



FORCE AND MOTION PART - III

11 TH VOL- 2	UNIT -6	ஈர்ப்பியல்
	UNIT -10	அலைவுகள்

11thஇயற்பியல்
தொகுதி - 2
அலகு 6
ஈர்ப்பியல்

அறிமுகம்:

ஓனிரும் வானத்தைப் பார்த்து நாம் எப்பொழுதும் வியக்கின்றோம். கிழக்கே சூரியன் சூரியன் உதிப்பது ஏன்? மேற்கே மறைவது ஏன்? வால்மீன் விண்ணில் விரைந்து செல்வது எப்படி? விண்மீன்கள் இரவில் கண்சிமிட்டுவது ஏன்? இதுபோன்ற கோள்விகள் பல நமக்குள் எழுந்து கொண்டே இருக்கின்றன. பண்டைய காலந்தொட்டே விண்வெளியானது நம் ஆர்வத்தை தூண்டும் களமாகவே இருந்துவருகிறது. நிலவு, கோள்கள் மற்றும் விண்மீன்கள் விண்ணில் எவ்வாறு இயங்கி வருகின்றன? அவை இயங்குவதற்கான காரணம் யாது? எனவியப்படைகிறோம். விண்ணில் இயங்குவதற்கான காரணம் யாது? என வியப்படைகிறோம். விண்ணில் வான்பொருள்களின் இயக்கத்தையும் அதன் காரணத்தையும் புரிந்துகொள்ளமிகச் சிறந்த சிந்தனையாளர்களான அரிஸ்டாட்டில் முதல் ஸ்டெபன் ஹாகிங் வரைமுயன்றனர்.

17 ஆம் நூற்றாண்டின் இறுதியில் நியூட்டன் உருவாக்கியசர்ப்பியல் கொள்கையானது, வான் மற்றும் புவியிலுள்ள பொருள்களின் இயக்கம் பற்றியும் அது குறித்து எழுந்த பல கேள்விகளுக்கும் விடைகளைத் தந்தது. கடந்த மூன்று நூற்றாண்டுகளாகத் தொடர்ந்து வானியல் ஆய்வுகள் பல நடைபெற்றுள்ள போதும், இன்றைவும் ஈர்ப்பியல் துறையானது இயற்பியலில் ஆய்வுகள் மிக அதிகமாக நிகழும் களமாகவே உள்ளது. 2017 ஆம் ஆண்டில் இயற்பியலுக்கான நோபல் பரிசு, ‘ஈர்ப்பியல் அலைகள்’(Gravitational Waves) கண்டுபிடிப்புக்கு வழங்கப்பட்டது. இந்தஈர்ப்பியல் அலைகள் குறித்து கருத்தளவில் 1915 ஆம் ஆண்டிலேயே ஜன்ஸ்ன் முன்னறிவிப்பு செய்திருந்தார். கோள்களின் இயக்கம் குறித்த புரிதல், விண்மீன்கள் மற்றும் விண்மீன் கூட்டங்கள் உருவாகும் விதம், கருந்துளைகள் மற்றும் அவற்றின் வாழ்க்கைச் சுழற்சி ஆகியவை தொடர்பான பல ஆய்வுகள் கடந்த சில நூற்றாண்டுகளாக மேற்கொள்ளப்பட்டு வருகின்றன.

புவிமையக் கொள்கை-தாலமி:

இரண்டாம் நூற்றாண்டைச் சேர்ந்த கிரேக்க ரோமானியவானியல் அறிஞர் கிளாடியஸ் தாலமிவான் பொருள்களான சூரியன், நிலா, செவ்வாய், வியாழன் போன்றவற்றின் இயக்கத்தை விளக்குவதற்காக ஒரு கொள்கையை உருவாக்கினார். இம்மாதிரியே புவிமையக் கொள்கை என அழைக்கப்பட்டது.

தாலமியின் புவிமையக் கொள்கைப்படிபுவியேபிரபஞ்சத்தின் மையம். சூரியன், நிலா உட்படபிரபஞ்சத்தில் உள்ள அனைத்துவான் பொருள்களும் புவியைமையமாகக் கொண்டுசூற்றிவருகின்றன.

புவிமையக் கொள்கையானது வெறும் கண்களால் வானை உற்றுநோக்கிடும் போது நாம் உணரும் பல நிகழ்வுகளுடன் நன்கு பொருந்துகின்றது. சூரியன் மற்றும் நிலாவின் இயக்கத்தை ஒரளவு சரியாக தாலமியின் கொள்கைவிளக்கியபோதும், செவ்வாய், வியாழன் போன்ற கோள்களின் பின்னோக்கு இயக்கத்தை (Retrograde motion) விளக்க இயலவில்லை.

15-ம் நாற்றாண்டில் போலந்து நாட்டு வானியல் அறிஞர் நிக்கோலஸ் கோப்பர்னிக்கஸ் (1473 – 1543) சூரிய மையக் கொள்கையினை (Heliocentremodel) முன் மொழிந்தார். இக்கொள்கைப்படி சூரிய குடும்பத்தின் மையமாக சூரியன் உள்ளது. சூரியனை மையமாகக் கொண்டு புவி உட்பட அனைத்து கோள்களும் வட்டப்பாதையில் சுற்றிவருகின்றன. அனைத்து வானியல் பொருள்களின் இயக்கங்களையும் இக்கொள்கை கவெற்றிக்கரமாக விளக்கியது.

