{k}$$

வெக்டர் கூறுகளைஒப்பிடும் போது

$$F_x = ma_x, F_y = ma_y, \; F_z = ma_z$$

இது நமக்குஉணர்த்துவது,ஒருவெக்டர் சமன்பாடு மூன்று ஸ்கேலர் சமன்பாடுகளுக்கு இணையானதாகும்.
நேர்வு : ஆ)

$$\vec{p} = 0$$

$$p_x\hat{i} + p_y\hat{j} + p_z\hat{k} = 0\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}$$

வெக்டர் கூறுகளைஒப்பிடும் போது

$$p_x = 0, \quad p_y = 0, \quad p_z = 0$$

எடுத்துக்காட்டு 2.11
கொடுக்கப்பட்டவெக்டர் சமன்பாட்டிலிருந்து‘T’ ன் மதிப்பைக் காண்க:

$5\hat{j}$ -T $\hat{j}$ = 6 $\hat{j}$ +3T $\hat{j}$

தீர்வு

வெக்டர் கூறுகளைஒப்பிடும்போது

$$5 - 6 = 3T + T$$

$$-1 = 4T$$

$$T = -\frac{1}{4}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.12
கொடுக்கப்பட்டவெக்டர் சமன்பாட்டின் கூறுகளைஒப்பிடுக: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{F}_4$
தீர்வு
கார்டீசியன் ஆய அச்சுத் தொகுப்பின் அடிப்படையில் கொடுக்கப்பட்டவெக்டர் சமன்பாட்டைx,yமற்றும் z கூறுகளாகப் பகுத்துஅதன் கூறுகளைஒப்பிடவேண்டும்.

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = F_{4x}$$

$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = F_{4y}$$

$$F_{1z} + F_{2z} + F_{3z} = F_{4z}$$

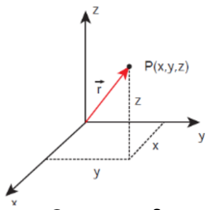
2.6 நிலைவெக்டர் (POSITION VECTOR)

எந்தஒருகுறிப்பிட்டநேரத்திலும் துகள் ஒன்றின் நிலையினைக் குறிப்பாயம் அல்லது ஆய அச்சுத் தொகுப்பினைப் பொருத்துகுறிப்பிடும் வெக்டர்,நிலைவெக்டர் ஆகும்.

P என்றபுள்ளியில் உள்ளதுகள் ஒன்றின் நிலைவெக்டாரைகீழ்காணுமாறுகுறிப்பிடலாம்.

$\vec{r}$ =x$\hat{i}$ +y $\hat{j}$ +z$\hat{k}$

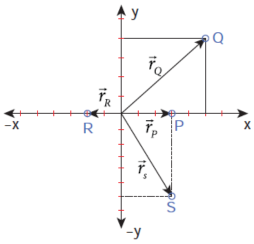
இங்குx,yமற்றும் zஆகியவைநிலைவெக்டர் $\vec{r}$ ன் கூறுகள் ஆகும். மேலும் $\hat{i}$, $\hat{j}$ மற்றும் $\hat{k}$ ஆகியவைசெங்குத்துஅச்சுகளானx,yமற்றும் zஅச்சில் செயல்படும் செங்குத்துஓரலகுவெக்டர்கள் ஆகும்.



கார்டீசியன் ஆய அச்சுத் தொகுப்பில் உள்ளநிலைவெக்டர்

எடுத்துக்காட்டு 2.13

படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளP,Q,R,Sபுள்ளிகளில் உள்ளதுகள்களின் நிலைவெக்டர்களைக் காண்க



தீர்வு

P புள்ளியில் உள்ளதுகளின் நிலைவெக்டர் $\vec{r}_P = 3\hat{i}$

Q புள்ளியில் உள்ளதுகளின் நிலைவெக்டர் $\vec{r}_Q = 5\hat{i} + 4\hat{j}$

R புள்ளியில் உள்ளதுகளின் நிலைவெக்டர் $\vec{r}_R = -2\hat{i}$

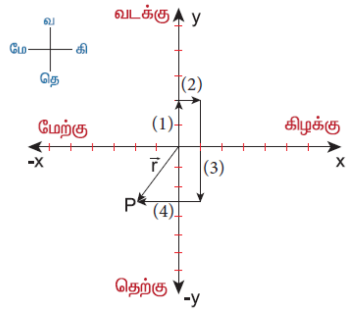
S புள்ளியில் உள்ளதுகளின் நிலைவெக்டர $\vec{r}_S = 3\hat{i} - 6\hat{j}$

எடுத்துக்காட்டு 2.14

தொடக்கத்தில் ஓய்வுநிலையில் உள்ளமனிதர் ஒருவர் (1) வடக்குநோக்கி 2 மீட்டரும் (2) கிழக்குநோக்கி 1 மீட்டரும் பின்பு (3) தெற்குநோக்கி 5 மீட்டரும் நடக்கிறார். இறுதியாக (4) மேற்குநோக்கி 3mநடந்துஓய்வுநிலைக்குவருகிறார். இறுதிநிலையில் அம்மனிதரின் நிலைவெக்டரைக் காண்க.

தீர்வு

படத்தில் காட்டியுள்ளவாறுநேர்குறிxஅச்சைகிழக்குதிசையாகவும்,நேர்குறிyஅச்சைவடக்குதிசையாகவும் கருதுக.



பயணமுடிவில் Pபுள்ளியைஅடைந்தமனிதரின் நிலைவெக்டர் $\vec{r} = 2\hat{i} - 3\hat{j}$ ஆகும். மேலும் இடப்பெயர்ச்சியின் திசைதென் மேற்குஆகும்.

2.7 கடந்ததொலைவுமற்றும் இடப்பெயர்ச்சி

கடந்ததொலைவு

கொடுக்கப்பட்டகால இடைவெளியில் பொருள் கடந்துசென்றபாதையின் மொத்தநீளம் கடந்ததொலைவுஎனப்படும். இது ஒருநேர்க்குறி ஸ்கேலர் அளவுஆகும்.

இடப்பெயர்ச்சி

கொடுக்கப்பட்டகால இடைவெளியில் பொருளின் இறுதிநிலைக்கும்,அதன் ஆரம்பநிலைக்கும் உள்ளவேறுபாடு இடப்பெயர்ச்சிஎனப்படும். மேலும் பொருளின் இருநிலைகளுக்கு இடையேஉள்ளமிகக்குறைந்ததொலைவுஎனவும் வரையறைசெய்யலாம். இடப்பெயர்ச்சியின்

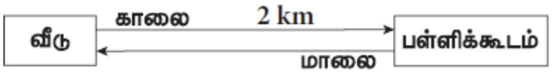
திசையானதுதொடக்கப்புள்ளியிலிருந்து இறுதிநிலைப் புள்ளியைநோக்கி இருக்கும். இது ஒருவெக்டர் அளவாகும். படத்தில் இடப்பெயர்ச்சிக்கும்,கடந்ததொலைவிற்கும் உள்ளவேறுபாட்டினைத் தெளிவாகக் காட்டுகிறது.

இடப்பெயர்ச்சிமற்றும் கடந்ததொலைவு

எடுத்துக்காட்டு 2.15

உங்கள் பள்ளிக்கூடம் உங்கள் வீட்டிலிருந்து 2kmதொலைவில் உள்ளதுஎனக்கருதுக. வீட்டிலிருந்துபள்ளிக்கூடத்திற்கும்,பின்னர் மாலைபள்ளிக்கூடத்திற்கும்,பின்னர் மாலைபள்ளிக்கூடத்திலிருந்துவீட்டிற்கும் வருகிறீர்கள் எனில், இந்நிகழ்ச்சியில் நீங்கள் கடந்துசென்றதொலைவுமற்றும் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சிஎன்ன?

தீர்வு:



இந்தபயணத்தில் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சிசுழி,ஏனெனில் ஆரம்பநிலைமற்றும் இறுதிநிலைஆகிய இரண்டும் ஒரேபுள்ளியாகும். ஆனால் கடந்ததொலைவு 4kmஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.16

ஒருதடகளவீரர் 50mஆரமுடையவட்டவடிவ ஓடு பாதையில் மூன்றுமுறைசுற்றிவருகிறார். அவர் கடந்ததொலைவுமற்றும் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சியைக் காண்க.

தீர்வு

துடகளவீரர் கடந்ததொலைவு

= 3xஓடு பாதையின் சுற்றளவு

= $3 \times 2\pi \times 50\text{m} = 300\ \pi\text{m}$

(அல்லது)

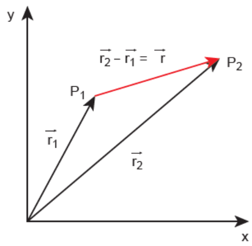
கடந்ததொலைவு= 300x3.14=942m

தடகளவீரர் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சிசுழி,ஏனெனில் தடகளவீரரின் தொடக்கநிலைமற்றும் இறுதிநிலைஆகியவைஒரேபுள்ளியில் உள்ளன.

2.7.1. கார்டீசியன் ஆய அச்சுத்தொகுப்பில் இடப்பெயர்ச்சிவெக்டர்

நிலைவெக்டரைஅடிப்படையாகக் கொண்டு இடப்பெயர்ச்சிவெக்டரைஎவ்வாறுஅமைப்பதுஎன்பதுபின்வருமாறுவிளக்கப்பட்டுள்ளது. துகள் ஒன்றுநிலைவெக்டர் $\vec{r}_1 = x_1\hat{i} + y_1\hat{j} + z_1\hat{k}$ கொண்ட P_1புள்ளியிலிருந்துநிலைவெக்டர் $\vec{r}_2 = x_2\hat{i} + y_2\hat{j} + z_2\hat{k}$ கொண்டP_2 புள்ளிக்குநகர்கின்றதுஎன்க. இத்துகளின் இடப்பெயர்ச்சிவெக்டரைகீழ்க்கண்டவாறுஎழுதலாம்.

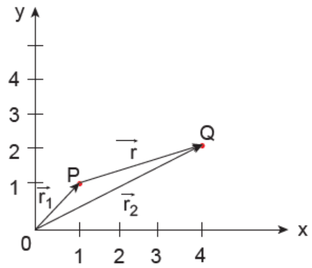
$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$
$$= (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k}$$



இடப்பெயர்ச்சிவெக்டர்

எடுத்துக்காட்டு 2.17

படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறுதுகள் ஒன்று Pபுள்ளியிலிருந்துQபுள்ளிக்குநகர்கின்றதுஎனில்,அத்துகளின் இடப்பெயர்ச்சிவெக்டர் மற்றும் இடப்பெயர்ச்சியின் எண்மதிப்பையும் காண்க.



தீர்வு

இடப்பெயர்ச்சிவெக்டர் $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

இங்கு

$\vec{r}_1 = \hat{i} + \hat{j}$ மற்றும் $\vec{r}_2 = 4\hat{i} + 2\hat{j}$

$$\therefore \Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \left(4\hat{i} + 2\hat{j}\right) - \left(\hat{i} + \hat{j}\right)$$

$$= \left(4-1\right)\hat{i} + \left(2-1\right)\hat{j}$$

$$\therefore \Delta\vec{r} = 3\hat{i} + \hat{j}$$

இடப்பெயர்ச்சிவெக்டரின் எண்மதிப்பு$\Delta \vec{r} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$ அலகு.

2.8 வகைநுண்கணிதம் (Differential Calculus)

சார்புபற்றியகருத்து (Concept of a function)

(ஸ)எந்தஒரு இயற்பியல் அளவும்,கணிதவியலின் ஒருசார்பாக (function) குறிக்கப்படுகிறது.எடுத்துக்காட்டாகவெப்பநிலைT ஐக் கருதுவோம். சுற்றுச்சூழலின் வெப்பம் நாள் முழுவதும் ஒரேசீராக இருப்பதில்லை. அதுநண்பகலில் அதிகரிக்கவும்,மாலைவேளையில் குறையவும் செய்கிறது.

நாம் கருதும் எந்தவொரு“t”நேரத்திலும் வெப்பநிலைTஒருகுறிப்பிட்டமதிப்பினைப் பெற்றிருக்கும். கணிதவிதிகளின் அடிப்படையில் இதனை‘T(t)’எனக் குறிப்பிடலாம்.மேலும் இதனை“நேரத்தைச் சார்ந்தவெப்பநிலை”எனஅழைக்கலாம். இதிலிருந்துநாம் அறிந்துகொள்வதுஎன்னவெனில் நேரம் “t” கொடுக்கப்பட்டால் அந்தகுறிப்பிட்டநேரத்தில் உள்ளவெப்பநிலையைசார்பு‘T(t)’கொடுக்கும். இதே போன்றுxஅச்சின் திசையில் செல்லும் பேருந்துஒன்றின் இயக்கத்தினைx(t)எனக் குறிப்பிடலாம். அதாவதுxஎன்பதுநேரத்தைச் சார்ந்தஒருசார்புஆகும். இங்குxஎன்பதுஅந்தபேருந்தின் x ஆய அச்சினைக் குறிக்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு

$f(x) = x^2$என்றசார்பைக் கருதுக. சிலநேரங்களில் இதனை$y=x^2$எனவும் குறிப்பிடலாம். இங்குyஎன்பதுxஐச் சார்ந்தமாறி,ஆனால் xஎன்பதுசார்பற்றமாறிஆகும். x ல் மாற்றம் ஏற்படும்போதெல்லாம் yயிலும் மாற்றம் ஏற்படும் என்பதை இது உணர்த்துகிறது.

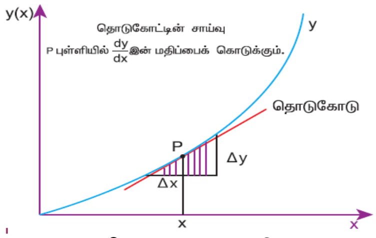
இயற்பியல் அளவுஒன்றினைச் சார்புவடிவில் குறிப்பிட்டபின்பு,அந்தசார்புநேரத்தைப் பொருத்துஎவ்வாறுமாறுபடுகிறது (அல்லது) இயற்பியல் அளவுசார்பற்றமாறிகளைப் பொருத்துஎவ்வாறுமாறுபடுகிறதுஎன்பதைஅறியலாம். எந்தஒரு இயற்பியல் அளவில் ஏற்படும் மாற்றத்தையும் பகுத்துஆராயநுண்கணிதம் (Calculus) என்றகணிதவியலின் பிரிவுபயன்படுத்தப்படுகிறது.

$y = f(x)$ என்பதுஒருசார்புஎனில் x ஐப் பொருத்துy இன் முதல் வகைக்கெழுவை $\frac{dy}{dx}$ எனக்குறிப்பிடலாம். கணிதவியலின்படி$y = f(x)$ என்பதுx இன் பல்வேறுமதிப்புகளுக்குy இல் ஏற்படும் மாற்றத்தைஎடுத்துக் காட்டுகிறது.

கணிதகோட்பாட்டின்படிவகைக்கெழு $\frac{dy}{dx}$ கீழ்க்கண்டவாறுவரையறைசெய்யப்படுகிறது.

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{y(x+\Delta x) - y(x)}{\Delta x}$$
$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Δxசுழியினைநெருங்கும்போது ($\Delta x \to 0$) $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ அடையும் எல்லையை $\frac{dy}{dx}$ காட்டுகிறது.



சார்பின் வகைக்கெழு

எடுத்துக்காட்டு 2.18

$y = x^2$என்றசார்பினைக் கருதுக. 'சார்புஎல்லை'கருத்தைப் பயன்படுத்தி$x = 2$என்றபுள்ளியில் அதன் வகைக்கெழு $\frac{dy}{dx}$ ஐக் காண்க.

தீர்வு

$x_1 = 2$மற்றும்$x_2 = 3$என்ற இரண்டுபுள்ளிகளைக் கருதினால் $y_1 = 4$மற்றும் $y_2 = 9$என்ற இரண்டுபுள்ளிகள் கிடைக்கும்.

இங்கு $\Delta x = 1$ மற்றும் $\Delta y = 5$

எனவே, $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{9-4}{3-2} = 5$

$x_1 = 2$மற்றும் $x_2 = 2.5$ எனில் $y_1 = 4$மற்றும் $y_2 = (2.5)^2 = 6.25$எனக் கிடைக்கும்

இங்கு $\Delta x = 0.5 = \frac{1}{2}$ மற்றும் $\Delta y = 2.25$

எனவே, $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6.25-4}{0.5} = 4.5$

$x_1 = 2$மற்றும் $x_2 = 2.25$ எனில் $y_1 = 4$மற்றும் $y_2 = 5.0625$ எனக் கிடைக்கும்.