அதே கால கட்டத்தில் புகழ் பெற்ற இத்தாலிய இயற்பியல் அறிஞர் கலிலியோ (Galileo) புவிக்கு அருகில் மேலிருந்துகீழ் விழும் பொருள்கள் அனைத்தும் புவியினை நோக்கிசமவீதத்தில் முடுக்கமடைகின்றன என கண்டறிந்தார்.

இதற்கிடையில் டைகோ பிராஹே (1546 – 1601) தன் வாழ்நாள் முழுவதையும் விண்மீன்கள் மற்றும் கோள்கள் ஆகியவற்றின் நிலை மற்றும் இயக்கம் குறித்துவெறும் கண்களால் கண்டறிந்து பதிவுகள் செய்வதில் செலவழித்தார். பிராஹே சேகரித்தவானியல் தரவுகளை அவரது உதவியாளர் ஜோகன் கெப்ளர் (1571 – 1630) பகுத்தாய்வு செய்து கோள்களின் இயக்கம் பற்றியவிதிகளை கண்டறிந்தார்.

இவ்விதிகள் கோள்களின் இயக்கத்திற்கானகெப்ளர் விதிகள் என அழைக்கப்பட்டன.

கோள்களின் இயக்கத்திற்கானகெப்ளர் விதிகள்:

கெப்ளரின் விதிகளை கீழ்க்கண்டவாறு கூறலாம்

1. சுற்றுப் பாதைகளுக்கானவிதி:

சூரியனை ஒரு குவியப் புள்ளியில் கொண்டு ஒவ்வொரு கோளும் சூரியனை நீள்வட்டப்பாதையில் சுற்றிவருகிறது.

கோள் நீள்வட்டப்பாதையில் சூரியனை சுற்றிவருதல்

சூரியனுக்கு மிக அருகில் கோள் உள்ளானிலை (P) அண்மை நிலை (Perihelion) எனப்படும். சூரியனுக்கு பெருமத் தொலைவில் கோள் உள்ளானிலை (A) சேய்மைநிலை (Aphelion) என்க. நீள்வட்டத்தின் அரை நெட்டச்சு ‘அ’ மற்றும் அரை குற்றச்சு ‘பு’ எனப்படுகின்றன. கோப்பர்னிக்கஸ் தாலமியும் கோள்கள் வட்டப்பாதையில் இயங்குகின்றன எனக் கருதினர். ஆனால் கோள்கள் நீள்வட்டப்பாதையில் இயங்குகின்றன என்பதை கெப்ளர் கண்டறிந்தார்.

பரப்புவிதி (Law of Area)

சூரியனையும் ஒரு கோளையும் இணைக்கும் ஆர் வெக்டரானது சமகால இடைவெளியில் சமபரப்புக்களை ஏற்படுத்தும்.

கோள் ஒன்று சூரியனை சுற்றிவரும் போது Δt என்ற சிறிய நேர அளவில் ஆரவெக்டர் ஏற்படுத்திய பரப்பு ΔA , வெண்ணிறமாக காட்டப்பட்டுள்ளது. நீள்வட்டத்தின் மையத்தில் சூரியன் இல்லை. எனவே கோள் சூரியனுக்கு அருகே செல்லும்போது மிக அதிக வேகத்திலும், சூரியனிடமிருந்து நீண்டதொலைவில் செல்லும் போது குறைந்த திசைவேகத்திலும் செல்லும். இதன் மூலம் சமகால அளவில் சம அளவுபரப்புகளை கடந்து செல்கிறது. கோள்களின் வேகம் மாறுபடுவதை தரவுகள் மூலம் அறிந்த கெப்ளர் அதன் அடிப்படையில் பரப்புவிதியைகண்டறிந்தார்.

சுற்றுகாலங்களின் விதி:

நீள்வட்ட பாதையில் சூரியனை சுற்றும் கோளின் சுற்றுக்காலத்தின் இருமடி, அந்தநீள்வட்டத்தின் அரை நெட்டச்சின் முழுமடிக்கு நேர்த்தகவில் இருக்கும். கீழ்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$T^2 \propto a^3$$

$$\frac{T^2}{a^3} = \text{மாறிலி}$$

இங்கு T என்பது சுற்றுக்காலம், a என்பது அரைநெட்டச்சின் நீளம் ஆகும். இச்சமன்பாட்டிலிருந்து, நாம் அறிந்து கொள்வது சூரியனிலிருந்து உள்ள தொலைவு அதிகரிக்கும் போது, சுற்று காலமும் அதிகரிக்கும். ஆனால் அதிகரிப்பு வீதம் மாறுபடும் எனஅறியலாம்.

சூரியனைச் சுற்றிவரும் கோள்களின் சுற்றுகாலங்களும், அவைசுற்றும் நீள்வட்டப்பாதையின் அரைநெட்டச்சு மதிப்புகளும் தரப்பட்டுள்ளன. அட்டவணையிலிருந்து $\frac{T^2}{a^3}$ ஏற்க்காழ மாறிலியாக இருப்பதை காணலாம். இது கெப்ளர் மூன்றாம் விதியை உறுதிப்படுத்துகிறது.