இங்கு$\Delta x = 0.25 = \frac{1}{4}$ மற்றும$\Delta y = 1.0625$எனவே,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5.0625-4}{0.25} = \frac{(5.0625-4)}{\frac{1}{4}}$$
$$= 4(5.0625-4) = 4.25$$

$x_1 = 2$மற்றும் $x_2 = 2.1$ எனில் $y_1 = 4$மற்றும் $y_2 = 4.41$ எனக் கிடைக்கும்.

இங்கு$\Delta x = 0.1 = \frac{1}{10}$ மற்றும்$\Delta y = 0.41$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(4.41-4)}{\frac{1}{10}} = 10(4.41-4) = 4.1$$

முடிவுகள் கீழ்க்கண்டவாறுஅட்டவணைப் படுத்தப்பட்டுள்ளன.

x_1	x_2	Δx	y_1	y_2	$\frac{\Delta y}{\Delta x}$
2	2.25	0.25	4	5.0625	4.25
2	2.1	0.1	4	4.41	4.1
2	2.01	0.01	4	4.0401	4.01
2	2.001	0.001	4	4.004001	4.001
2	2.0001	0.0001	4	4.00040001	4.0001

மேற்கண்டஅட்டவணையிலிருந்துபின்வரும் முடிவுகளைப் பெறலாம்.

- Δxசுழியினைநெருங்கும்போது $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ எண்மதிப்பு 4 என்றஎல்லையைநெருங்குகிறது.
- $x = 2$ என்றபுள்ளியில்,வகைக்கெழு $\frac{dy}{dx}=4$ஆகும்.
- மற்றொருகவனிக்கவேண்டியஅம்சம் என்னவெனில்,$\Delta x\to$என்பதை$\Delta x=0$எனக் கருதக்கூடாது. ஏனெனில் $\Delta x=0$ என்றுபிரதியிட்டால் $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ஐ வரையறுக்கமுடியாது.
- பொதுவாகசார்புy= x^2ன் வகைக்கெழுவைக் கீழ்க்கண்டவாறுகாணலாம்.
-

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{(x+\Delta x)^2-x^2}{\Delta x}=\frac{x^2+2x\Delta x+\Delta x^2-x^2}{\Delta x}$$

$$=\frac{2x\Delta x+\Delta x^2}{\Delta x}=2x+\Delta x$$

$$\frac{dy}{dx}=\lim_{\Delta x\to 0}2x+\Delta x=2x$$

பின்வரும் அட்டவணை இயற்பியலில் பயன்படுத்தப்படும் சிலபொதுவானசார்புகளையும்,அவற்றின் வகைக் கெழுக்களையும் காட்டுகிறது.

சார்பு	வகைக்கெழு
y = x	dy/dx = 1
$y = x^2$	$dy/dx = 2x$
$y = x^3$	$dy/dx = 3x^2$
$y = x^n$	$dy/dx = nx^{n-1}$
y = sinx	dy/dx = cosx
y=cosx	dy/dx = −sinx
y = மாறிலி	dy/dx = 0
$y = AB$	$dy/dx = A\left(\frac{dB}{dx}\right)+\left(\frac{dA}{dx}\right)B$

இயற்பியலில்,திசைவேகம்,வேகம் மற்றும் முடுக்கம் ஆகியவை நேரம்tஐப் பொருத்தவகைக்கெழுக்கள் ஆகும். அவற்றைப்பற்றிஅடுத்தபகுதியில் காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.19

கொடுக்கப்பட்டசார்புx = $A_0+ A_1t+ A_2t^2$ ன் வகைக்கெழுவினைt ஐ பொறுத்துக் காண்க. இங்குA_0 , A_1மற்றும் A_2ஆகியவைமாறிலிகள் ஆகும்.

தீர்வு

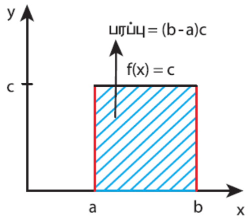
இங்குசார்பற்றமாறி tமற்றும் சார்புடையமாறிx ஆகும். நமக்குத் தேவையானவகைக்கெழு

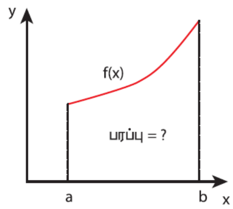
$dx/dt = 0+A_1+2\,A_2t$

இரண்டாம் படிவகைக்கெழு $\frac{d^2x}{dt^2}$ =2 A_2 ஆகும்.

2.9 தொகைநுண்கணிதம் (Integral Calculus)

தொகையிடல் என்பதுபரப்பினைக் கண்டறியும் ஒருசெயலாகும். சிலஒழுங்கானவடிவங்களுக்குளளிதாகபரப்பினைக் கண்டறியலாம். ஆனால் ஒழுங்கற்றவடிவங்களின் பரப்பினைஅவ்வாறுகாணமுடியாது. இத்தகையநேர்வுகளில் தொகைநுண்கணிதத்தைப் பயன்படுத்திஎளிமையாகபரப்பினைக் காணலாம். எடுத்துக்காட்டாகபடத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளசெவ்வகம் மற்றும் ஒழுங்கற்றவளைகோடுஆகியவற்றைக் கருதுக. செவ்வகத்தின் பரப்புA=நீளம் xஅகலம்= (b-a)cஎனஎளிதாகக் கண்டறியலாம். ஆனால் ஒழுங்கற்றவளைகோட்டின் கீழேஅமையும் பரப்பைஅவ்வாறுகாணமுடியாது.



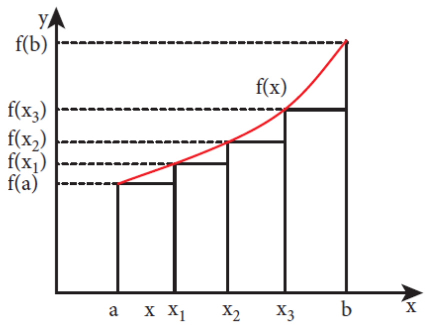


செவ்வகம் மற்றும் ஒழுங்கற்றவளைகோட்டின் கீழேஏற்படும் பரப்பு

f(x)என்றசார்பாகக் கருதப்படும் ஒழுங்கற்றவளைகோட்டிற்குகீழேஉள்ளபரப்பினைப் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. செவ்வகப் பட்டைகளாகப் பிரித்து,அவற்றின் கூடுதலைஒழுங்கற்றவளைகோட்டிற்குக் கீழேஉள்ளபரப்பின் தோராயமாகக் கொள்ளலாம்.

$$A \approx f(a)\Delta x + f(x_1)\Delta x + f(x_2)\Delta x + f(x_3)\Delta x$$

இங்குf(a) என்பதுx = a என்றநிலையில் f(x) இன் மதிப்பாகும். மேலும்$f(x_1)$ என்பதுx = x_1என்றநிலையில் f(x) இன்மதிப்பாகும். இவ்வாறேமற்றமதிப்புகளையும் காணவேண்டும். செவ்வகப்பட்டைகளின் எண்ணிக்கைஅதிகரிக்கும்போது,பரப்பைஅளவிடுதலின் துல்லியத்தன்மைமென்மேலும் அதிகரிக்கும்.



வளைகோட்டிற்குகீழேஉள்ளபரப்புசெவ்வகப்பட்டைகளின் மொத்தப்பரப்பினால் குறிக்கப்படுகிறது.

வளைகோட்டிற்குக் கீழேஉள்ளபரப்பினைNபட்டைகளாகப் பகுக்கும்போது,வளைகோட்டிற்குக் கீழேஉள்ளபரப்பை

$$A \approx \sum_{n=1}^{N} f(x_n)\Delta x_n$$

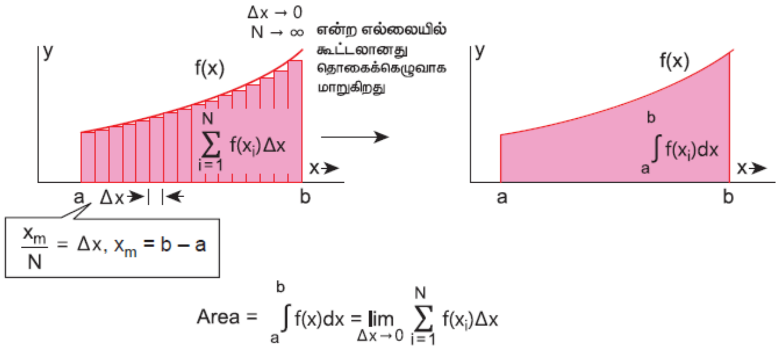
எனக் குறிப்பிடலாம்.

செவ்வகப் பட்டைகளின் எண்ணிக்கைஈறிலாமதிப்பினைநெருங்கும்போது$N\rightarrow\infty$அவற்றின் கூடுதல்,தொகையிடலாகமாறுகிறது.

$$A=\int_a^b f(x)\,dx$$

(குறிப்பு : $N\rightarrow\infty$, எனில் $\Delta x\rightarrow 0$)

இந்தத் தொகையிடல் வளைகோடுf(x)க்குகீழேஉள்ளமொத்தப் பரப்பினைக் கொடுக்கிறது.



கூடுதலுக்கும் தொகையிடலுக்கும் உள்ளதொடர்பு

எடுத்துக்காட்டுகள்:

பொருளொன்றுaபுள்ளியிலிருந்துbபுள்ளிக்குஒருபரிமாண இயக்கத்தில் நகரும்போதுவிசைf(x) ஆல் செய்யப்பட்டவேலையைகீழ்க்கண்டவாறுகுறிப்பிடலாம்.

$$W=\int_a^b F(x)\,dx$$

(இங்கு ஸ்கேலர் பெருக்கல் அவசியமில்லை. ஏனெனில் பொருள் ஓர்பரிமாண இயக்கத்தைமேற்கொள்கிறது)

1) விசையினால் செய்யப்பட்டவேலை,விசை-இடப்பெயர்ச்சிவளைகோட்டிற்குகீழேஉள்ளபரப்பிற்குச் சமம்.

விசையினால் செய்யப்பட்டவேலை

2) t=0 மற்றும் t= t_1என்றசிறியகால இடைவெளியில் விசையினால் ஏற்பட்டகணத்தாக்கைதொகையிடல் மூலம் கணக்கிடலாம்.

கணத்தாக்குI = $\int_0^{t_1} F\,dt$

விசைச் சார்புF(t) மற்றும் நேரம் (t)வரைபடத்தின் பரப்பு,கணத்தாக்கிற்குச் சமம்.

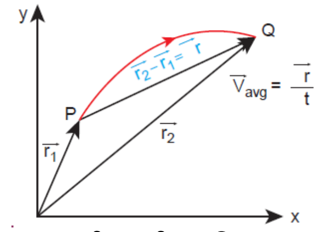
விசையினால் ஏற்படும் கணத்தாக்கு

சராசரித் திசைவேகம்

தொடக்கத்தில் Pஎன்றபுள்ளியில் உள்ளதுகள் ஒன்றைக் கருதுக. அதன் நிலைவெக்டர் $\vec{r}_1$ஆகும்.Δtஎன்றசிறியகால இடைவெளியில் அத்துகள் Qஎன்றபுள்ளியைஅடைகிறது. ஆதன் நிலைவெக்டர் $\vec{r}_2$ ஆகும்துகளின் இடப்பெயர்ச்சிவெக்டர்$\Delta\vec{r}=\vec{r}_2$ - $\vec{r}_1$இடப்பெயர்ச்சிவெக்டர் மற்றும் அதற்கானகால இடைவெளிஆகியவற்றின் விகிதம் சராசரிதிசைவேகத்தினைக் கொடுக்கும்.

$$\vec{v}_{avg}=\frac{\Delta\overleftarrow{r}}{\Delta t}$$

இது ஒருவெக்டர் அளவாகும். சராசரித் திவைவேகத்தின் திசை, இடப்பெயர்ச்சிவெக்டரின் திசையில் $(\Delta\vec{r})$ அமையும்.



சராசரித் திசைவேகம்

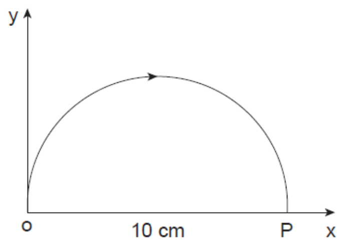
சராசரிவேகம்

துகள்கடந்துசென்றபாதையின் மொத்தநீளத்திற்கும்,எடுத்துக்கொண்டகால இடைவெளிக்கும் உள்ளதகவு,சராசரிவேகமாகும்.

சராசரிவேகம் =பாதையின் மொத்தநீளம் /மொத்த நேரம்

எடுத்துக்காட்டு 2.20

படத்தில் உள்ளவாறுபொருளொன்றுOபுள்ளியிலிருந்துPபுள்ளிக்கு 5 வினாடியில் கடந்துசெல்கிறது. அப்பொருளின் சராசரித் திசைவேகம் மற்றும் சராசரிவேகம் ஆகியவற்றைகாண்க:



சராசரித் திசைவேகம் $\vec{v}_{avg}=\dfrac{\vec{r}_P-\vec{r}_O}{\Delta t}$

இங்கு $\Delta t = 5\ s$

$\vec{r}_O = 0$

$\vec{r}_P = 10\hat{i}$

$\vec{v}_{avg} = \dfrac{10\hat{i}}{5} = 2\hat{i}\,cm\,s^{-1}$

சராசரித் திசைவேகம் நேர்க்குறிxஅச்சுதிசையில் உள்ளது.

சராசரிவேகம் $=\dfrac{\text{பாதையின் மொத்த நீளம்}}{\text{மொத்த நேரம்}}$

$$=\frac{5\pi\ cm}{5}=\pi\,cm\,s^{-1}\approx 3.14\ cm\,s^{-1}$$

இங்குசராசரிவேகம்,சராசரித் திசைவேகத்தைவிடஅதிகம் என்பதைப் புரிந்துகொள்ளவேண்டும்.

உடனடித் திசைவேகம் (அல்லது) திசைவேகம்.

tநேரத்தில் இருக்கும் உடனடித் திசைவேகம் அல்லதுஎளிமையாகtநேரத்தில் திசைவேகம் என்பது$\Delta t\rightarrow 0$.என்றநிபந்தனையில் கிடைக்கப்பெறும் சராசரித் திசைவேகம் ஆகும்.

மேலும் திசைவேகம் என்பதுநேரத்தைப் பொருத்துநிலைவெக்டர் மாறும் வீதமாகும். இது ஒருவெக்டர் அளவாகும்.

$$\vec{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{d\vec{r}}{dt}$$

வெக்டர் கூறுமுறையில் துகள் ஒன்றின் திசைவேகம்

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}\right)$$
$$= \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}.$$

இங்கு $\frac{dx}{dt} = v_x$ = திசைவேகத்தின் x கூறு

$\frac{dy}{dt} = v_y$ = திசைவேகத்தின் y கூறு

$\frac{dz}{dt} = v_z$ = திசைவேகத்தின் z கூறு

திசைவேகத்தின் எண்மதிப்புவேகம் எனப்படும் அதனை எ எனகுறிப்பிடலாம்.

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

வேகம் எப்போதும் ஒருநேர்க்குறி ஸ்கேலர் ஆகும். வேகத்தின் அலகு$\mathrm{m\ s^{-1}}$ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.21

துகளொன்றின் நிலைவெக்டர் $\vec{r} = 2t\,\hat{i} + 3t^2\,\hat{j} - 5\hat{k}$

அ) tஎன்றஎந்தவொருநேரத்திலும் உள்ளதிசைவேகம் மற்றும் வேகத்தினைக் கணக்கிடுக:

ஆ) t= 2 வினாடிஎன்றநேரத்தில் உள்ளதிசைவேகம் மற்றும் வேகத்தினைக் கணக்கிடுக

தீர்வு:

திசைவேகம் $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 2\hat{i} + 6t\,\hat{j}$

$v(t) = \sqrt{2^2 + (6t)^2}\ \mathrm{ms^{-1}}$

t=2 வினாடியில் துகளின் திசைவேகம் $\vec{v}\,(2s) = 2\hat{i} + 12\,\hat{j}$

t=2 வினாடியில் துகளின் திசைவேகம்

$$v\ (2\ \mathrm{s}) = \sqrt{2^2 + 12^2} = \sqrt{4 + 144}$$
$$= \sqrt{148} \approx 12.16\,m\,s^{-1}$$

துகளானதுx,yதிசைகளில் திசைவேகத்தின் கூறுகளைப் பெற்றுள்ளதுzதிசையில் நிலைவெக்டர் (-5) என்றமாறாதமதிப்பினைப் பெற்றுள்ளது. இது நேரத்தைச் சா்ந்ததல்ல. எனவேz- திசையில் திசைவேகத்தின் கூறு சுழியாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.22

A,Bமற்றும் Cஎன்ற மூன்றுதுகள்களின் திசைவேகங்கள் கீழேகொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இவற்றுள் எந்தத் துகள் அதிகவேகத்தில் செல்லும்.

$$\overrightarrow{v_A} = 3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}$$
$$\overrightarrow{v_B} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$$
$$\overrightarrow{v_C} = 5\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$$

தீர்வு:

நாம் அறிந்தபடிவேகம் என்பது,திசைவேகத்தின் எண்மதிப்புஆகும். எனவே,

A துகளின் வேகம் $=\left|\overrightarrow{v_A}\right| = \sqrt{(3)^2+(-5)^2+(2)^2}$

$= \sqrt{9+25+4} = \sqrt{38}$ m s^{-1}

B துகளின் வேகம் $=\left|\overrightarrow{v_B}\right| = \sqrt{(1)^2+(2)^2+(3)^2}$

$= \sqrt{1+4+9} = \sqrt{14}$ m s^{-1}

C துகளின் வேகம் $=\left|\overrightarrow{v_C}\right| = \sqrt{(5)^2+(3)^2+(4)^2}$

$= \sqrt{25+9+16} = \sqrt{50}$ m s^{-1}

C துகள் மற்ற துகள்களைவிட வேகமாகச் செல்லும்

$$\sqrt{50} > \sqrt{38} > \sqrt{14}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.23

இரண்டுகார்களில் ஒன்று $\vec{v}_1 = 10$ ms^{-1} என்றதிசைவேகத்தில் கிழக்காகவும் மற்றொன்று $\vec{v}_2 = 10$ ms^{-1}என்றதிசைவேகத்தில் மேற்காகவும் செல்கின்றன. அவற்றின் வேகங்களைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு

இரண்டுகார்களும் வெவ்வேறானதிசையில் ஒரேஎண்மதிப்புடையதிசைவேகத்தில் செல்கின்றன. எனவே இரண்டுகார்களும் வெவ்வேறுதிசைவேகத்தில் செல்கின்றனஎனக் கருதலாம். ஆனால் திசைவேகத்தின் எண்மதிப்புவேகம் ஆகும். இதற்குத் திசை இல்லை. எனவே இரண்டுகார்களும் வெவ்வேறுதிசைகளில் சென்றாலும் சமவேகத்தில் செல்கின்றனஎன்பதைஅறியலாம்.

வேகம் காட்டும் கருவி

உந்தம்

துகள் ஒன்றின் நேர்க்கோட்டுஉந்தம் அல்லதுஉந்தம் என்பதஅத்துகளின் நிறைக்கும்,அதன் திசைவேகத்திற்கும் உள்ளபெருக்கற்பலன் ஆகும். இதனைஎனக் குறிப்பிடலாம். இது ஒருவெக்டர் அளவுஆகும். $\vec{p} = m\vec{v}$.

திசைவேகத்தின் திசையிலேயேஉந்தத்தின் திசையும் இருக்கும். உந்தத்தின் எண்மதிப்புதுகளின் நிறைமற்றும் வேகத்தின் பெருக்கல் பலனுக்குச் சமம். p= mv

கூறுமுறையில் உந்தத்தினை பின் வருமாறுகுறிப்பிடலாம். $p_x\hat{i} + p_y\hat{j} + p_z\hat{k} = mv_x\hat{i} + mv_y\hat{j} + mv_z\hat{k}$

இங்கு

P_x =உந்தத்தின் x -கூறு, இது mv_xக்குச் சமம்

P_y =உந்தத்தின் y -கூறு, இது mv_yக்குச் சமம்

P_z =உந்தத்தின் z -கூறு, இது mv_zக்குச் சமம்

நியூட்டன் விதிகளில் உந்தத்தின் பங்குமிகமுக்கியமானதாகும். பின்வரும் எடுத்துக்காட்டிலிருந்துஉந்தத்தின் இயற்பியல் முக்கியத்துவத்தினைஅறியலாம்.

ஒருவண்ணத்துப்பூச்சிசிறியகல் ஆகிய இரண்டும் 5ms^{-1}என்றதிசைவேகத்தில் உங்கள் மீதுமோதுகிறதுஎன்க. மோதலின் விளைவுகள் இரண்டும் சமமாக இருப்பதில்லை. ஏனெனில் விளைவுதிசைவேகத்தினைமட்டும் பொருத்ததில்லை. நிறையையும் பொருத்தது.

சிறியகல்லின் நிறை,வண்ணத்துப்பூச்சியின் நிறையைவிடஅதிகம். எனவேசிறியகல்லின் உந்தம் வண்ணத்துப் பூச்சியின் உந்தத்தைவிடஅதிகம். ஆகவே இயக்கத்தில் உள்ளபொருளின் நிலையைவிளக்குவதில் உந்தத்தின் பங்குமிகஅதிகமாகும்.

உந்தத்தின் அலகுkg m s^{-1}ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.24

10gமற்றும் 1kgநிறைகொண்ட இரண்டுபொருட்கள் 10 ms^{-1} என்றஒரேவேகத்தில் செல்கின்றன. அவற்றின் உந்தங்களின் எண்மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு

p = mv என்க.

10gநிறையுடையபொருளின் உந்தம்.

P=0.01x10=0.1 kg ms^{-1}

1kg நிறையுடையபொருளின் உந்தம்.

P=1x10=10 kg ms^{-1}

இரண்டும் ஒரேவேகத்தில் சென்றாலும் கனமானபொருளின் உந்தம்,லேசானபொருளின் உந்தத்தைவிட 100 மடங்குஅதிகம் என்பதை இந்தஎடுத்துக்காட்டிலிருந்துஅறியலாம்.

2.10 ஒருபரிமாண இயக்கம்

2.10.1 சராசரித் திசைவேகம்

துகளொன்றுஒருபரிமாணத்தில் இயங்குகிறதுஎன்க. எடுத்துக்காட்டாகxதிசையில் இயங்குகிறதுஎன்றுஎடுத்துக்கொண்டால் அத்துகளின் சராசரித் திசைவேகம்

$$= \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}.$$

சராசரித் திசைவேகம் ஒருவெக்டர் அளவாகும். ஆனால் ஒருபரிமாணத்தில் நமக்கு இரண்டுதிசைகள் மட்டுமேசாத்தியம் (நேர்க்குறிமற்றும் எதிர்க்குறிxதிசை)எனவேதிசையிகைக் குறிக்கநேர்க்குறிமற்றும் எதிர்க்குறி இரண்டினையும் பயன்படுத்தலாம்.

உடனடித் திசைவேகம் அல்லதுதிசைவேகத்தினைப் பின்வருமாறுவரையறுக்கலாம்.

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

வரைபடமுறையில் துகளின் இடப்பெயர்ச்சி நேரம் வரைபடத்தின் சாய்வு,துகளின் திசைவேகத்தினைக் கொடுக்கும். அதேநேரத்தில் துகளின் திசைவெகம்- நேரம் வரைபடத்தின் வளைகோட்டிற்குகீழேஉள்ளபரப்பு இடப்பெயர்ச்சிமற்றும் கடந்ததொலைவினைக் கொடுக்கும். அதனைப் பினவருமாறுவிளக்கலாம்.

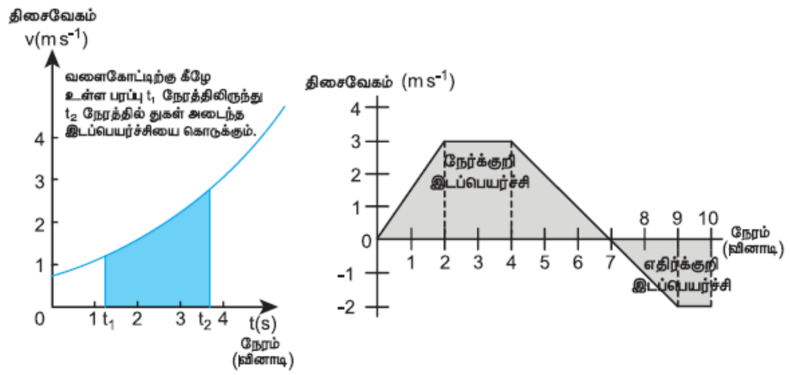
நாமறிந்தபடி,திசைவேகம் $= \frac{dx}{dt} = v$

எனவேdx= vdtஎனஎழுதலாம்.

இரண்டுபக்கமும் தொகைப்படுத்த $\int_{x_1}^{x_2} dx = \int_{t_1}^{t_2} v\, dt$ எனக்கிடைக்கும்.

முற்பகுதியில் கூறப்பட்டபடிதொகையிடல் என்பதுவளைகோட்டிற்குகீழேஉள்ளபரப்பினைக் காண்பதற்குச் சமம். எனவே $\int_{t_1}^{t_2} v\, dt$ என்றபதம் திசைவேகம்,காலத்தின் சார்பாகஉள்ளபோதுஏற்படும்வளைகோட்டிற்குகீழேஉள்ளபரப்பினைக் குறிக்கிறது.

இடதுகைப் பக்கமுள்ளதொகையிடல் t_1நேரத்திலிருந்துt_2நேரத்தில்துகள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சியைக் குறிக்கிறது. திசைவேகம்



திசைவேகம் - நேரம் வரைபடத்தில் இடப்பெயர்ச்சி

2.10.1 ஒருபரிமாணமற்றும் இருபரிமாண இயக்கத்தில் சார்புத் திசைவேகம்

A மற்றும் Bஎன்ற இரண்டுபொருட்கள் வெவ்வேறுதிசைவேகங்களில் செல்கின்றனஎன்க. B பொருளைப் பொருத்துAபொருளின் திசைவேகம் என்பதுBபொருளைப் பொருத்துAபொருளின் சார்புத் திசைவேகம் எனப்படும்.

நேர்வு -1

A,Bஎன்ற இரண்டுபொருள்கள் படத்தில் உள்ளவாறுV_A மற்றும் V_Bஎன்றசீரானதிசைவேகங்களில் நேர்க்கோட்டுப்பாதையில் தரையைப் பொருத்துஒரேதிசையில் செல்கின்றன.

$$\overrightarrow{V_A}\ ,\ \overrightarrow{V_B}$$

B பொருளைப் பொருத்துAபொருளின் சார்புத்திசைவேகம் $\vec{V}_{AB} = \overrightarrow{V_A} - \overrightarrow{V_B}$

A பொருளைப் பொருத்துBபொருளின் சார்புத்திசைவேகம் $\vec{V}_{BA} = \overrightarrow{V_B} - \overrightarrow{V_A}$

எனவே, இரண்டுபொருட்கள் ஒரேதிசையில் இயங்கும் போது. ஒருபொருளைப் பொருத்துமற்றொன்றின் சார்புத்திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பு, இவ்விரண்டுபொருள்களின் திசைவேகங்களின் எண் மதிப்புகளின் வேறுபாட்டிற்குச் சமமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.26

A மற்றும் Bஎன்ற இரண்டுகார்கள் இணையானபாதையில் ஒரேதிசையில் தரையைப் பொருத்துசீரானதிசைவேகத்தில் செல்கின்றன. A மற்றும் Bகார்களின் திசைவேகங்கள் முறையே 35km h^{-1}மற்றும் 40 km h^{-1}கிழக்காகசெல்கின்றன. Aகாரினைப் பொருத்துBகாரின் சார்புத் திசைவேகம் என்ன?

தீர்வு

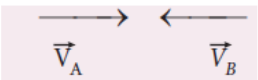
Aகாரினைப் பொருத்துB காரின் சார்புத் திசைவேகம் $\vec{v}_{BA} = \vec{v}_B - \vec{v}_A = 5$ km h^{-1}கிழக்குதிசையில்

இதே போன்றுBகாரினைப் பொருத்துAகாரின் சார்புத் திசைவேகம்

$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B = 5$ km h^{-1}மேற்குத்திசையில் A காரில் உள்ளபயணிக்குBகாரானதுகிழக்குநோக்கி5km h^{-1}என்றதிசைவேகத்தில் செல்வதுபோன்றுதோன்றும். Bகாரில் உள்ளபயணிக்குA காரானதுமேற்குநோக்கி5km h^{-1}என்றதிசைவேகத்தில் செல்வதுபோன்றுதோன்றும்.

நேர்வு– 2

A, B என்ற இரண்டுபொருட்கள் V_Aமற்றும் V_Bஎன்றசீரானதிசைவேகங்களில் ஒன்றுக்கொன்றுஎதிர் திசையில் நேரானபாதையில் செல்கின்றன.



Bபொருளைப் பொருத்துA பொருளின் சார்புத் திசைவேகம்

$$\vec{V}_{AB} = \vec{V}_A - (-\vec{V}_B) = \vec{V}_A + \vec{V}_B$$

Aபொருளைப் பொருத்துB பொருளின் சார்புத் திசைவேகம்

$$\vec{V}_{BA} = -\vec{V}_B - \vec{V}_A = -(\vec{V}_A + \vec{V}_B)$$

எனவே இரண்டுபொருட்கள் ஒன்றுக்கொன்றுஎதிர் திசையில் இயங்கும் போது,ஒருபொருளைப் பொருத்துமற்றொருபொருளின் சார்புத் திசைவேகமானது, இரண்டுபொருட்களின் திசைவேகங்களின் எண் மதிப்புகளின் கூடுதலுக்குச் சமமாகும்.

நேர்வு– 3

$\vec{v}_A$ மற்றும் $\vec{v}_B$திசைவேகத்தில் இரண்டுபொருட்கள் θகோணத்தில் இயங்கும் போது. Bபொருளைப் பொருத்துAபொருளின் சார்புத் திசைவேகம் $\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$

சார்புத் திசைவேகத்தின் எண்மதிப்புமற்றும் திசைகீழ்கண்டவாறுவழங்கப்படுகிறது.

$v_{AB} = \sqrt{v_A^2 + v_B^2 - 2 v_A v_B \cos\theta}$ மற்றும்

$$\tan \beta = \frac{v_B \sin\theta}{v_A - v_B \cos\theta}$$

(இங்குβஎன்பது $\vec{v}_{AB}$ மற்றும் $\vec{v}_B$க்கு இடைப்பட்டகோணமாகும்.)

(அ) இரு பொருட்களும் நேரான இணைப் பாதையில் ஒரேதிசையில் இயங்கும்போதுθ=0°எனவே,

$V_{AB} = (V_A - V_B)$ மேலும் V_{AB} இன் திசைV_A இன் திசையில் இருக்கும், இதே போன்று

$V_{BA} = (V_B - V_A)$ மேலும் V_{BA} இன் திசைV_B இன் திசையில் இருக்கும்,

(ஆ) இரு பொருட்களும் நேரான இணைப் பாதையில் ஒன்றுக் கொன்றுஎதிர்த்திசையில் இயங்கும் போதுθ= 180°எனவே,

$V_{AB} = (V_A + V_B)$மேலும் இதன் திசைV_A இன் திசையில் இருக்கும்,

இதே போன்று

$V_{BA} = (V_B + V_A)$மேலும் இதன் திசைV_B இன் திசையில் இருக்கும்,

(இ) இரு பொருட்களும் ஒன்றுக்கொன்றுசெங்குத்தாகசெல்லும் போதுθ= 90°Bபொருளைப் பொருத்துAபொருளின் சார்புத் திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பு

$v_{AB} = \sqrt{v_A^2 + v_B^2}$.

மழையைப் பொருத்துகுடையின் கோணம்

(ஈ) குடை பிடித்தபடிகிடைத்தளப் பாதையில் நடந்துசெல்லும் மனிதரின் திசைவேகம் $\vec{V}_M$ என்க. அவரின் மீதுசெங்குத்தாக$\vec{V}_R$திசைவேகத்தில் மழைபொழிகிறதுஎனில் மனிதரைப் பொருத்துமழையின் சார்புத் திசைவேகம்$\vec{V}_{RM} = \vec{V}_R - \vec{V}_M$

மேலும்$\vec{V}_{RM}$ இன் எண்மதிப்பு $V_{RM} = \sqrt{V_R^2 + V_M^2}$ மற்றும் செங்குத்துஅச்சைப் பொறுத்து

திசைθ= $\tan^{-1}\left[\frac{V_M}{V_R}\right]$

மழையிலிருந்துதன்னைப் பாதகாத்துக் கொள்ளமனிதர் செங்குத்துஅச்சைப் பொறுத்துθகோணத்தில் குடையினைசாய்த்துப் பிடிக்கவேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.27

Aமற்றும் Bஎன்ற இரண்டுரயில் வண்டிகள் இணையான இரயில் பாதையில் ஒன்றுக்கொன்றுஎதிர் திசையில் செல்கின்றன. இரயில் வண்டிA ன் திசைவேகம் கிழக்குநோக்கி 40km h^{-1}மற்றும் இரயில்

வண்டிB ன் திசைவேகம் மேற்குநோக்கி40km h^{-1}இரயில் வண்டிகளின் சார்புத் திசைவேகங்களைக் காண்க.