சூரியனைச் சுற்றும் கோள்களின் சுற்றுகாலங்களும் (T) அவற்றின் அடைநெட்டச்சு(a) அளவுகளும்

கோள்	a (10^{10} m)	T (ஆண்டுகள்)	$\frac{T^2}{a^3}$
புதன்	5.79	0.24	2.95
வெள்ளி	10.8	0.615	3.00
புவி	15.0	1	2.96
செவ்வாய்	22.8	1.88	2.98
வியாழன்	77.8	11.9	3.01
சனி	143	29.5	2.98
யுரேனேஸ்	287	84	2.98
நெப்டியூன்	450	165	2.99

பொதுஈர்ப்பியல் விதி:

கோள்களின் இயக்கம் பற்றிகெப்ளர் விதிகள் விளக்கி கூறிய போதும், அக்கோள்களின் இயக்கத்திற்கு காரணமான விசைகளை பற்றி விளக்கமுடியவில்லை. கெப்ளர் விதிகளையும் கலிலியோவின் ஆய்வுகளை பகுப்பாய்வு செய்ததியூட்டன் அவற்றின் அடிப்படையில் ஈர்ப்பியல் விதியை தருவித்தார்.

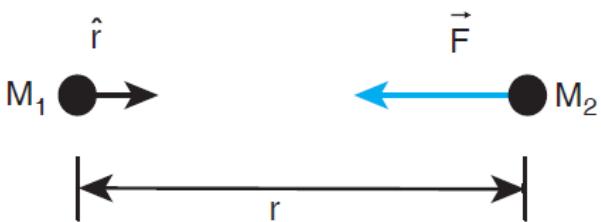
Mநிறை உடைய துகள், அண்டத்தில் உள்ள அனைத்து துகள்களையும் குறிப்பிட்டவிசையுடன் ஈர்க்கிறது. அந்தஈர்ப்பு விசையின் வலிமையானது, அவற்றின் நிறைகளின் பெருக்கற்பலனுக்கு நேர்த்தகவிலும், அவற்றுக்கு இடையேயான தொலைவின் இருமடிக்கு எதிர்த்தகவிலும் இருக்கும் என்பதே நியூட்டனின் ஈர்ப்பியல் விதியாகும்.

கணிதவியல் வடிவில் ஈர்ப்பியல் விசையினை கீழ்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$\vec{F} = -\frac{GM_1M_2}{r^2}\hat{r}$$

இங்கு M_1 லிருந்து M_2 நோக்கிசெல்லும் அலகுவெக்டர் \hat{r} ஆகும்.

G ஈர்ப்பியல் மாறி: G ன் மதிப்பு $6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{kg}^{-2}$. r-என்பது நிறைகள் M_1 மற்றும் M_2 இடையே உள்ள தொலைவு. நிறை M_1 ஆனது நிற M_2 ஆல் உணரும் ஈர்ப்பியல் விசையை \vec{F} வெக்டர் குறிக்கிறது. எதிர்குறியானது ஈர்ப்பியல் விசைப்பொழுதும் ஈர்க்கும் தன்மை உடையது என்பதை குறிக்கிறது. ஈர்ப்பியல் விசையானது எப்போதும் இரு நிறைகளையும் இணைக்கும் நேர்க்கோட்டின் வழியே செயல்படும்.

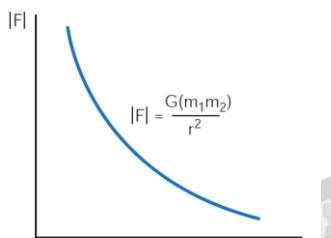


இருநிறைகள் ஒன்றைவிட்டும் திட்டமிடும்:

கார்மசியன் ஆய அச்சுகளில் 'r' என்றதொலைவின் இருமடிட² = (x² + y² + z²) எனக்குறிக்கப்படும்

ஈர்ப்பியல் விசையின் முக்கியபண்புகள்:

ஈர்ப்பியல் விசையானது r²-க்கு எதிர்த் தகவில் உள்ளதால் இரு நிறைகளுக்கு இடையேயான தொலைவு அதிகரிக்கும் போது, ஈர்ப்பியல் விசையின் வலிமை குறைகிறது. ஆகவே தான் சூரியனிடமிருந்து புவியைவிட அதிகதொலைவில் உள்ளுரேனஸ் புவியினை விட குறைந்த அளவு ஈர்ப்பியல் விசையினை உணர்கிறது.



தொலைவைப் பொருத்துச்சப்பியல் விசைமாறுபடுதல்

- இரு துகள்களுக்கு இடையே செயல்படும் ஈர்ப்பியல் விசை எப்பொழுதும் செயல் எதிர்ச்செயல் (action - reaction) இணையாகவே அமையும். புவிமீது சூரியன் ஏற்படுத்தும் ஈர்ப்பியல் விசை சூரியனை நோக்கி செயல்படும். அதேபோல் சூரியன் மீது புவி ஏற்படுத்தும் ஈர்ப்பியல் விசை புவியை நோக்கி செயல்படும். இது எதிர்ச்செயல் விசை(Reaction force) ஆகும். இருவிசைகளும் வெவ்வேறு பொருள்களின் மீதுசெயல்படுகின்றன.
- சூரியன் ஈர்ப்பு விசையினால் பூமியின் மீது ஏற்படும் திருப்புவிசையானதுகீழேதரப்பட்டுள்ளது.

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times \left(-\frac{GM_s M_E}{r^2} \hat{r} \right) = 0$$

$$\text{ஏனென்றால் } \vec{r} = r \hat{r} = 0$$

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \text{ எனவே இதிலிருந்து அறிவது என்னவென்றால் பூமியின் கோண உந்தம் } \vec{L}$$

சூரியனைப் பொறுத்து ஒருமாறு வெக்டராகும் இது அனைத்துக் கோள்களுக்கும் பொருந்தும். இன்னும் சொல்வ தென்றால் இந்த கோண உந்தமாறாத் தன்மைதான் கெப்ளரின் இரண்டாம் விதியை ஏற்படுத்துகிறது.