தீர்வு

இரயில் வண்டிB ஐப் பொருத்து, இரயில் வண்டிA ன் சார்புத் திசைவேகம்,

V_{AB}= 80km h^{-1}கிழக்குநோக்கி,அதாவது இரயில் வண்டிB ல் உள்ளபயணிக்கு இரயில் வண்டிAகிழக்குநோக்கி80km h^{-1}திசைவேகத்தில் செல்வதுபோன்றுதோன்றும்.

இரயில் வண்டிA ஐப் பொருத்து, இரயில் வண்டிB ன் சார்புத் திசைவேகம்

V_{BA}= 80km h^{-1}மேற்குநோக்கி,அதாவது இரயில் வண்டிA ல் உள்ளபயணிக்கு இரயில்வண்டிBமேற்குநோக்கி80km h^{-1} திசைவேகத்தில் செல்வதுபோன்றுதோன்றும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.28

Aமற்றும் Bஎன்ற இரண்டு இரயில் வண்டிகள் இணையான இரயில் பாதையில் ஒரேதிசையில் கிழக்குநோக்கி 50km h^{-1}என்றதிசைவேகத்தில் செல்கின்றன. இரயில் வண்டிகளின் சார்புத் திசைவேகங்களைக் காண்க.

தீர்வு

இரயில் வண்டிAவைப் பொருத்து இரயில் வண்டிB ன் சார்புத் திசைவேகம்,

$V_{BA} = V_B - V_A$

$= 50\text{km h}^{-1} + (-50)\text{km h}^{-1}$

$= 0\text{km h}^{-1}$

இவ்வாறே, இரயில் வண்டிB ஐப் பொருத்து இரயில் வண்டிA ன் சார்புத் திசைவேகம்V_{AB}சுழியாகும்.

எனவே இந்த இரு இரயில் வண்டியும் ஒன்றுமற்றொன்றைப் பொருத்துஓய்வுநிலையில் இருப்பதுபோன்றுதோன்றும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.29

36 km h^{-1} வேகத்தில் செல்லும் இரயில் வண்டியின் ஜன்னல் ஓரம் அமர்ந்திருக்கும் சிறுவன்,எதிர் திசையில்18 km h^{-1} வேகத்தில் செல்லும் 90 mநீளமுள்ள இரயிலைஎவ்வளவுநேரத்திற்குப் பார்க்கமுடியும்.

தீர்வு

சிறுவனைப் பொருத்துஎதிர்திசையில் செல்லும் இரயில் வண்டியின் சார்புத் திசைவேகம்

$= (36+18)\ \text{km h}^{-1} = 54\ \text{km h}^{-1}$

$= 54 \text{x} \dfrac{5}{18} \text{m s}^{-1} \qquad = 15\text{m s}^{-1}$

சிறுவன் எதிர் திசையில் செல்லும் இரயில் வண்டியைமுழுவதும் பார்ப்பதற்கானநேரத்தினைக் கணக்கிடவேண்டும்.

$15 = \dfrac{90}{t}$ (அல்லது) $t = \dfrac{90}{15} = 6\text{s}$

எடுத்துக்காட்டு 2.30

ஆற்றுநீரோட்டத்தின் திசையில் நீந்தும் நீச்சல் வீரரின் திசைவேகம் 12 km h^{-1}ஆற்றுநீரோட்டத்தின் திசைக்குஎதிர்திசையில் அவரின் நீச்சல் திசைவேகம் 6 km h^{-1}எனில் அமைதிநிலையில் இருக்கும் நீரினைப் பொருத்துநீச்சல் வீரரின் வேகத்தையும் மற்றும் ஆற்றுநீரோட்டத்தின் திசைவேகத்தையும் காண்க

தீர்வு:

தரையைப் பொருத்துநீச்சல் வீரர் மற்றும் ஆற்றுநீரோட்டத்தின் திசைவேகங்கள் முறையேv_sமற்றும் v_rஎன்க

$v_s + v_r = 12 \qquad (1)$

மற்றும்

$v_s - v_r = 6$ (2)

இரண்டுசமன்பாடுகளையும் கூட்டும் போது,

$2v_s = 12 + 6 = 18\ km\ h^{-1}$ (அல்லது)

$v_s = 9\ km\ h^{-1}$

சமன்பாடு (1) ல் இருந்து

$9 + v_r = 12$ (அல்லது) $v_r = 3\ km\ h^{-1}$ நீச்சல் வீரர் ஆற்றுநீரோட்டம் பாய்ந்துகொண்டிருக்கும் அதேதிசையில் நீந்தும் போதுஅவரின் தொகுபயன் திசைவேகம் $12\ km\ h^{-1}$

முடுக்கிவிடப்பட்ட இயக்கம்:

சீரற்ற இயக்கத்தில் உள்ளபொருளின் திசைவேகம் ஒவ்வொருநேரத்திலும் மாற்றமடைந்துகொண்டே இருக்கும். அதாவதுதிசைவேகம் நேரத்தைப் பொருத்துமாற்றமடைந்துகொண்டே இருக்கும். இவ்வகையான இயக்கத்திற்குமுடுக்கிவிடப்பட்ட இயக்கம் என்றுபெயர்.

ை) முடுக்கிவிடப்பட்ட இயக்கத்தில் ஓரலகுநேரத்தில் மாற்றமடைந்தபொருளின் திசைவேகம் சமமாக (மாறிலியாக) இருப்பின்,அப்பொருள் சீராகமுடுக்கிவிடப்பட்ட இயக்கத்தில் உள்ளதுஎனக் கருதலாம்.

ைை) ஓரலகுநேரத்தில் மாற்றமடைந்தபொருளின் திசைவேகம் வெவ்வேறுநேரத்தில் வெவ்வேறாக இருப்பின் அப்பொருள் சீரற்றமுடுக்கிவிடப்பட்ட இயக்கத்தில் உள்ளதுஎனக்கருதலாம்.

சராசரிமுடுக்கம்:

$\Delta t = (t_2 - t_1)$ கால இடைவெளியில் திசைவேகம் $\vec{V}_1$ லிருந்து$\vec{V}_2$ க்குமாற்றமடைந்தபொருளின் சராசரிமுடுக்கத்தை,திசைவேகமாறுபாடுமற்றும் எடுத்துக்கொண்டகால இடைவெளி$\Delta t=(t_2-t_1)$ இவற்றின் தகவுஎனவரையறைசெய்யலாம்.

எனவே, $\vec{a}_{avg} = \dfrac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

சராசரிமுடுக்கம் ஒருவெக்டர் அளவாகும். அதன் திசை$\Delta\vec{V}$ ன் திசையில் இருக்கும்.

உடனடிமுடுக்கம்:

பொதுவாகசராசரிமுடுக்கம், முழு கால இடைவெளியில் பொருளின் திசைவேகத்தில் ஏற்படும் மாறுபாட்டைக் கொடுக்கும். ஆனால் இது ஒருகுறிப்பிட்டகணநேரத்தில் (t) திசைவேகத்தில் ஏற்பட்டமாற்றத்தைக் கொடுக்காது.

Δtசுழியைநெருங்கும் போது,நேரத்தைப் பொருத்துதிசைவேகத்தில் ஏற்பட்டமாறுபாடுஉடனடிமுடுக்கம் அல்லதுமுடுக்கம் எனஅழைக்கப்படுகிறது.

முடுக்கம் $\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$

வேறுவகையில் கூறின், வ நேரத்தில் பொருளின் முடுக்கமானதுஅந்நேரத்தில் ஏற்பட்டதிசைவேகமாறுபாட்டிற்குச் சமமாகும்.

(i) முடுக்கம் ஒருவெக்டர் அளவுஆகும். இதன் SIஅலகுms^{-2}பரிமாணவாய்ப்பாடு$M^{\circ}L^1T^{-2}$

(ைை) திசைவேகம் அதிகரிக்கும் போதுஏற்படும் முடுக்கத்தைநேர்க்குறிமுடுக்கம் எனவும் திசைவேகம் குறையும்போதுஏற்படும் முடுக்கத்தைஎதிர்க்குறிமுடுக்கம் எனவும் அழைக்கிறோம். இதனைஎதிர்முடுக்கம் என்றும் அழைக்கலாம். கூறு முறையில் முடுக்கத்தினைகீழ்க்கண்டவாறுஎழுதலாம். இதிலிருந்து,

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y}{dt}\hat{j} + \frac{dv_z}{dt}\hat{k} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

எனவே,

$a_x = \frac{dv_x}{dt},\ a_y = \frac{dv_y}{dt},\ a_z = \frac{dv_z}{dt}$
எனஅறியலாம். இவைகள் உடனடிமுடுக்கத்தின் கூறுகள் ஆகும்.

திசைவேகத்தின் அனைத்து கூறுகளும்,அதற்குத் தொடர்புடைய ஆய அச்சுக் கூறுகளின் வகைக்கெழுக்களாகும். இதே போன்றுமுடுக்கவெக்டர் a_x, a_y மற்றும் a_z ஆகியவற்றைகீழ்க்கண்டவாறுஎழுதலாம்.

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2},\quad a_y = \frac{d^2y}{dt^2},\quad a_z = \frac{d^2z}{dt^2}$$

எனவே,முடுக்கவெக்டர் $\vec{a}$ ஐ கீழ்க்கண்டவாறும் எழுதலாம்.

$$\vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2}\hat{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\hat{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\hat{k} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

மேற்கண்டதொடர்பிலிருந்துமுடுக்கம் நிலைவெக்டரின் நேரத்தைப் பொருத்த இரண்டாம் வகைக்கெழுஎன்றுஅறியலாம்.

வரைபடமுறையில் முடுக்கம் என்பதுதிசைவேகம் - நேரம் வரைபடத்தின் சாய்வுஆகும்.

மேலும் வரைபடமுறையில் முடுக்கம் - நேரம் வரைபடம் கொடுக்கப்பட்டிருப்பின் வளைகோட்டிற்குகீழேஉள்ளபரப்புதிசைவேகத்தைக் கொடுக்கும்.

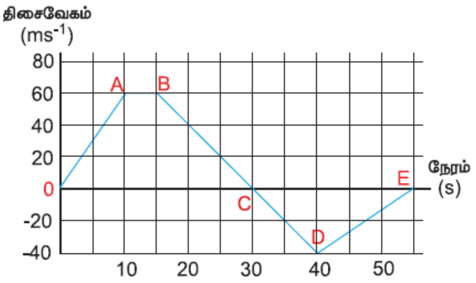
$\frac{dv}{dt} = a$ இதிலிருந்து $dv = adt$ எனஎழுதலாம்.

எனவே $v = \int_{t_1}^{t_2} adt$

இங்கு t_1 மற்றும் t_2 தொடக்கமற்றும் இறுதிநேரத்தைக் குறிக்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு 2.31

x அச்சுத் திசையில் இயங்கும் துகளொன்றின் திசைவேகம் - நேரம் வரைபடம் பொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதிலிருந்துகீழ்க்கண்டவற்றைக் காண்க.



அ) 0 முதல் 55 வினாடிகால இடைவெளியில் துகளின் இயக்கத்தினைவிளக்கவும்.

ஆ) 0 முதல் 40 வினாடிகால இடைவெளியில் துகள் கடந்ததொலைவுமற்றும் துகளின் இடப்பெயர்ச்சியைக் கணக்கிடவும்.

இ) t =5 வினாடிமற்றும் t=20 வினாடியில் துகளின் முடுக்கத்தினைக் கணக்கிடவும்.

தீர்வு:

அ) O முதல் A வரை (0 வினாடிமுதல் 10 வினாடிவரை)

t = 0 வினாடியில் துகளின் திசைவேகம் சுழிஅதன் பின்புதுகள் நேர்க்குறிதிசைவேகத்தைப் பெறும். எனவேதுகள் நேர்க்குறி x திசையில் இயங்கும். 0 வினாடியிலிருந்து 10 வினாடிவரைவளைகோட்டின் சாய்வு($\frac{dv}{dt}$) நேர்க்குறிஆகும். இது துகளின் நேர்க்குறிமுடுக்கத்தினைக் காட்டுகிறது. மேலும் 0 வினாடியிலிருந்து 10 வினாடிவரைதுகளின் திசைவேகம் அதிகரிப்பதைக் காணலாம்.

A முதல் B வரை: (10 வினாடியிலிருந்து 15 வினாடிவரை)

10 வினாடிமுதல் 15 வினாடிவரை 60 ms^{-1}என்றமாறாததிசைவேகத்தில் துகள் உள்ளது. இது துகளின் சுழிமுடுக்கத்தினைக் காட்டுகிறது. மேலும் துகள் தொடர்ந்துநேர்க்குறிதிசையில் இயங்குவதை இது காட்டுகிறது.

Bமுதல் Cவரை (15 வினாடியிலிருந்து 30 வினாடிவரை)
15 வினாடியிலிருந்து 30 வினாடிவரைவளைகோட்டின் சாய்வுஎதிர்க்குறிஆகும். இது 15 வினாடியிலிருந்து 30 வினாடிவரைதுகளின் திசைவேகம் குறைவதைக் காட்டுகிறது. இருப்பினும் துகள் நேர்க்குறிxஅச்சுதிசையிலேயேதொடர்ந்து இயங்குகின்றது. 30 வினாடியில் துகளின் திசைவேகம் சுழியாகிறது. துகள் நேர்க்குறிxதிசையில் பெரும் தூரத்தைக் கடந்துபின்புகண நேர ஓய்வினைஅடைகிறது.

Cயிலிருந்துDவரை (30 வினாடியிலிருந்து 40 வினாடிவரை)
30 வினாடியிலிருந்து 40 வினாடிவரைதுகள் எதிர்க்குறிதிசைவேகத்தினைஅடையும். இது துகள் எதிர்க்குறி ஒ அச்சுதிசையில் இயங்கத் தொடங்குவதைக் காட்டுகிறது. திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பு 40ms^{-1}என்றபெருமதிப்பினைஅடைகிறது.

Dயிலிருந்துEவரை (40 வினாடியிலிருந்து 55 வினாடிவரை)
40 வினாடியிலிருந்து 55 வினாடிவரைதிசைவேகம் எதிர்க்குறியில் தான் இருக்கிறது. அதுமட்டுமின்றிகுறையத் தொடங்குகிறது. t =55 வினாடியில் துகளின் திசைவேகம் சுழியினைஅடைந்துதுகள் ஓய்வுநிலைக்குவரும்.

ஆ) 0 முதல் 40 வினாடிவரைகொடுக்கப்பட்டவளைகோட்டின் கீழேஉள்ளபரப்புதுகளின் இடப்பெயர்ச்சியைக் கொடுக்கும். இங்குOமுதல் Cவரைஉள்ளபரப்புதுகள் நேர்க்குறிx திசையில் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சியையும்,Cமுதல் Dஉள்ளபரப்புதுகள் எதிர்க்குறிxதிசையில் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சியையம் கொடுக்கும்.

0 வினாடிமுதல் 10 வினாடிவரைதுகள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி $= \frac{1}{2} x10x60 = 300$ m

10 வினாடிமுதல் 15 வினாடிவரைதுகள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி= 60x5 = 300 m

15 வினாடிமுதல் 30 வினாடிவரைதுகள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி= $\frac{1}{2} x15x60 = 450$ m

30 வினாடிமுதல் 40 வினாடிவரைதுகள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி= $\frac{1}{2} x10x(-40) = 200$ m

இங்குஎதிர்க்குறியானது,துகள் எதிர்க்குறிxஅச்சுதிசையில் 200mசென்றதைக் காட்டுகிறது.
0 வினாடிமுதல் 40 வினாடிவரைதுகள் அடைந்தமொத்த இடப்பெயர்ச்சி
300 m+300 m+450 m-200 m = + 850 m
இங்குநேர்க்குறியானதுதுகளின் தொகுபயன் இடப்பெயர்ச்சிநேர்க்குறிஅச்சின் திசையில் உள்ளதுஎன்பதைக் காட்டுகிறது.
0 வினாடிமுதல் 40 வினாடிவரைதுகள் கடந்தமொத்த தூரம் (பாதையின் நீளம்)
=300 +300+450 +200= 1250 m
(இ) திசைவேகம் - நேரம் வரைபடத்தின் சாய்வுதுகளின் முடுக்கத்தைக் கொடுக்கும். முதல் 10 வினாடிகளுக்குதிசைவேகம் (மாறாதமுடுக்கம்)

எனவே,முடுக்கம் $= \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ இங்கு

$v_2 = 60\ ms^{-1}$மற்றும் $v_1 = 0$

$a = \frac{60-0}{10-0} = 60\ ms^{-2}$

மேலும் துகள் 15 வினாடியிலிருந்து 30 வினாடிவரைமாறாதஎதிர்க்குறிசாய்வினைக் கொண்டுள்ளது. இந்நிகழ்வில் v_2= 0 மற்றும் $v_2 = 60\ ms^{-1}$எனவேt = 20 வினாடியில்முடுக்கமானதுa = $\frac{0-60}{30-15} = 4\ ms^{-2}$எதிர்க்குறிசாய்வானதுதுகளின் எதிர் முடுக்கத்தைக் காட்டுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 2.32

துகளின் நிலைவெக்டர் $\vec{r} = 3t^2\hat{i} + 5t\hat{j} + 4\hat{k}$ இதிலிருந்துகீழ்க்கண்டவற்றைக் காண்க.

அ) t=3வினாடியில் துகளின் திசைவேகம்

ஆ) t= 3வினாடியில் துகளின் வேகம்

இ) t=3வினாடியில் துகளின் முடுக்கம்

தீர்வு :

அ) திசைவேகம் $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}$

இங்கு $\vec{v}(t) = 6t\hat{i} + 5\hat{j}$

திசைவேகம் இரண்டு கூறுகளைமட்டுமேபெற்றுள்ளது. அதாவது $v_x = 6t$ (நேரத்தைச் சார்ந்துள்ளது) மற்றும் $v_y = 5$ (நேரத்தைச் சாராதது)

t= 3 வினாடியில் திசைவேகம் $\vec{v}(3) = 18\hat{i} + 5\hat{j}$

ஆ) t= 3 வினாடியில் துகளின் வேகம் $v = \sqrt{18^2 + 5^2} = \sqrt{349} \approx 18.68ms^{-1}$

இ) முடுக்கம் $= \vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = 6\hat{i}$

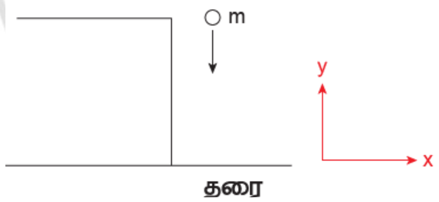
முடுக்கம் x- கூறினைமட்டுமேபெற்றுள்ளது. மேலும் இது நேரத்தைச் சாராதது. t = 3வினாடியிலும் முடுக்கம் மாறாதமதிப்பான $\vec{a} = 6\hat{i}$ ஐ பெற்றிருக்கும் என்பதைகவனிக்கவேண்டும். மேலும் இந்நிகழ்வில் துகள் சீரற்றதிசைவேகத்தையும் சீரானமுடுக்கத்தையும் பெற்றுள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 2.33

பொருளொன்றைசெங்குத்தாககீழ் நோக்கிஎறியும்போதுஅதுஎவ்வகையானமுடுக்கத்தினைப் பெறும்?

தீர்வு:

நாம் அறிந்தபடி,தடையின்றித் தானேபுவியைநோக்கிவிழும் பொருள் புவிஈர்ப்புவிசையினால் ஒருமுடுக்கத்தைப்பெறும் அதுபுவிஈர்ப்புமுடுக்கமாகும். $g = 9.8\ ms^{-2}$படத்தில் உள்ளபடிநாம் தகுந்த ஆய அச்சுத் தொகுப்பினைதேர்வுசெய்யவேண்டும்.



இதிலிருந்துமுடுக்கமானதுஎதிர்க்குறி y திசையில் செயல்படும் எனஅறியலாம்.

$\vec{a} = g(-\hat{j}) = -g\hat{j}$

2.10.3. நுண்கணிதமுறையில் சீரானமுடுக்கமடைந்தபொருளின் இயக்கச் சமன்பாடுகள்

நேர்கோட்டில் இயங்கும் பொருள் ஒன்றினைக் கருதுக. அதன் சீரானமுடுக்கம் 'a'என்க. இங்குசீரானமுடுக்கம் என்பதுமுடுக்கம் ஒருமாறிலி: அதுநேரத்தைச் சாராததுஎன்றுபொருள்.

நேரம் t = 0 வினாடியில் பொருளின் திசைவேகம் u என்க. நேரம் tவினாடியில் பொருளின் திசைவேகம் vஎன்க.

திசைவேகம் - நேரம் தொடர்பு

(அ) எந்தஒருநேரத்திலும் பொருளின் முடுக்கம் என்பதுநேரத்தைப் பொருத்துதிசைவேகத்தின் முதல் வகைக்கெழுவாகும்.

a= $\frac{dv}{dt}$ (அல்லது) dv = a dt

இயக்கநிபந்தனையின்படி (அதாவது நேரம் 0 விலிருந்துtவரைமாறும்போது,திசைவேகம் uவிலிருந்துvக்குமாறும்) இரண்டுபக்கமும் தொகைப்படுத்துக.

$$\int_u^v dv = \int_0^t a\,dt = a\int_0^t dt \Rightarrow [v]_u^v = a[t]_0^t$$

$$v-u=at \quad (or) \quad v=u+at \qquad \rightarrow (2.7)$$

இடப்பெயர்ச்சி– நேரம் தொடர்பு

(ii) பொருளின் திசைவேகம் என்பதுநேரத்தைப் பொருத்துபொருளின் இடப்பெயர்ச்சியின் முதல் வகைக் கெழுவாகும்.

$v=\dfrac{ds}{dt}$ (அல்லது) $ds = v\,dt$

இங்குv= u = at,

எனவே,ds= (u+ at) dt.

நேரம் t=0வினாடியில் பொருள் தொடக்கப்புள்ளியில் உள்ளதுஎனவும் ‘t’கால இடைவெளியில் பொருளின் இடப்பெயர்ச்சி‘s’எனவும் கருதுக. மேலும் பொருளின் முடுக்கம் நேரத்தைச் சார்ந்ததல்லஎனக் கருதுக.

$$\int_0^s ds = \int_0^t u\,dt + \int_o^t at\,dt \text{ (அல்லது) } s = ut + \frac{1}{2}at^2 \qquad (2.8)$$

திசைவேகம் - இடப்பெயர்ச்சிதொடர்பு

(iii) பொருளின் முடுக்கமென்பது,நேரத்தைப் பொருத்துதிசைவேகத்தின் முதல் வகைக்கெழுவாகும்.

$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{dv}{ds}\frac{ds}{dt}=\frac{dv}{ds}v$$

[ds/dt= v] இங்குsஎன்பதுகடந்ததொலைவுஆகும்.

$$a = \frac{1}{2}\frac{d(v^2)}{ds} \text{ அல்லதுds } = \frac{1}{2a}d(v^2)$$

மேலேஉள்ளசமன்பாட்டைதொகைப்படுத்தஅதாவதுதிசைவேகம் uவிலிருந்துvக்குமாறும்போதுதுகள் 0 விலிருந்துsவரை இடப்பெயர்ச்சிஅடையும்.

$$\int_0^s ds = \int_u^v \frac{1}{2a}d(v^2)$$

$$\therefore s = \frac{1}{2a}(v^2-u^2)$$

$$\therefore v^2 = u^2 + 2as \qquad (2.9)$$

ஆரம்பதிசைவேகம் ‘u’மற்றும் இறுதித் திசைவேகம் ‘v’ இவற்றைப் பொருத்தும் துகளின் இடப்பெயர்ச்சியைவருவிக்கலாம். சமன்பாடு (2.7) லிருந்து

at = v-u

இதனைச் சமன்பாடு (2.8) ல் பிரதியிடும்பொது

$$s = ut + \frac{1}{2}(v-u)t$$

$$s = \frac{(u+v)t}{2} \qquad (2.10)$$

எனக் கிடைக்கும்.

சமன்பாடுகள் (2.7) (2.8) (2.9) மற்றும் (2.10) ஆகியவை இயக்கச் சமன்பாடுகள் எனப்படும். இவை நடைமுறையில் பல்வேறு இடங்களில் நமக்குப் பயன்படுகின்றன.

இயக்கச் சமன்பாடுகள்

$$v = u + at$$

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$s = \frac{(u+v)t}{2}$$

இயக்கச் சமன்பாடுகள் அனைத்தும்,நேர்க்கோட்டில் இயங்கும் சீரானமுடுக்கம் பெற்றபொருட்களுக்குமட்டுமேபொருந்தும் இவை வட்ட இயக்கம் மற்றும் அலைவியக்கத்தில் உள்ளபொருட்களுக்குப் பொருந்தாது.

புவிஈர்ப்பினால் இயங்கும் பொருளின் இயக்கச் சமன்பாடுகள்:

நடைமுறையில் புவிப்பரப்பிற்குசற்றேமேலே இயங்கும் பொருளின் இயக்கத்தினைசீரானமுடுக்கம்பெற்றநேர்க்கோட்டில் இயங்கும் பொருளின் இயக்கமாகக் கருதலாம். நாம் அறிந்தபடிபுவிப்பரப்பிற்குஅருகில் புவியீர்ப்புமுடுக்கம் 'g'ஒருமாறிலிஆகும். இந்தபுவியீர்ப்புமுடுக்கத்தினால் நேர்க்கோட்டில் இயங்கும் பொருளின் இயக்கத்தினை, இயக்கச் சமன்பாடுகளின் துணையுடன் நன்குபுரிந்துகொள்ள இயலும்.

நிகழ்வு (1) hஉயரத்திலிருந்துதானேவிழும் பொருள்:

'm'நிறையுடையபொருளொன்று'h'உயரத்திலிருந்துவிழுகின்றதுஎனக் கருதுக. இங்குகாற்றுத்தடையைபுறக்கணிக்கவும். (neglect) படத்தில் காட்டியுள்ளவாறுகீழ்நோக்கியதிசையைநேர்க்குறி yஅச்சாகக் கருதுக. பொருள் புவிப்பரப்பிற்குஅருகேவிழுவதால் அதுசீரானபுவிஈர்ப்புமுடுக்கத்தைப் பெறும். நாம் இயக்கச் சமன்பாடுகளைக் கொண்டு இவ்வியக்கத்தினைவிளக்கலாம்.

முடுக்கம் $\vec{a} = g\,\hat{j}$

கூறுகளைஒப்பிடும்போது

$$a_x = 0, a_z = 0, a_y = g$$

ஏளிமையாக $a_y = a = g$ எனக் கொள்க.

'u'ஆரம்பதிசைவேகத்துடன் நேர்க்குறி yஅச்சுதிசையில் பொருளைகீழ்நோக்கிஎறிவதாகக் கருதுக.

tஎன்றஎந்தவொருநேரத்திலும் பொருளின் இறுதித்திசைவேகம்

$$v = u + gt \qquad (2.11)s$$

tஎன்றஎந்தவொருநேரத்திலும் பொருளின் நிலை

$$y = ut + \frac{1}{2}gt^2$$

பொருள் yபுள்ளியில் உள்ளபோதுபொருளின் இருமடிவேகம்

$$v^2 = u^2 + 2gy \qquad (2.13)$$

(y என்பதுமலையின் உச்சியிலிருந்துஉள்ளதொலைவு)ள

பொருள் ஓய்வுநிலையிலிருந்துவிழத்துவங்கினால் u = 0

எனவேஎந்தவொருநேரத்திலும் பொருளின் திசைவேகம்.

$$v = gt \qquad (2.14)$$

எந்தவொருநேரத்திலும் பொருளின் நிலை

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2.15)$$

பொருள் yபுள்ளியில் உள்ளபோதுஅதன் இருமடிவேகம்

$$v^2 = 2gy \qquad (2.16)$$

பொருள் தரையைஅடையஎடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் (t= T) எனில்
(2.15) லிருந்து

$$h = \frac{1}{2} gT^2 \qquad (2.17)$$

இங்குy=hஎன்க.

$$T = \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad (2.18)$$

சமன்பாடு (2.18)லிருந்துh ன் மதிப்புஅதிகரிக்கும்போதுபொருள் தரையைஅடையஅதிகநேரம் எடுத்துக்கொள்ளும் என்பதைஅறியலாம். மேலும் h ன் மதிப்புகுறைவுஎனில் பொருள் தரையைஅடையகுறைந்தநேரமாகும் என்பதைஅறியலாம்.
சமன்பாடு (2.16) லிருந்துதரையைஅடையும் போது (y=h) பொருளின் வேகத்தினைக் கணக்கிடலாம்.

$$v_{ground} = \sqrt{2gh} \qquad (2.19)$$

சமன்பாடு (2.19) லிருந்துh ன் மதிப்புஅதிகரிக்கும்போதுபொருள் மிகஅதிகவேகத்துடன் தரையைஅடையும். மேலும் h ன் மதிப்புகுறையும் போதுபொருள் குறைவானவேகத்துடன் தரையைஅடையும் என்பதைஅறியலாம்.

குறைந்தசெங்குத்துஉயரத்திலிருந்து (h <<R) புவியீர்ப்புவிசையினால் மட்டுமேபுவியினைநோக்கிவிழும் பொருளின் இயக்கத்தினை,தடையின்றித் தானேவிழும் பொருளின் இயக்கம் எனஅழைக்கலாம். (இங்குRஎன்பதுபுவியின் ஆரமாகும்.)

எடுத்துக்காட்டு 2.34

10 mஉயரத்திலிருந்து இரும்புப் பந்துமற்றும் இறகு இரண்டும் ஒரேநேரத்தில் விழுகின்றன. இரும்புப் பந்துமற்றும் இறகு இரண்டும் தரையைஅடையஎடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் எவ்வளவு?
அ) இரும்புப் பந்துமற்றும் இறகு இரண்டும் தரையைஅடையும்போதுஅவற்றின் திசைவேகங்கள் எவ்வளவு? (காற்றுத் தடையைப் புறக்கணிக்கவும் மேலும் $g=10\ ms^{-2}$என்க)

தீர்வு:

இயக்கச் சமன்பாடுகள் நிறையைச் சார்ந்ததல்ல. சமன்பாடு (2.18) லிருந்து, இரும்புப் பந்துமற்றும் இறகு இரண்டும் ஒரேநேரத்தில் தரையைஅடையும். இதனைப் பின்வருமாறுஅறியலாம்.

$$T = \frac{\sqrt{2gh} = \sqrt{2\times10\times10}}{\sqrt{200}} = \sqrt{\frac{2\times10}{10}} = \sqrt{2s} \approx 1.414s$$

எனவே இரும்புப் பந்துமற்றும் இறகு இரண்டும் ஒரேநேரத்தில் தரையைஅடையும் சமன்பாடு (2.19) லிருந்து இரும்புப் பந்துமற்றும் இறகுதரையைஅடையும்போதுஅவற்றின் திசைவேகங்கள் சமம். இதனைப் பின்வருமாறுஅறியலாம்.

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\times10\times10}$$

$$\sqrt{200}\ ms^{-1} \approx 14.14 ms^{-1}$$

வெற்றிடத்தில் அனைத்துப் பொருட்களும் ‘g’என்றசமமுடுக்கத்துடன் கீழேவிழும் என்பதைக் கலிலியோகண்டறிந்தார்.

இறகுமற்றும் இரும்புப் பந்துசோதனை

எடுத்துக்காட்டு2.35

இயக்கச் சமன்பாடுகளைப் பயன்படுத்திகிணற்றின் ஆழத்தைஅளக்கமுடியுமா?

தண்ணீர் இல்லாதகிணறுஒன்றைக் கருதுக. அதன் ஆழம் dஎன்க. ஒருசிறியஎலுமிச்சம்பழம் மற்றும் நிறுத்துகடிகாரத்தைஎடுத்துக்கொள்க. எலுமிச்சம்பழத்தைகிணற்றின் விளிம்பிலிருந்துபோடும்போதுகடிகாரத்தை இயக்கவும். அதுகிணற்றின் தரையைஅடையும்போதுகடிகாரத்தைநிறுத்திதரையைஅடையஎடுத்துக்கொண்டநேரத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும். அதனைt என்க.