- ம₁மற்றும் ம₂நிறைகள் புள்ளிநிறைகள் என்றாலுமானத்தின் அடிப்படையிலேயே $\vec{F} = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \hat{r}$

சமன்பாடுபயன்படுத்தப்படுகிறது. சூரியனின் ஈர்ப்புவிசையின் காரணமாக புவியானது சூரியனைச் சுற்றிவருகிறது எனும் போது நாம் சூரியனையும் புவியையும் புள்ளி நிறைகளாக கருதுகிறோம். சூரியனுக்கும் புவிக்கும் இடையே உள்ள தொலைவினை அவற்றின் விட்டத்துடன் ஒப்பிடும் போதுஅவற்றை புள்ளிநிறைகளாகக்கருதுவதில் தவறில்லை. ஒழுங்கற்ற மற்றும்

நீடிக்கப்பட்டுள்ள ஒப்பிடும் போது அவற்றைபுள்ளிநிறைகளாக கருதுவதில் தவறில்லை. ஒழுங்கற்ற மற்றும் நீடிக்கப்பட்டுள்ள பரப்புடைய(Irregular and extended) பொருள்களுக்கு பயன்படுத்த இயலாது. அப்படிப்பட்டபொருள்களுக்கு இடையேஉள்ளாஸ்ப்பு விசையின் கணக்கீட்டுமறைகளை உயர் வகுப்புகளில் கற்போம்.

- ஒரே ஒரு சிறப் புநேர்வில் மட்டும் இரு பொருள்கள் மிக அருகில் இருந்தாலும், புள்ளிநிறை என்ற அனுமானத்தை பயன்படுத்தலாம்.

சீரான அடர்த்தியும் நிறை M மும் உடைய உள்ளீட்டற் கோளத்திற்கும், அக்கோளத்திற்கு வெளியே உள்ள புள்ளிநிறை மக்கும் இடையேஉள்ளாஸ்ப்பியல் விசையை கணக்கிடும் போது, இவை இரண்டும் குறைந்த தொலைவில் உள்ளபோதும் கோளத்தை புள்ளிநிறை கருதிஸர்ப்பியல் விசை சமன்பாட்டை பயன்படுத்தலாம். உள்ளீட்டற் கோளத்திற்கு பதிலாகநிறை M உடைய புள்ளி நிறையானது அக்கோளத்தின் மையப்புள்ளியில் உள்ளதாகக் கருதுவோம். பின்பு இவ்விரு புள்ளிநிறைகளுக்கும் இடையே உள்ளாஸ்ப்பியல் விசையை கணக்கிடலாம். இந்தமதிப்பு உள்ளீட்டற் கோளத்திற்கும் புள்ளி நிறைக்கும் இடையேயான ஈர்ப்பியல் விசைக்கு சமம் ஆகும். உள்ளீட்டற் கோளத்தின் மொத்த நிறையும் அதன் மையப்புள்ளியில் இருப்பது போல தோன்றும்.

நம்மை கவரக்கூடிய மற்றொரு முடிவும் உள்ளது. நிறை M உடைய உள்ளீட்டற் கோளம் ஒன்றை கருதுவோம். உள்ளீட்டற் கோளத்தின் உட்புறம் நிறை ட ஜ வைப்போம். நிறை ட உணரும். ஈர்ப்பியல் விசைசுமி ஆகும். இதற்கான விளக்கத்தை உயர் வகுப்புகளில் கற்போம்.

நன்கு பழுத்தமாங்கனி, மரத்திலிருந்து கீழே விழுவதற்கும், நிலா புவியை சுற்றுவதற்கும் காரணம் ஒரே ஈர்ப்பியில் விசைதான் என்று விளக்கிய தேர்ப்பியல் விதியின் வெற்றியாகும்.

நியூட்டனின் எதிர்த்தகவு இருமிழிவிதி:

நியூட்டன் ஒரு எளிமையான கணக்கீட்டுக்காக கோள்கள் வட்டப்பாதையில் இயங்குவதாக கருதினார். r ஆரமுடைய வட்டப்பாதையில் இயங்கினால் மையப்புள்ளியை நோக்கி செயல்படும் மையநோக்கு முடுக்கம்

$$a = \frac{v^2}{r}$$

இங்கு s -திசைவேகம் மற்றும் r - வட்டப்பாதையின் மையப்புள்ளியிலிருந்து கோளின் தூரம் ஆகும்.

தெரிந்த அளவுகள் r மற்றும் T ஆகியவற்றின் அடிப்படையில் திசைவேகம்

$$a = \frac{2\pi r}{T}$$

இங்கு Tஎன்பது கோளின் சுற்றுக்காலம் ஆகும். v ன் மதிப்பை

$$a = \frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} = -\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

இந்த a - ன் மதிப்பைநியூட்டன் இரண்டாம் விதி $F = ma$ சமன்பாட்டில் பிரதியிட இங்குமன்பதுகோளின் நிறைஆகும்.

$$F = -\frac{4\pi^2 mr}{T^2}$$

கெப்ளர் மூன்றாம் விதிப்படி

$$\frac{r^3}{T^2} = k \text{ (மாறிலி)}$$

$$\frac{r}{T^2} = \frac{k}{r^2}$$

விசைக்கானசமன்பாடுபிரதியிடநமக்குள்ப்பியல் விதிக்கானசமன்பாடுகிட்டும்

$$F = \frac{4\pi^2 m k}{r^2}$$

இவ்விசையானது கவர்ச்சி விசை என்பதையும் விசையானது மையத்தை நோக்கி செயல்படும் என்பதையும் எதிர்க்குறி உணர்த்துகிறது. கோளின் நிறை அ ஆனது வெளிப்படையாக வந்துள்ளது. ஆனால் நியூட்டன் தனது மூன்றாம் விதிப்படிபுவியானது சூரியனால் ஈர்க்கப்படுகிறது எனில் சூரியனும் புவியால் ஈர்க்கப்பட்டவேண்டும் என உறுதியா கநம்பினார். எனவே சூரியனில் நிறைM மும் வெளிப்படையாக இடம்பெறவேண்டும் என்னியூட்டன் கருதினார். ஆகவேதன் உள் உணர்வின் படி $4\pi^2 k$ க்குபதிலாக GM என சமன்பாட்டில் பிரதியிட்டார். அதன் மூலம் ஈர்ப்பியல் விதி சமன்பாடு

$$F = -\frac{GM_m}{r^2}$$

எனப் பெறப்பட்டது.

�ர்ப்பியல் விசையானது கவர்ச்சி என்பதை எதிர்க்குறி மீண்டும் நமக்கு உணர்த்துகின்றது. மேற்கூறிய விவாதத்தில், கோள் வட்டப்பாதையில் இயங்குகிறது என நாம் எடுத்து கொண்டோம். ஆனால் கோள்கள் சூரியனை நீள்வட்டப்பாதையில் சுற்றி வருகின்றன என்பதே உண்மையாகும். ஆயினும் கோள்களின் பாதையானது, வட்டப்பாதையிலிருந்து சிறிதளவே மாறுபட்டு உள்ளன. மேலும் பெரும்பாலான கோள்களின் பாதை கிட்டத்தட்ட வட்டமாகவே உள்ளது என்பதால் மேற்கண்ட கருதுகோள் சரியே

புவிக்கும் நிலவுக்கும் இடையே உள்ளதொலைவு மற்றும் புவியின் ஆரம் ஆகியவற்றின் மதிப்புகளின் மூலம் மேற்கண்ட கணக்கீடு அமைந்துள்ளது.

2400 ஆண்டுகளுக்கு முன்னர் கிரேக்க நூலகர் (எரட்டோஸ்தனீஸ்) (Eratosthenes) புவியின் ஆரத்தை கணக்கிட்டார். அதேபோல கிரேக்கவானியல் அறிஞர் ஹிப்பார்க்கஸ் புவிக்கும் நிலவுக்கும் இடையே உள்ள தொலைவைக் கண்டறிந்தார்.

சுவாரசியமான விஷயம் என்னவென்றால் இத்தொலைவுகளைக் கணக்கிட இவ்வானவியல் அறிஞர்கள் பயன்படுத்திய வடிவியல் மற்றும் முக்கோணவியல் இன்றுநாம் உயர்நிலைபள்ளி வகுப்புகளிலேயே கற்கிறோம். வானியல் பகுதியில் இது பற்றிய விபரங்கள் தரப்பட்டுள்ளன.

�ர்ப்பியல் மாறிலி:

�ர்ப்பியல் மாறிலி'G'யின் மதிப்பு, ஈர்ப்பியல் விதியில் முக்கிய பங்காற்றுகிறது. சூரியனுக்கும் புவிக்கும் இடையே உள்ளளர்ப்பு விசைமிக அதிகமாக இருப்பதும், நிறை குறைவான மிகச்சிறிய பொருள்களுக்கு (எடுத்துக்காட்டாக இரு மணிதர்களுக்கிடையேயான) விசை புறக்கணிக்கத்தக்க அளவில் மிகக்குறைவாக இருப்பதன் காரணத்தை G ன் மதிப்பு விளக்குகிறது.

புவிபரப்பில் உள்ளாநிறை m உணரும் விசை

$$F = -\frac{GM_E m}{R_E^2}$$

இங்கு M_E -புவியின் நிறை, m -பொருளின் நிறை, R_E -புவியின் ஆரம் ஆகும்.

நியூட்டன் இரண்டாம் விதிப்படி, $F = -mg$,
இதனைவூப்பிட,

$$-mg = -\frac{GM_E m}{R_E^2}$$

$$g = \frac{GM_E}{R^2}$$

புவியின் மையத்திலிருந்து r தொலைவில் உள்ளாநிறை M உணரும் விசை

$$F = -\frac{GM_E M}{r^2}$$

GM_E யின் மதிப்பை மேலே உள்ள சமன்பாட்டில் பிரதியிட,

$$F = -gM \frac{R_E^2}{r^2}$$

இதன் மூலம் நமக்குத் தெரிவது என்ன வென்றால், இன் மதிப்பு தெரிந்தாலே விசையை எளிதில் கணக்கிடலாம். இதற்கு 'G' இன் மதிப்புடே தவை இல்லை.

1798ல் ஹென்றிகாவண்டிஷ் முறுக்குத்தராசு(Torsion balance) கருவியின் மூலம் $G = 6.75 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ எனக் கண்டறிந்தார். இன்றுநவீனதொழில்நுட்பத்தின் மூலம் G இன் மதிப்புமிகுத் துல்லியமாககண்டறியப்பட்டுள்ளது. தற்போது $G = 6.67259 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ என்றுமதிப்புற்றுக் கொள்ளப்பட்டுள்ளது.

ஸ்ர்ப்புபுலமும், ஸ்ர்ப்புதன்னிலைஆற்றலும்
ஸ்ர்ப்புப்புலம்:

அடிப்படையில் இரு பொருள்களுக்கு இடையான இடைவினையே விசை ஆகும். இந்த உறவின் தன்மையைப் பொறுத்து விசையானது (1) தொடுவிசை(2) தொடாவிசைன் இருவகைப்படும்.