எலுமிச்சம்பழத்தின் ஆரம்பதிசைவேகம் u = 0மேலும் கிணறுமுழுவதும் புவியீர்ப்புமுடுக்கம் ‘g’மாறிலி. எனவேசீரானமுடுக்கம் பெற்றபொருளின் இயக்கச் சமன்பாடுகளை இங்குபயன்படுத்தலாம்.

$$s= ut + \frac{1}{2}\, at^2$$

u=0, s=d, a=g (கீழ் நோக்கிய இடப்பெயர்ச்சியைநேர்க்குறிyஅச்சுதிசையில் கருதுக)

$$d= \frac{1}{2}\, gt^2$$

$g= 9.8\ ms^{-2}$எனப் பிரதியிட்டுகிணற்றின் ஆழத்தினைக் கணக்கிடலாம்.

கணக்கீட்டில் ஏற்பட்டபிழையினைக் கண்டறியநமக்குக் கிணற்றின் சரியானஆழம் தெரியவேண்டும். இதனைஒருகயிற்றினைப் பயன்படுத்திஅறியலாம். ஒருகயிற்றினைஎடுத்துஅதைக் கிணற்றின் தரையைத் தொடும் அளவுக்குதொங்கவிடவேண்டும். இப்போதுகயிற்றின் நீளம் $d_{correct}$குறிக்கப்படுகிறது.

$$\text{பிழை}= d_{correct} - d$$

$$\text{சார்புப்பிழை}= \frac{d_{correct} - d}{d_{correct}}$$

$$\text{சார்புப்பிழைசதவீதம்} = \frac{d_{correct} - d}{d_{correct}} \times 100$$

பிழைக்கானகாரணம் என்ன?

சோதனையைவெவ்வேறுநிறைகளுக்குமீண்டும் நிகழ்த்திஅதன் முடிவினை$d_{correct}$உடன் ஒவ்வொருமுறையும் ஒப்பிடவும்.

நேர்வு (ii)பொருளொன்றைசெங்குத்தாகமேல்நோக்கிஎறிதல்:

‘m’நிறையுடையபொருளொன்றை‘u’என்றஆரம்பதிசைவேகத்துடன் செங்குத்தாகமேல் நோக்கிஎறிக. காற்றுத் தடையைப் புறக்கணிக்கவும். மேல் நோக்கியசெங்குத்துதிசைy அச்சின் திசைஎனக் கருதுக.

பொருள் ஒன்றினைசெங்குத்தாகமேல் நோக்கிஎறிதல்

இந்நிகழ்வில் முடுக்கம் a= - g,ஏனெனில் ‘g’எதிர்க்குறி‘y’அச்சின் திசையில் செயல்படுகிறது. இவ்வகையான இயக்கத்திற்கான இயக்கச் சமன்பாடுகள் பின்வருமாறு.

எந்தவொருநேரத்திலும் பொருளின் திசைவேகம்

$$v=u-gt \qquad (2.20)$$

எந்தவொருநேரத்திலும் பொருளின் நிலை

$$s= ut + \frac{1}{2}\, gt^2 \qquad (2.21)$$

எந்தவொருநிலையிலும் yபொருளின் திசைவேகம்

$$v^2 =u^2-2gy \qquad (2.22)$$

எடுத்துக்காட்டு 2.36

இரயில் வண்டியொன்று 54 km h^{-1}என்றசராசரிவேகத்தில் சென்றுகொண்டிருக்கிறது. தடையைசெலுத்தியபின்புஅவ்வண்டி 225mசென்றுநிற்கிறதுஎனில் இரயில் வண்டியின் எதிர் முடுக்கத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

இரயில் வண்டியின் இறுதித் திசைவேகம் v=0 இரயில் வண்டியின் ஆரம்பத்திசைவேகம்

$$u = 54 \times \frac{5}{18}\, ms^{-1} = 15\, ms^{-1}$$

$$s = 225\ m$$

எதிர் முடுக்கம் எப்போதும் திசைவேகத்திற்குஎதிராக இருக்கும் எனவே,

$$v^2 = u^2 - 2as$$

$$0 = (15)^2 - 2a\,(225)$$

$$450\ a = 225$$

$$a = \frac{1}{2} m\, s^{-2}$$

எனவே, எதிர்முடுக்கம் $= 0.5\ m\ s^{-2}$

2.11எறிபொருளின் இயக்கம் (PROJECTILE MOTION)

2.11.1 அறிமுகம்

தொடக்கத் திசைவேகம் மட்டும் கொடுக்கப்பட்டபின்புபுவிஈர்ப்புவிசையினால் மட்டும் காற்றில் இயங்கும் பொருள் எறிபொருள் எனப்படும். எறிபொருள் மேற்கொள்ளும் பாதைஎறிபாதை(trajectory) எனப்படும்.

எறிபொருளுக்குஎடுத்துக்காட்டுகள்

1. ஓடும் இரயிலின் ஜன்னலிலிருந்துகீழேபோடப்படும் பொருள் 2. துப்பாக்கியிலிருந்துவெளியேறும் குண்டு. 3. ஏதேனும் ஒருதிசையில் வீசிஎறியப்படும் பந்து. 4. தடகளவீரர் எறியும் ஈட்டிஅல்லதுகுண்டு. 5. தண்ணீர் தொட்டியின் அடிப்பக்கத்தில் உள்ளகுழாய் வழியாகபீச்சிஅடிக்கும் தண்ணீர். எறிபொருளின் இயக்கமானது இரண்டுதிசைவேகங்களின் கூட்டுவிளைவுஎனக் கண்டறியப்பட்டுள்ளது.

(ി) காற்றுத்தடை இல்லாதநிலையில் கிடைத்தளத் திசையில் உள்ளமாறாத்திசைவேகம்.

(ii) புவிஈர்ப்புவிசையினால் சீராகமாறும் (அதாவதுஅதிகரிப்புஅல்லதுகுறைவு) செங்குத்துத் திசைவேகம்.

எறிபொருளின் இயக்கம் இரண்டுவகைப்படும்.

(i) கிடைத்தளத்தில் எறியப்படும் எறிபொருளின் இயக்கம்.

(ii) கிடைத்தளத்துடன் குறிப்பிட்டகோணத்தில் எறியப்படும் எறிபொருளின் இயக்கம்.

எறிபொருள்இயக்கத்தினைஅறிந்துகொள்ளகீழ்க்கண்டகருத்துக்களைநினைவில் நிறுத்தவேண்டும்.

(i) காற்றுத்தடையைபுறக்கணிக்கவேண்டும்.

(ii) புவியின் சுழற்சிவிளைவுமற்றும் புவியின் வளைவு ஆரப் பண்புகளைப் புறக்கணிக்கவேண்டும்.

(iii) எறிபொருளின் இயக்கம் முழுவதிலும் புவிஈர்ப்புமுடுக்கத்தின் எண்மதிப்புமற்றும் திசைமாறாது.

2.11.2. கிடைத்தளத்தில் எறியப்படும் எறிபொருளின் இயக்கம்

எறிபொருள் ஒன்றைக் கருதுக. அதாவதுhஉயரமுள்ளகட்டிடம் ஒன்றின் உச்சியிலிருந்து $\vec{u}$ என்றதொடக்கத் திசைவேகத்துடன் கிடைத்தளத்தில் எறியப்படும் பந்துஒன்றினைக் கருதுக.

பந்து இயங்கும் போது $\vec{u}$ என்றமாறாதகிடைத்தளதிசைவேகத்தினால் கடக்கும் கிடைத்தளத் தொலைவையும் சீரானபுவியீர்ப்புமுடுக்கத்தினால் கடக்கும் கீழ்நோக்கியசெங்குத்துத்தொலைவையும்

கிடைத்தளத்தில் எறியப்படும் எறிபொருளின் இயக்கம்

பெற்றிருக்கும். எனவே, இவ்விரண்டுவிளைவுகளினால் பந்துOPAஎன்றபாதையில் இயங்கும். இவ்வியக்கம் இருபரிமாணத் தளத்தில் உள்ளது. பந்துதரையில் உள்ளAபுள்ளியைஅடையஎடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் tஎன்க.

பந்துகடந்தகிடைத்தளத் தொலைவு,$x(t) = x$

பந்துகடந்தசெங்குத்துத் தொலைவு,$y(t) = y$

நாம் இயக்கச் சமன்பாடுகளைதனித்தனியேxஅச்சுத் திசையிலும் மற்றும் yஅச்சுத் திசையிலும் பயன்படுத்தவேண்டும். இங்குஎறிபொருளின் இயக்கம் இரு பரிமாணமுடையது. எனவேதிசைவேகம்,கிடைத்தளக் கூறுu_xமற்றும் செங்குத்துக் கூறு u_yஆகிய இரு கூறுகளையும் பெற்றிருக்கும்.

கிடைத்தளத்திசையில் எறிபொருளின் இயக்கம்

பந்து'x'அச்சுத் திசையில் எவ்விதமுடுக்கத்தினையும் பெற்றிருக்கவில்லை. எனவே இயக்கம் முழுவதும் தொடக்கத் திசைவேகம் மாறாதமதிப்பைப் பெற்றிருக்கும்.

't'நேரத்தில் எறிபொருள் கடந்தகிடைத்தளத் தொலைவு$x= u_x t + \frac{1}{2} at^2$

இங்குx ன் திசையில் $a = 0$எனவே$x= u_x t$ (2.23)

கீழ்நோக்கியத் திசையில் எறிபொருளின் இயக்கம்.

இங்கு$u_y =0$ (ஆரம்பத் திசைவேகத்திற்குகீழ் நோக்கியக் கூறு இல்லை)$a=g$ (கீழ் நோக்கிய இயக்கத்தைநேர்க்குறிyஅச்சுவழியேகுறிப்பிடவும்.),மேலும் $s=y$

$\therefore$ சமன்பாட்டிலிருந்து$y= u_y t + \frac{1}{2} at^2$

$$y= \frac{1}{2} gt^2 \qquad (2.24)$$

சமன்பாடு (2.23)லிருந்து't' இன் மதிப்பைசமன்பாடு (2.24) இல் பிரதியிட்டால்

$$y = \frac{1}{2} g \frac{x^2}{u_x^2} = \left(\frac{g}{2u_x^2}\right) x^2$$

$$y= Kt^2 \qquad (2.24)$$

இங்கு $K = \frac{g}{2u_x^2}$ ஒருமாறிலி

சமன்பாடு (2.25) ஒருபரவளையச் சமன்பாடுஎனவேஎறிபொருளின் பாதைஒருபரவளையம் ஆகும்.

(1) **பறக்கும் நேரம்**: எறிபொருள் தன்னுடையபாதையைநிறைவுசெய்யஎடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் அல்லதுஎறிபொருள் எறியப்பட்டகணத்திலிருந்து,தரையைஅடையஎடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் பறக்கும் நேரம் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டாக,கட்டிடத்தின் உயரம் hஎன்க. எறிபொருள் எறியப்பட்டகணத்திலிருந்துஅதன் பாதைவழியேதரையைஅடையஎடுத்துக்கொண்டநேரத்தைTஎன்க.

நாம் அறிந்தபடிசெங்குத்து இயக்கத்திற்கு

$$s_y= u_y t + \frac{1}{2} at^2$$

இங்கு$s_y= h$, $t= T$, $u_y= 0$ (ஆரம்பசெங்குத்துத் திசைவேகம் சுழி)

$a= g$ (எறிபொருள் புவிஈர்ப்புவிசையின் காரணமாககீழேவிழுகிறது)

$$h = \frac{1}{2} gT^2 \text{ அல்லது} T= \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

எனவே,பறக்கும் நேரம் கட்டிடத்தின் உயரத்தைச் சார்ந்துள்ளது. ஆனால் அதுகிடைத்தளத் திசைவேகத்தைச் சார்ந்ததல்ல. ஒருபந்துசெங்குத்தாகமேலிருந்துகீழ் நோக்கிவிழுகிறது. அதேநேரத்தில் ஒருகுறிப்பிட்டதிசைவேகத்தில் பந்துஒன்றுகிடைத்தளத்தில் வீசிஎறியப்படுகிறது. இவ்விரண்டுபந்துகளும் ஒரேநேரத்தில் தரையைஅடையும்.

சமகால இடைவெளியில் சமசெங்குத்துத் தொலைவைக்
கடக்கும் இரு பொருட்கள்

2) கிடைத்தளநெடுக்கம்:எறியப்பட்டபுள்ளிக்குநேர் கீழேகட்டிடத்தின் தரையிலிருந்துஎறிபொருள் தரையைஅடைந்தபுள்ளிவரைஉள்ளதொலைவு,கிடைத்தளநெடுக்கம் எனப்படும்.

நாம் அறிந்தபடிகிடைத்தள இயக்கத்தில்

$$s_x = u_x t + \frac{1}{2} at^2$$

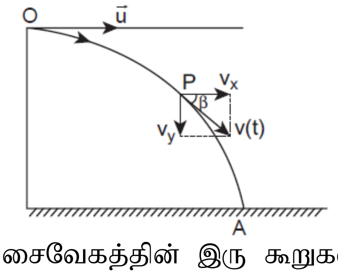
இங்குs_x= R(கிடைத்தளநெடுக்கம்)u_x= u, a= 0 (கிடைத்தளத்திசையில் முடுக்கம் இல்லை),பறக்கும் நேரம் 'T'எனவேகிடைத்தளநெடுக்கம் = uT.

நாம் அறிந்தபடிபறக்கும் நேரம் $\sqrt{\frac{2h}{g}}$

எனவேகிடைத்தளநெடுக்கம் $R= u\sqrt{\frac{2h}{g}}$

மேற்கண்டசமன்பாட்டிலிருந்துகிடைத்தளநெடுக்கம் ஆரம்பத் திசைவேகத்திற்கு (u) நேர்த்தகவிலும்,புவியீர்ப்புமுடுக்கத்தின் (g) இருமடி மூலத்திற்குஎதிர்த்தகவிலும் உள்ளதைக் காட்டுகிறது.

3) தொகுபயன் திசைவேகம் (ஒருகுறிப்பிட்டநேரத்தில் எறிபொருளின் திசைவேகம்) ஒருகுறிப்பிட்ட நேரம் tயிலும் எறிபொருளுக்குx–அச்சுமற்றும் y-அச்சுஆகிய இரண்டுஅச்சுகளிலும் திசைவேகக் கூறுகள் உள்ளன. இவ்விரண்டு கூறுகளின் தொகுபயன்,எறிபொருளின் தொகுபயன் திசைவேகத்தைக் கொடுக்கும்.



திசைவேகத்தின் இரு கூறுகள்

கிடைத்தளத்திசையில் (x-அச்சில்) திசைவேகக்கூறு

$v_x = u_x + a_x t$ இங்கு$u_x = u, a_x = 0$

எனவே$v_x = u \quad \rightarrow(2.26)$

செங்குத்துத்திசையில் (y-அச்சில்) திசைவேகக்கூறு

$v_y = u_y + a_y t$ இங்கு$u_y = 0, a_y = g$

எனவே$v_y = gt \quad \rightarrow(2.27)$

எந்தவொருகுறிப்பிட்டநேரத்திலும் எறிபொருளின் திசைவேகம்

$\vec{v} = u\hat{i} + gt\hat{j}$

எந்தவொருகுறிப்பிட்டநேரத்திலும் எறிபொருளின் வேகம்

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

எறிபொருள் தரையைத் தொடும்போதுஅதன் வேகம்

$v = \sqrt{u^2 + g^2 t^2}$

எறிபொருள் எறியப்பட்டகணத்திலிருந்துதரையைஅடையஎடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்

$$= T \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

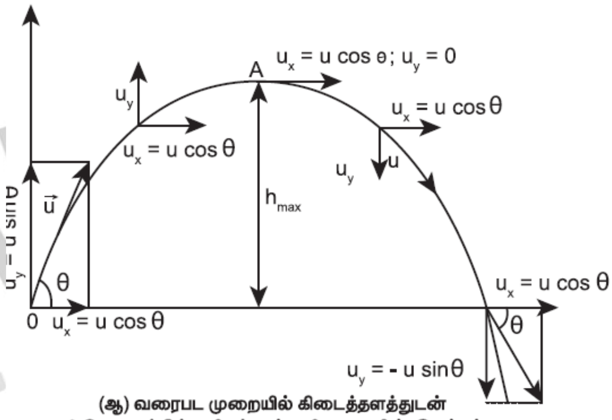
எறிபொருளின் கிடைத்தளத்திசைவேகக்கூறு மாறாததுஅதாவது $v_x = u$

Tநேரத்தில் எறிபொருளின் செங்குத்துத் திசைவேகக்கூறு $v_y = gT = g\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh}$

எனவேஎறிபொருள் தரையைத் தொடும் போதுஅதன் வேகம் $v = \sqrt{u^2 + 2gh}$

2.11.3 கிடைத்தளத்துடன் குறிப்பிட்டகோணத்தில் எறியப்படும் எறிபொருளின் இயக்கம

எறிபொருள் ஒன்று,கிடைத்தளத்துடன் குறிப்பிட்டகோணத்தில் எறியப்படுகிறது. (சாய்நிலையில் எறியப்பட்டஎறிபொருள்)



(ஆ) வரைபட முறையில் கிடைத்தளத்துடன் θ கோணத்தில் எறியப்படும் எறிபொருளின் இயக்கம்

எடுத்துக்காட்டுகள்

- சாய்நிலையில் பிடிக்கப்பட்டதண்ணீர் குழாயிலிருந்துவெளியேறும் நீர்
- பீரங்கியிலிருந்துசுடப்பட்டகுண்டு.