இருபொருள்கள் ஒன்றுடன் ஒன்றுதொட்டுக் கொண்டிருக்கும் போது ஏற்படும் விசைதொடுவிசைஆகும். விசையை ஏற்படுத்தும் காரணியும் பொருளும் ஒன்றுக்கொண்டு தாடுவதன் மூலம் ஏற்படும் தொடுவிசையால் பொருளின் இயக்கமானது ஏற்படுகிறது.

சூரியனை புவி சுற்றி வருவதை கருதுவோம். சூரியனும் புவியும் ஒன்றை ஒன்று தொடாவில்லை என்றாலும் அவை ஒன்றையொன்று இடை வினைபுரிகின்றன. அதன் காரணமாக புவியானது சூரியனின் ஸ்ர்ப்பு விசையை உணர்கிறது. இவ்வகை ஸ்ர்ப்புவிசை ஒரு தொடாவிசைஆகும்.

புவியிலிருந்து மிக அதிகத் தொலைவில் சூரியன் உள்ள போதும் இரண்டும் ஒன்றுக்கொண்டு இடைவினை புரிகின்றன என்பது நமக்கு வியப்பாக தோன்றும். நம்மால் நேரடியாக பார்க்கவோ அல்லது உணரவோ முடிவதால் தன்னுதல் இழுத்தல் போன்ற தொடுவிசைகளின் வலிமையை நம்மால் கணக்கிட முடியும். ஆனால் வெவ்வேறு தொலைவுகளில் செயல்படும் தொடாவிசையின் வலிமையை எவ்வாறு கணக்கிடுவது? தொடாவிசையின் வலிமையை புரிந்து கொள்ளவும் மற்றும் கணக்கிடவும், ஸ்ர்ப்புப் புலம் என்ற கருத்து அறிமுகப்படுத்தப்படுகிறது.

நிறை'm₁'மீது நிறை'm₂'ஏற்படுத்தும் ஸ்ர்ப்பியல் விசை

$$\vec{F}_{21} = \frac{Gm_1 m_2}{r^2} \hat{r}$$

இங்கு \hat{r} என்பது நிறை m_1 மற்றும் m_2 வை இணைக்கும் கோடு வழியே சயல்படும் அலகுவெக்டர் ஆகும்.

நிறை m_1 லிருந்துர தொலைவில் உள்ளபுள்ளியில் ஸ்ர்ப்புபுலச்செறிவு (\vec{E}_1) என்பது 'ஓரலகு நிறையினால் உணரப்படும் ஸ்ர்ப்புவிசை" என வரையறுக்கப்படுகிறது. ஸ்ர்ப்புபுலச்செறிவானது $\frac{\vec{F}_{21}}{m_2}$ என்ற விகிதத்தால் குறிக்கப்படுகிறது.

இங்குநிறை m_2 மீது செயல்படும் விசை \vec{F}_{21} ஆகும்.

$$\text{எனவே } \vec{E}_1 = \frac{\vec{F}_{21}}{m_2} \text{ பிரதியிட}$$

$$\vec{E}_1 = \frac{Gm_1}{r^2} \hat{r}$$

ஸ்ர்ப்புபுலச்செறிவு (இனிமேல் ஸ்ர்ப்புபுலம் என்று அழைக்கப்படும்) ஒருவகைக்டர் \vec{E}_1 ஆகும். வெக்டர் இன் திசைநிறை m_1 ஜ நோக்கிஅமையும். மேலும் இதுநிறை m_2 வைச் சார்ந்ததுஅல்ல.

பொதுவாக, நிறைM ஆல் rதொலைவில் ஏற்படும் ஸ்ர்ப்புபுலம்,பின்வருமாறுகுறிக்கப்படுகிறது

$$\vec{E} = \frac{Gm}{r^2} \hat{r}$$

ஸ்ர்ப்புபுலம் செயல்படும் பகுதியில் உள்ள புள்ளிP யில் நிறை'm'வைக்கப்படுகிறது. நிறை'm'ஆனது ஸ்ர்ப்புபுலம் \vec{E} யை உணர்வதால் ஒருஸ்ர்ப்புவிசைஏற்படுகிறது.

நிறைM ஆல் நிறைmஉணரும் ஸ்ர்ப்புவிசைபின்வருமாறுஎழுதப்படுகிறது.

$$\vec{F}_m = m\vec{E}$$

இந்தச் சமன்பாட்டை நியூட்டனின் இரண்டாம் விதி சமன்பாட்டோடு ஒப்பிடும் போது ,நமக்கு கிடைப்பது.

$$m\vec{a} = m\vec{E}$$

$$\vec{a} = \vec{E}$$

அதாவது ஒரு புள்ளியில் இருக்கும் ஈர்ப்புபுலமானது அப்புள்ளியில் உள்ளதுகள் உணரும் முடிக்கத்திற்கு சமம் ஆகும். ஆனால் என்மதிப்பும் திசையும் ஒன்றாக அமைந்தாலும் \vec{a} மற்றும் \vec{E} ஆகிய இரண்டும் வெவ்வேறு இயற்பியல் அளவுகள் ஆகும். ஈர்ப்புபுலம் \vec{E} என்பது மூல நிறையின் (Source mass) காரணப் பண்பு. முடிக்கம் \vec{a} என்பது ஈர்ப்புபுலம் \vec{E} ல் வைக்கப்பட்டுள்ள சோதனைநிறை உணரும் விளைவுப் பண்பாகும்.