கிடைத்தளத்துடன் θகோணத்தில் எறியப்படும் எறிபொருளின் ஆரம்பதிசைவேகம் $\vec{u}$ என்க. இதனைக் கீழ்க்கண்டவாறுஎழுதலாம்.

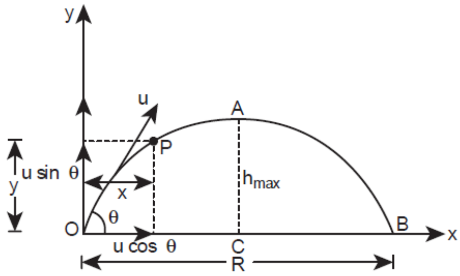
$$\vec{u} = u_x \hat{i} + u_y \hat{j}$$

ஆரம்பதிசைவேகத்தின் கிடைத்தளக்கூறு $u_x = u \cos \theta$மற்றும் அதன் செங்குத்துக்கூறு $u_y = u \sin \theta$ இங்குபுவியீர்ப்புவிசைசெங்குத்துக்கூறுக்குu_yஎதிர்த்திசையில் செயல்படுகிறது. இது செங்குத்துக் கூறினைபடிப்படியாகக் குறைத்துஎறிபொருளின் பெரும் உயரத்தில் அதனைசுழியாக்கும். u_y=0 இதே புவியீர்ப்புவிசைஎறிபொருளைகீழ்நோக்கி இயங்கவைத்துதரையைஅடையச் செய்யும். எறிபொருளின் இயக்கம் முழுமைக்கும் x–அச்சுத்திசையில் எவ்விதமானமுடுக்கமும் இல்லை. எனவேதிசைவேகத்தின் கிடைத்தளக் கூறு ($u_x = u \cos \theta$) எறிபொருள் தரையைஅடையும் வரைமாறாது.

tகாலத்திற்குபின்புகிடைத்தளத்திசைவேகம்,$v_x = u_x + a_x t$

இங்கு$a_x = 0$எனவே$v_x = u_x = u \cos \theta$

tநேரத்தில் எறிபொருள் கிடைத்தளத்தில் கடந்ததொலைவு$s_x = u_x t + \frac{1}{2} a_x t^2$



ஆரம்பத்திசைவேகத்தின் இரு கூறுகள்

இங்குs_x= x, u_x = u cos θ, a_x=0

எனவே,x = u cos θ, t அல்லது t = $\dfrac{x}{u\cos\theta}$ (2.28)

t நேரத்திற்குபின்புசெங்குத்துத்திசைவேகம் $v_y=u_y+a_y t$

இங்குu_y= u sinθ, a_y = -g(புவியீர்ப்புமுடுக்கம் இயக்கத்திற்குஎதிர்த்திசையில் செயல்படுகிறது.

எனவேv_y= u sin θ-gt (2.29)

எறிபொருள் அதேtநேரத்தில் அடைந்தசெங்குத்துத் தொலைவு$s_y= u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$

இங்குs_y=y, u_y=u sin θ, a_y= - g எனவே

$y= u \sin \theta t - \frac{1}{2} g t^2$ (2.30)

சமன்பாடு (2.28) லிருந்துt இன் மதிப்பைசமன்பாடு (2.30) இல் பிரதியிடும் போது

$$y = u\sin\theta \frac{x}{u\cos\theta} - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{u^2\cos^2\theta}$$

$$y = x\tan\theta - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{u^2\cos^2\theta} \qquad (2.31)$$

மேற்கண்டசமன்பாட்டைஉற்றுநோக்கும் போதுஎறிபொருள் மேற்கொண்டபாதைஒருதலைகீழானபரவளையம் எனஅறியலாம்.

பெருமஉயரம் (h_{max})

எறிபொருள் தன்னுடையபயணத்தில் அடையும் அதிகபட்சசெங்குத்துஉயரம்,பெருமஉயரம் (h_{max})எனப்படும். அதனைக் கீழ்க்கண்டவாறுகணக்கிடலாம்.

$$v_y^2 = u_y^2 + 2a_y s$$

இங்குv_y= u sin θ, a_y= - g, s= h_{max}மேலும் பெருமஉயரத்தில் v_y=0

எனவே

$$(0)^2 = u^2\sin^2\theta - 2gh_{max}$$

(அல்லது) $$h_{max} = \frac{u^2\sin^2\theta}{2g} \qquad (2.32)$$

பறக்கும் நேரம் (T_f)

எறியப்பட்டபுள்ளியிலிருந்து,எறியப்பட்டபுள்ளிஉள்ளகிடைத்தளத் தரையைஅடையஎறிபொருள் எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்,பறக்கும் நேரம் எனப்படும். இங்குபறக்கும் நேரம் என்பதுஎறிபொருள் Oபுள்ளியிலிருந்துAபுள்ளிவழியாகBபுள்ளியைஅடையஎடுத்துக்கொள்ளும் நேரமாகும்.

நாம் அறிந்தபடி $s_y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$

இங்கு $s_y = y = 0$ (y -அச்சுதிசையில் தொகுபயன் இடப்பெயர்ச்சிசுழி) $u_y = u \sin\theta$, $a_y = -g$, $t = T_f$

$$0 = u\sin\theta\, T_f - \frac{1}{2} g T_f^2$$

$$T_f = 2u\frac{\sin\theta}{g}$$

கிடைத்தளநெடுக்கம் (R)

எறியப்பட்டபுள்ளிக்கும்,எறியப்பட்டபுள்ளிஉள்ளகிடைத்தளத்தில் எறிபொருள் விழுந்த இடத்திற்கும் இடையேஉள்ளதொலைவுஎறிபொருளின் கிடைத்தளநெடுக்கம் எனப்படும். ஆரம்பத்திசைவேகத்தின் கிடைத்தளக் கூறில் எவ்விதமாற்றமும் இல்லைஎனவே,

கிடைத்தளநெடுக்கம் R =திசைவேகத்தின் கிடைத்தளக் கூறு xபறக்கும் நேரம்.

$R = u \cos\theta \times T_f$

$$R = u\cos\theta \times \frac{2u\sin\theta}{g} = \frac{2u^2\sin\theta\cos\theta}{g}$$

$$\therefore R = \frac{u^2\sin 2\theta}{g} \qquad (2.33)$$

கிடைத்தளநெடுக்கமானதுஆரம்பத்திசைவேகம் (u)எறிகோணத்தின் இரு மடங்கின் சைன் மதிப்பு ($\sin 2\theta$) இவற்றிற்குநேர்த்தகவிலும் புவியீர்ப்புமுடுக்கத்திற்கு (g) எதிர்த்தகவிலும் இருக்கும்.

பெருமகிடைத்தளநெடுக்கத்திற்கு $\sin 2\theta$ பெருமமாக இருக்கவேண்டும். $\sin 2\theta = 1$ இதிலிருந்து $2\theta = \pi/2$ எனக் கிடைக்கும்.

எனவே, $\theta = \frac{\pi}{4}$

எனவேகிடைத்தளத்துடன் 45°கோணத்தில் எறிபொருளினைஎறிந்தால் அதுபெருமகிடைத்தளநெடுக்கத்தைஅடையும் என்பதைஅறியலாம்.

$h_{max} = \frac{u^2}{g}$

தமிழகத்தில் ஆர்வமூட்டும் ஒருபாரம்பரியமானவிளையாட்டுஉள்ளது. அதற்கு ‘கிட்டிபுள்’என்றுபெயர். கிட்டியினால் புள்ளைஅடிக்கும் போதுபுள் பரவளையபாதையில் (parabolic path)செல்லும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.37

எறிபொருள் ஒன்று $10 ms^{-1}$ என்றஆரம்பத்திசைவேகத்துடன் கிடைத்தளத்துடன் $\frac{\pi}{4}$ கோணஅளவில் எறியப்படுகிறது. அதன் கிடைத்தளநெடுக்கத்தைக் கண்டுபிடி. அதேஎறிபொருளைமுன்னர் எறிந்தவாறேநிலவில் எறியும் போதுஅதன் கிடைத்தளநெடுக்கத்தில் ஏதேனும் மாற்றம் நிகழுமா? நிகழும் எனில் எவ்வகையானமாற்றம் என்றுவிளக்குக.

(நிலவின் ஈர்ப்புமுடுக்கம் $g_{நிலவு} = \frac{1}{6} g$)

தீர்வு

எறிபொருள் இயக்கத்தில் கிடைத்தளநெடுக்கம்

$$R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$$

$$\theta = \pi/4$$

$$u = v_0 = 10\, m s^{-1}$$

$$R_{புவி} = \frac{(10)^2 \sin \pi/2}{9.8} = 100/9.8$$

$$R_{புவி} = 10.20\ m$$ (தோராயமாக 10 m)

இதே எறிபொருளைநிலவில் எறியும் போதுஅதன் கிடைத்தளநெடுக்கம் அதிகரிக்கும். ஏனெனில் நிலவின் ஈர்ப்புமுடுக்கம் புவியின் ஈர்ப்புமுடுக்கத்தைவிடக் குறைவு.

$$g_{நிலவு} = \frac{g}{6}$$

$$R_{நிலவு} = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g_{நிலவு}}$$

$$= \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g/6}$$

$$R_{நிலவு} = 6R_{புவி}$$

$$R_{நிலவு} = 6 \times 10.20 = 61.20$$

(தோராயமாக 60 m)

நிலவில் எறிபொருளின் கிடைத்தளநெடுக்கம்,புவியில் எறிபொருளின் கிடைத்தளநெடுக்கத்தைவிடஆறுமடங்குஅதிகம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.38

படத்தில் காட்டியவாறுகிரிக்கெட் வீரர் பந்துஒன்றினைமட்டையால் அடித்தபின்பு,அப்பந்து 30ms^{-1}என்றதிசைவேகத்துடனும், 30°கோணத்திலும் பறந்துசெல்கிறது. மைதானத்தின் எல்லையானதுபந்தினைஅடித்தகிரிக்கெட் வீரரிலிருந்து 75 mதொலைவில் உள்ளது. அப்பந்துமைதானத்தின் எல்லையைபறந்துசென்றுகிரிக்கெட் வீரருக்கு ஆறு ரன்களைப் பெற்றுத்தருமா? (காற்றுத்தடையைப் புறக்கணிக்கவும் மற்றும் புவியீர்ப்புமுடுக்கம் g = 10 ms^{-2}எனக் கருதுக.)

தீர்வு

கிரிக்கெட் பந்தின் இயக்கத்தைஎறிபொருளின் இயக்கமாகக் கருதலாம். நாம் முன்னர் பார்த்தபடிகிடைத்தளத் தொலைவு.

$$R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$$

ஆரம்பத்திசைவேகம் u = 30 ms^{-1}

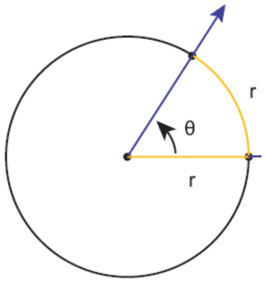
எறிகோணம் θ= 30°

கிரிக்கெட் பந்தின் கிடைத்தளநெடுக்கம்

$$R = \frac{(30)^2 \times sin 60^\circ}{10} = \frac{900 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{10} = 77.94\, m$$

கிடைத்தளநெடுக்கம் மைதானத்தின் எல்லையான 75 மீட்டரைவிடஅதிகமாகஉள்ளது. எனவே,பந்துஎல்லையைக் கடந்துபறந்துவீரருக்கு ஆறு ரன்களைப் பெற்றுத்தரும்.

2.11.4டிகிரிமற்றும் ரேடியன்கள் அறிமுகம்.



ஒருரேடியன் (மஞ்சள் நிறத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது)

கோணங்களைஅளவீடுசெய்வதற்குபல்வேறுஅலகுகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. அவற்றுள் பொதுவாகஅனைவராலும் பயன்படுத்தப்படும் அலகுடிகிரிமற்றும் ரேடியன் ஆகும். பரப்பு,பருமன்,சுற்றளவுபோன்றவற்றைஅளப்பதற்குரேடியன் பயன்படுகிறது.

ரேடியன்: வட்டவில் வட்டமையத்தில் ஒருதளக் கோணத்தைஉருவாக்குகிறது. வட்டவில்லின் நீளத்தை,வட்டத்தின் ஆரத்தால் வகுக்கக் கிடைக்கும் மதிப்பேரேடியன் ஆகும். வட்டத்தின் ஆரத்திற்குசமமானநீளமுள்ளவட்டவில்,வட்டமையத்தில் ஏற்படுத்தும் கோணம் ஒருரேடியன் ஆகும்.

கோணத்தின் அளிவினைஅளப்பதற்குப் பயன்படும் ஒருஅலகுடிகிரிஎனப்படும். இது கோணத் திசையினைக் காட்டுகிறது. ஒருகோணம்,வட்டத்தைஒரு முழு சுற்றுசுற்றும்போதுஅதன் மொத்தக் கோணம் $360°$. எனவேஒரு முழு வட்டம்$360°$யைப் பெற்றுள்ளது. ஒருமுழுவட்டம் என்பது 2πரேடியனைகுறிக்கிறது.

எனவே $360° = 2\pi rad$

அல்லது $1\ \text{rad} = \frac{180}{\pi}\ \text{degree}$

$$1\ \text{rad} \cong 57.27°$$

எடுத்துக்காட்டு 2.39

படத்தில் உள்ளவட்டச்சக்கரத்தின் அருகருகேஉள்ள இரண்டுஆரச்சட்டங்களுக்கு (SPOKES)இடையேஉள்ளகோணம் θவைக் காண்க. உங்களின் விடையைரேடியன் மற்றும் டிகிரி இரண்டிலும் குறிப்பிடவும்.

தீர்வு:

முழுச்சரம் மையத்தில் 2πரேடியன்களைஏற்படுத்தும் சக்கரம் 12 பிரிவுகளாகப் (வட்டவில்) பிரிக்கப்பட்டுள்ளது.

எனவே,ஒருபிரிவுஏற்படுத்தும் கோணம்

$$\theta = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$$

நாம் அறிந்தபடி= π rad = $180°$, $\frac{\pi}{6}$ rad = $30°$∴ எனவே, 2 ஆரச்சட்டங்களுக்கு இடைப்பட்டகோணம் = $30°$

2.11.5 கோண இடப்பெயர்ச்சி

துகளொன்றுOஎன்றபுள்ளியைமையமாககொண்டுrஆரமுடையவட்டப்பாதையைசுற்றிவருகிறதுஎன்க. $t = 0$ என்றநேரத்தில் துகள் Aபுள்ளியிலும்,tநேரத்திற்குபின்புஅத்துகள் Bபுள்ளியிலும் உள்ளது. எனவேசுழற்சிமையத்தைப் பொருத்து (அல்லதுவட்டமையம்O) கொடுக்கப்பட்டநேரத்தில் துகள் ஏற்படுத்தும் கோணம்,கோண இடப்பெயர்ச்சிஎனப்படும்.

கோண இடப்பெயர்ச்சி

அதாவதுகோண இடப்பெயர்ச்சி= $\angle AOB = \theta$

கோண இடப்பெயர்ச்சியின் அலகுரேடியன் ஆகும்.

கோண இடப்பெயர்ச்சி (θ),வட்டவில்லின் நீளம் s (AB) மற்றும் ஆரம் r இவற்றுக்கு இடையேஉள்ளத் தொடர்புθ= $\frac{s}{r}$ அல்லதுs = r θ

கோணத்திசைவேகம் ($\vec{\omega}$)

கோண இடப்பெயர்ச்சிமாறும் வீதமேகோணத்திசைவேகம் எனப்படும்.

tநேரத்தில் ஏற்பட்டகோண இடப்பெயர்ச்சிθஎனில் கோணத்திசைவேகம்.

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

கோணத்திசைவேகத்தின் அலகுரேடியன் /வினாடி (rad s^{-1})

கோணத்திசைவேகத்தின் திசைவலது கை பெருவிரல் விதியின் படி சுழல் அச்சின் திசையில் இருக்கும்.

கோணத் திசைவேகத்தின் திசை

கோணமுடுக்கம் ($\vec{\alpha}$)

கோணத் திசைவேகம் மாறும் வீதம்,கோணமுடுக்கம் எனப்படும்.

$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

கோணமுடுக்கம் ஒருவெக்டர் அளவாகும். இதன் திசைகோணத்திசைவேகத்தின் திசையிலேயே இருக்கவேண்டியஅவசியமில்லை.

தொடுகோட்டுமுடுக்கம்

பொருளொன்றுrஆரமுடையவட்டப்பாதையில் இயங்குகிறதுஎன்க. Δtஎன்றகால இடைவெளியில் பொருள் Δsஎன்றவட்டவில் தொலைவைக் கடக்கிறது. அதுஏற்படுத்தும் கோணம்Δθஆகும்.

வட்ட இயக்கம்

Δθவைப் பயன்படுத்திΔs ஐ பின்வருமாறுஎழுதலாம்.

$$\Delta s = r\Delta\theta \qquad (2.35)$$

Δtஎன்றகால இடைவெளியில்

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = r\,\frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad (2.36)$$

Δt→ 0,என்றஎல்லையில் மேற்கண்டசமன்பாட்டினை

$$\frac{ds}{dt} = r\omega \qquad (2.37)$$

எனஎழுதலாம். இங்கு $\frac{ds}{dt}$ என்பதுநேர்க்கோட்டுவேகமாகும். (v) இது வட்டத்தின் தொடுகோட்டின் வழியேசெயல்படும். மேலும் ωஎன்பதுகோணவேகமாகும்.

எனவேசமன்பாடு (2.37) ஐv =rω

எனஎழுதலாம். இச்சமன்பாடு,நேர்கோட்டுவேகத்திற்கும்,கோணவேகத்திற்கும் உள்ளதொடர்பைக் காட்டுகிறது.

இச் சமன்பாடு (2.38) வட்ட இயக்கத்திற்குமட்டுமேபொருந்தும். பொதுவாகநேர்க்கோட்டுதிசைவேகத்திற்கும்,கோணத்திசைவேகத்திற்கும் உள்ளதொடர்பு

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \qquad (2.39)$$

வட்டப்பாதை இயக்கத்தில் சமன்பாடு (2.39) சமன்பாடு (2.38) ஆகமாறும். ஏனெனில் $\vec{\omega}$ மற்றும் $\vec{r}$ ஒன்றுக்கொன்றுசெங்குத்தாகும்.

நேரத்தைப்பொருத்துசமன்பாடு (2.38) ஐ வகைப்படுத்தினால் (இங்குrஎன்பதுமாறிலி)

$$\frac{dv}{dt} = \frac{rd\omega}{dt} = r\alpha \qquad (2.40)$$

இங்கு $\frac{dv}{dt}$ என்பதுதொடுகோட்டுமுடுக்கமாகும். இதனைa_tஎனவும் $\frac{d\vec{\omega}}{dt}$ என்பதுகோணமுடுக்கம். இதனை (α)எனவும் எழுதலாம். எனவேசமன்பாடு (2.40) ஆனது.

$$a_t = r\alpha \qquad (2.41)$$

இங்குa_tஎன்பதுபொருள் பெரும் தொடுகோட்டுமுடுக்கமாகும்.

தொடுகோட்டுமுடுக்கம்

தொடுகோட்டுமுடுக்கம் நேர்க்கொட்டுத்திசைவேகத்தின் திசையில் செயல்படுவதை இங்குநினைவில் கொள்ளவும்.

2.11.6 வட்ட இயக்கம் (Circular Motion)

ஒருபுள்ளிப்பொருள் மாறாதவேகத்தில் ஒருவட்டப்பாதைவழியேசுற்றிவருகிறது. அப்பொருள் சமகால இடைவெளிகளில் வட்டப்பாதையின் சம தூரத்தைக் கடக்கிறதுஎனில்,அப்பொருள் சீரானவட்ட இயக்கத்தில் உள்ளதுஎனக் கூறலாம்.

சீரானவட்ட இயக்கம்

சீரானவட்ட இயக்கத்தில் திசைவேகம் எப்போதும் மாற்றமடைந்துகொண்டே இருக்கும். ஆனால் வேகம் மாறாது இயற்பியல்படிதிசைவேகவெக்டரின் எண்மதிப்புநிலையாகவும்,அதன்திசைதொடர்ந்துமாற்றமடைவதைஅதுகாட்டுகிறது.

வட்ட இயக்கத்தில் திசைவேகத்தின் எண்மதிப்புமற்றும் திசை இவ்விரண்டும் மாற்றமடைந்தால் நமக்குசீரற்றவட்ட இயக்கம் கிடைக்கும்.

மையநோக்குமுடுக்கம்:

சீரானவட்ட இயக்கத்தில் திசைவேகவெக்டரின் எண்மதிப்பு (வேகம்) மாறாமல் அதன் திசைதொடர்ந்துமாற்றமடைந்துகொண்டேவரும் என்பதைநாம் முன்னர் பார்த்தோம்.

சீரானவட்ட இயக்கத்தில் திசைவேகம்

சீரானவட்ட இயக்கம் நடைபெறும் போதுதிசைவேகவெக்டரின் (நீலவண்ணம்) நீளம் மாற்றமடையாமல் உள்ளதைகவனிக்கவும். இது வேகம் மாறாமல் உள்ளதைக் காட்டுகிறது. இருப்பினும் திசைவேகம் வட்டத்தின் ஒவ்வொருபுள்ளியிலும் தொடுகோட்டுத்திசையில் செயல்படுகிறது. மேலும்,முடுக்கம் வட்டத்தின் ஆரத்தின் வழியேமையத்தைநோக்கிசெயல்படுகிறது. இம்முடுக்கத்தைமையநோக்குமுடுக்கம் எனஅழைக்கலாம். இது எப்போதும் வட்டமையத்தைநோக்கியேசெயல்படும்.

மையநோக்குமுடுக்கம்

நிலைவெக்டர் மற்றும் திசைவேகவெக்டரின் எளியவடிவியல் தொடர்பிலிருந்து,மையநோக்குமுடுக்கச் சமன்பாட்டைவருவிக்கலாம்.

நிலைவெக்டர் மற்றும் திசைவேக
வெக்டரின் வடிவியல் தொடர்பு

நிலைவெக்டர் மற்றும் திசைவேகவெக்டர் இரண்டும் Δt என்றசிறியகால இடைவெளியில் θகோணம் இடப்பெயர்ச்சிஅடைவதைகாட்டுகிறது. சீரானவட்ட இயக்கத்தில் r= $|\vec{r}_1| = |\vec{r}_2|$ மற்றும் v= $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$. துகளின் நிலைவெக்டர் $\vec{r}_1$ லிருந்து $\vec{r}_2$ க்குமாறும்போதுஏற்படும் இடப்பெயர்ச்சியை $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$எனவும் அதன் திசைவேகம் $\vec{v}_1$ லிருந்து $\vec{v}_2$ க்குமாற்றமடைவதை $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ எனவும் குறிப்பிடலாம். இடப்பெயர்ச்சிவெக்டரின் எண்மதிப்புமற்றும் திசைவேகவெக்டரின் எண்மதிப்பு இரண்டும் பின்வரும் தொடர்பினைநிறைவேற்றவேண்டும்.

$$\frac{\Delta r}{r} = -\frac{\Delta v}{v} = 0$$

இங்குஎதிர்க்குறி,Δvவட்டமையத்தைநோக்கி (ஆரம் வழியேஉள்நோக்கி) செயல்படுவதைக் காட்டுகிறது.

$$\Delta v = -v\left(\frac{\Delta r}{r}\right)$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -\frac{v}{r}\left(\frac{\Delta r}{\Delta t}\right) = -\frac{v^2}{r}$$

சீரானவட்ட இயக்கத்திலிருந்துv= ωr, இங்குωஎன்பதுமையத்தைப் பொருத்துதுகளின் கோணத்திசைவேகமாகும். எனவேமையநோக்குமுடுக்கத்தைபின்வருமாறுஎழுதலாம். $a = \omega^2 r$

சீரற்றவட்ட இயக்கம்

வட்ட இயக்கத்தில் வேகம் மாற்றமடைந்துகொண்டே இருந்தால்,அதனைசீரற்றவட்ட இயக்கம் எனஅழைக்கலாம். எடுத்துக்காட்டாக ஊசல் குண்டுகட்டப்பட்டகயிறுசெங்குத்துவட்டத்தில் சுற்றிவரும்போதுகுண்டின் வேகம் எல்லாநேரங்களிலும் சமமாக இருப்பதில்லை. வட்ட இயக்கத்தின் வேகம் மாற்றமடையும் போதெல்லாம் துகள் படத்தில் உள்ளவாறுமையநோக்குமுடுக்கம் (a_c) மற்றும் தொடுகோட்டுமுடுக்கம் (a_t) இரண்டையும் பெறும்.

சீரற்றவட்ட இயக்கத்தில் தொகுபயன் முடுக்கம் a_R

மையநோக்குமுடுக்கம் மற்றும் தொடுகோட்டுமுடுக்கம் இவற்றின் வெக்டர் கூடுதலின் வழியேதொகுபயன் முடுக்கத்தினை (a_R) பெறலாம்.

மையநோக்குமுடுக்கம் $\frac{v^2}{r}$ எனில் தொகுபயன் முடுக்கத்தின் எண்மதிப்பைபின்வருமாறுகுறிப்பிடலாம்.

$$a_R = \sqrt{a_t^2 + \left(\frac{v^2}{r}\right)^2}$$

இந்தத் தொகுபயன் முடுக்கம்,ஆரவெக்டருடன் θகோணத்தைஏற்படுத்துவதைபடம் காட்டுகிறது. மேலும் கோணம் θவை பின்வருமாறுகுறிப்பிடலாம்.

$$\tan\theta = \frac{a_t}{\left(v^2/r\right)}$$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.40

துகளொன்று 10 mஆரமுடையவட்டப்பாதையில் சுற்றுகிறது. அதன் நேர்க்கோட்டுவேகம் v = 3t. இங்குt வினாடியிலும் மற்றும் vஆனதுms^{-1}லும்உள்ளது.

(அ) t=2வினாடியில் துகளின் மையநோக்குமுடுக்கம் மற்றும் தொடுகோட்டுமுடுக்கம் ஆகியவற்றைக் காண்க.

(ஆ) தொகுபயன் வெக்டர்,ஆரவெக்டருடன் ஏற்படுத்தும் கோணத்தைக் காண்க.

தீர்வு

t=2வினாடியில் துகளின் வேகம் v= 3t =6 ms^{-1}

t=2வினாடியில் துகளின் மையநோக்குமுடுக்கம்

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(6)^2}{10} = 3.6\,m\,s^{-2}$$

தொடுகோட்டுமுடுக்கம் $a_R = \frac{dv}{dt} = 3\ ms^{-2}$

ஆர வெக்டருக்கும்,தொகுபயன் வெக்டருக்கும் உள்ளகோணம்

$$\tan\theta = \frac{a_t}{a_c} = \frac{3}{3.6} = 0.833$$

$$\theta = \tan^{-1}(0.833) = 0.69 \text{ ரேடியன்}$$

டிகிரியில் $\theta = 0.69 \times 57.27^\circ \approx 40^\circ$

இரவுபகல் இரு வேளைகளிலும் சூரியனைப் பொறுத்துநாம் ஒரேவேகத்தில் செல்கிறோமா?

புவி, சூரியனை நீள்வட்டப்பாதையில் சுற்றிவருகிறது. சூரியனைப் பொறுத்தபுவிமையத்தின் திசைவேகத்தை $\vec{v}_c$என்க. $\vec{v}_c$ இந்த சூரியனைப் பொறுத்துபுவிநீள்வட்டப்பாதையில் சுற்றிவருவதால் ஏற்படுகிறது. அதேநேரத்தில் புவிதன் அச்சினைப் பொறுத்துதற்சுழற்சி இயக்கத்தைமேற்கொள்கிறது. புவியின் மேற்பரப்பில் உள்ளஅனைத்துப் பொருட்களும் புவியின் தற்சுழற்சிஅச்சினைமையமாகக் கொண்டு$\vec{v}_s$என்றதிசைவேகத்தில் வட்டப்பாதை இயக்கத்தைமேற்கொள்கின்றன. இரவுநேரங்களில் $\vec{v}_c$மற்றும் $\vec{v}_s$இரண்டும் ஒரேதிசையில் அல்லதுஒன்றுக்கொன்றுகுறுங்கோணவேறுபாட்டுதிசையில் செயல்படுகின்றன. எனவே இரவில் சூரியனைப் பொருத்துபுவியின் மேற்பரப்பில் உள்ளபொருளின் திசைவேகம் $\vec{v}_{\text{இரவு}} = \vec{v}_c + \vec{v}_s$ஆகும் இதிலிருந்துபுவியின் பரப்பில் எந்தஒருபொருளும் பகலைவிட இரவுநேரத்தில் சூரியனைப் பொறுத்துவேகமாகச் செல்லும் எனஅறியலாம். இது புவியின் சுழற்சியால் ஏற்படுகிறது. இதனைபின்வரும் படத்தின் மூலம் அறியலாம்.

வட்ட இயக்கத்தின் இயக்கச் சமன்பாடுகள்

மாறாதகோணமுடுக்கத்துடன் αபொருளொன்றுவட்ட இயக்கத்தைமேற்கொண்டால் நேர்க்கோட்டு இயக்கத்தைப் போன்றேவட்ட இயக்கத்திற்கும் இயக்கச் சமன்பாடுகளைதருவிக்கலாம்.

வட்ட இயக்கத்திலுள்ளதுகளொன்றின் ஆரம்பக்கோணத் தசைவேகம் ω_0 என்க.t காலத்திற்குப் பின்புஅத்துகள் அடையும் இறுதிகோணத்திசைவேகம் ω. இக்கால இடைவெளியில் துகள் அடைந்தகோண இடப்பெயர்ச்சிθஎன்க.கோணத்திசைவேகத்தில் மாற்றம் உள்ளதால் துகள் αஎன்றகோணமுடுக்கத்தைப் பெற்றிருக்கும்.

பிரிவு (2.4.3) இல் நேர்க்கோட்டு இயக்கத்திற்கும் உள்ளதைப் பொன்றேவட்ட இயக்கத்திற்கும் இயக்கச் சமன்பாடுகளைஎழுதலாம்.

நேர்க்கோட்டு இடப்பெயர்ச்சி (s) ஐ கோண இடப்பெயர்ச்சிθஎனவும்

திசைவேகம (v) ஐ கோணத்திசைவேகம் (ω) எனவும்

முடுக்கம் (a) வைகோணமுடுக்கம் (α) எனவும்

ஆரம்பதிசைவேகம் (u) ஐ ஆரம்பக்கோணத்திசைவேகம் (ω_0) எனவும் மாற்றவும்.

இம்மரபினைபின்பற்றியபின்புகிடைக்கும் வட்ட இயக்கத்தின் இயக்கச் சமன்பாடுகள் பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

நேர்க்கோட்டு இயக்கத்தின் இயக்கச் சமன்பாடுகள்	வட்ட இயக்கத்தின் இயக்கச் சமன்பாடுகள்
$v = u + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$s = ut + \frac{1}{2}at^2$	$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
$v^2 = u^2 + 2as$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$
$s = \frac{(v+u)t}{2}$	$\theta = \frac{(\omega_0 + \omega)t}{2}$

எடுத்துக்காட்டு 2.41

வட்டப்பாதை இயக்கத்திலுள்ளதுகள் ஒன்றின் கோணமுடுக்கம் $\alpha = 0.2$ rad s^{-2}

அ) இத்துகள் 5 வினாடிகளுக்குப் பின்னர் அடைந்தகோண இடப்பெயர்ச்சிமற்றும்.

ஆ) நேரம் t= 5 வினாடியில் இத்துகளின் கோணத்திசைவேகம் ஆகியவற்றைக் காண்க. (துகளின் ஆரம்பக் கோணத்திசைவேம் ஆகியவற்றைக் காண்க. (துகளின்ஆரம்பக் கோணத்திசைவேகம்சுழிஎனக் கருதுக.

தீர்வு:

துகளின் ஆரம்பக் கோணத்திசைவேகம் (ω_0=0)துகளின் கோண இடப்பெயர்ச்சி

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\theta = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-1} \times 25 = 2.5\ rad$$

டிகிரியில் $\theta = 2.5 \times 57.27^\circ \approx 143^\circ$