ஒன்றையொன்று தொடாத இரு நிறைகளிடையே நடைபெறும் இடைவினையை “ஈர்ப்புபுலம்” என்றுகருத்தில் மூலம் இப்போதுநாம் விளக்கமுடியும்.

- நிறை M னை விட்டுவிலகிச் செல்ல ஈர்ப்புபுலத்தின் வலிமை குறையும். தொலைவு r அதிகரிக்கும் போது \vec{E} யின் என்மதிப்புக்குறையும். புள்ளிகள் P, Q மற்றும் R ல் ஈர்ப்புபுலமானது $|\vec{E}_P| < |\vec{E}_Q| < |\vec{E}_R|$ என எழுதலாம். புள்ளிகள் P, Q மற்றும் R க்கான விசை வெக்டர்களின் நீளங்களை ஒப்பிடுவதன் மூலம் இதனை புரிந்து கொள்ளலாம்.
- ஈர்ப்பியல் விசையை கணக்கிடுவதற்காக “ஸ்புப் புலம்” என்ற கருத்து அறிமுகப்படுத்தப்பட்டது. பின்பு ஈர்ப்புபுலம் ஒரு இயற்பியல் அளவுள்ளியில் (Space) ஆற்றலையும் உந்தத்தையும் பெற்றுள்ளது என்றும் கண்டறியப்பட்டது. இன்னும் சொல்லப் போனால் மின்னாட்டங்கள் இயங்குகின்ற முறையைப்பிரிந்து கொள்ளப்படக் கொள்கையானது தவிர்க்க முடியாத ஒன்றாக விளங்கிறது.
- ஈர்ப்புபுலத்தின் அலகு நியூட்டன் / கிலோகிராம் (N/kg) அல்லது m^{-2}

ஈர்ப்புபுலத்தின் மேற் பொருந்துதல் தத்துவம்

m_1, m_2, \dots, m_n நிறையுடைய 'n' துகள்களின் நிலை வெக்டர்கள் முறையே $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots$ என்க. புள்ளியில் தொகுபயன் ஈர்ப்புபுலமானது தனித்தனிநிறைகளால் எற்படும் தனித்தனிஈர்ப்புப் புலத்தின் வெக்டர் கூடுதலுக்குசமம். இத்தத்துவம் ஈர்ப்புபுலங்களின் மேற்பொருந்துதல் தத்துவம் எனப்படும்.

$$\begin{aligned}
 &= \vec{E}_{\text{மொத்தம்}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n \\
 &= -\frac{Gm_1}{r_1^2} \hat{r}_1 - \frac{Gm_2}{r_2^2} \hat{r}_2 - \dots - \frac{Gm_n}{r_n^2} \hat{r}_n \\
 &= -\sum_{i=1}^n \frac{Gm_i}{r_i^2} \hat{r}_i
 \end{aligned}$$

தனித்தனி நிறைகளுக்கு பதிலாக தொடர்ச்சியாக பரவியுள்ளமொத்தநிறை M – ஜி கருதினால் புள்ளி P யில் ஈர்ப்புபுலத்தைத் தொகையீட்டுமுறையில் (integration method) கணக்கிடலாம்.

ஈர்ப்புநிலைஆற்றல் (Gravitational Potential Energy):

நிலை ஆற்றல் பற்றிய கருத்தும் இயற்பியல் சார்ந்த அதன் பொருள் பற்றியும் முன் பாடங்களில் கற்றுள்ளோம். ஈர்ப்பியல் விசை ஒரு ஆற்றல் மாற்றாவிசையாகும். எனவே இந்த ஆற்றல் மாற்றாவிசையின் புலத்துடன் தொடர்புடைய ஈர்ப்புநிலை ஆற்றலநாம் பின் வருமாறு வரையறைசெய்யலாம்.

முமற்றும் மூன்று இரு நிறைகள் ஆரம்பத்தில் r' தொலைவில் உள்ளன. மூநிறையானது நிலையாக உள்ளது என்க. நிறை m_2 ஜ r' நிலையில் 'இருந்து' நிலைக்கு காட்டியுள்ள படிநகர்த்த வேலை செய்யவேண்டும்.

நிறை m_2 ஜ மிகச் சிறிய தொலைவு $d\vec{r}$ அதாவது \vec{r} விருந்து $\vec{r} + d\vec{r}$ நகர்த்த வெளியிருந்து வேலை செய்யப்பட வேண்டும்.

இந்த மிகச்சிறிய வேலை பின் வருமாறு எழுதப்படுகிறது.

$$dW = \vec{F}_{ext} \cdot d\vec{r}$$

இந்த வேலையானது ஈர்ப்பியல் விசைக்கு எதிராக செய்யப்பட்டுள்ளது. எனவே ஈர்ப்பியல் விசை

$$|\vec{F}_{ext}| = |\vec{F}_G| = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

பிரதியிட

$$dW = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \hat{r} \cdot d\vec{r}$$

என்பதைநாம் அறிவோம்.

$$\Rightarrow dW = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \hat{r} \cdot (dr \hat{r})$$

(இங்கு $\hat{r} \cdot \hat{r} = 1$. ஏனென்றால் \hat{r} ஒரு அலகு வெக்டர்)

$$\therefore dW = \frac{Gm_1m_2}{r^2} dr$$

r' ல் இருந்து துகளைக்கு இடம் பெயரச் செய்த மொத்த வேலை

$$W = \int_{r'}^r dW = \int_{r'}^r \frac{Gm_1m_2}{r^2} dr$$

$$W = - \left(\frac{Gm_1m_2}{r} \right)_{r'}^r$$

$$W = - \frac{Gm_1m_2}{r} + \frac{Gm_1m_2}{r'}$$

$$W = U(r) - U(r')$$

$$\text{இங்கு } U(r) = \frac{Gm_1m_2}{r}$$

இந்த வேலை (W) யானது முற்றும் மூநிறைகள் முறையே r மற்றும் r' தொலைவில் உள்ள போது அவ்வமைப்பின் ஈர்ப்புநிலை ஆழ்றல்களின் வேறுபாட்டை தருகிறது.

நிலை1 : எனில்

�ர்ப்பியல் விசை ஒரு கவர்ச்சி விசை என்பதால் நிறை m_2 நிறை m_1 அல் கவரப்படுகிறது. எனவே நிறை m_2 , r விருந்து r' க்கு நகர்த்த வெளிப்புறத்திலிருந்து வேலை செய்யவேண்டியதே வை இல்லை. இங்கு அமைப்பானது தனது ஆழ்றலை செலவழித்து வேலை செய்கிறது. எனவே செய்யப்பட்ட வேலை எதிர்க்குறி பெறும்.

நிகழ்வு 2 : $r < r'$ எனில்

r விருந்து r' க்கு m_2 நிறையை நகர்த்த ஈர்ப்பு விசைக்கு எதிராக வேலை செய்ய வேண்டும். எனவே வெளிப்புறத்திலிருந்து வேலையானது செய்யப்படவேண்டும். ஆகவே செய்யப்பட்ட வேலை நேர்க்குறி மதிப்பைப் பெறுகிறது.

“நிலை ஆழ்றல் மாறுபாடு” என்பதே இயற்பியலில் முக்கியத்துவம் உடையது. தற்போது ஈர்ப்புநிலை ஆழ்றலை நன்கு வரையறுக்க ஒரு ஆதாரப்புள்ளியை தேர்ந்தெடுப்போம்.

அந்தஆதாரப் புள்ளி $r = \infty$ முடிவில் எனக்.
இதன் படி இரண்டாம் பகுதிக்கும்.

எனவே

$$W = \frac{Gm_1m_2}{r} + 0$$

r தொலைவில் அமைந்த நிறைகள் m_1 மற்றும் m_2 தைய அமைப்பின் ஸ்ர்ப்புநிலை ஆற்றலானது, நிறையுடையாக உள்ளபோது, நிறையுடைய வை r தொலைவிலிருந்து முடிவிலாத் தொலைவுக்கு கொண்டு செல்ல செய்த வேலைக்கு சமம் என்னாம் வரையறுக்கலாம் ஆகவே ஸ்ர்ப்புநிலை ஆற்றல் என $U(r) = \frac{Gm_1m_2}{r}$ குறிக்கப்படுகிறது.

r தொலைவில் அமைந்த நிறைகள் m_1 மற்றும் m_2 தைய அமைப்பின் ஸ்ர்ப்புநிலை ஆற்றலானது, முடிவிலாத் தொலைவு மற்றும் r தொலைவில் இந்த நிறைகளின் அமைப்பு உள்ள போது பெற்றுள்ள ஸ்ர்ப்புநிலை ஆற்றல்களின் வேறுபாட்டிற்கு சமம் என்பதும் குறிப்பிடத்தக்கது.

அதாவது $U(r) = U(r) - U(\infty)$

ஆனால் இங்கு $U(\infty) = 0$ எனஆதாரப்புள்ளியைநாம் தேர்ந்தெடுத்து உள்ளோம்.

ஸ்ர்ப்புநிலை ஆற்றலானது எப்பொழுதும் எதிர்க் குறிமதிப்புபெறும். ஏனெனில் முடிவிலாத் தொலைவிலிருந்து நிறைகள் (அமைப்பு) ஒன்றை யொன்று மெதுவாக நெருங்கி வரும்போது அமைப்பால் வேலை செய்யப்படுகிறது.

ஸ்ர்ப்புநிலை ஆற்றல் $U(r)$ ன் அலகு ஜால் (joule).மேலும் இது ஸ்கேலார் அளவுஆகும். ஸ்ர்ப்புநிலை ஆற்றலானது நிறைகளையும் அவற்றுக்கு இடையேயான தொலைவினையும் சார்ந்தது.

புவியின் பரப்புக்கு அருகே காஸ்ர்ப்புநிலை ஆற்றல்

புவியிலிருந்து உயரத்திற்கு கொண்டு செல்லப்பட்ட நிறைய இல் நிலைஆற்றல் ‘ mgh ’ சேமிக்கப்பட்டுள்ளது என்பதை விவாதித்துள்ளோம். இச்சமன்பாட்டை, ஸ்ர்ப்புநிலை ஆற்றல் வழியேயும் தருவிக்கலாம்.

புவி மையத்திலிருந்து r தொலைவில் உள்ளானிறை m மற்றும் புவியையும் சேர்த்து ஒரு அமைப்பாகக் கருதுவோம். இந்த அமைப்பின் ஸ்ர்ப்பு நிலை ஆற்றல் இச்சமன்பாட்டை, ஸ்ர்ப்புநிலை ஆற்றல் வழியேயும் தருவிக்கலாம்.

$$U = -\frac{GM_e m}{r}$$

இங்கு $r = R_e + h$ மேலும் R_e புவியின் ஆரம் ஆகும்.

$$U = -G \frac{M_e m}{(R_e + h)}$$

கீழ்க்கண்டவாறு மாற்றி அமைக்கலாம்.

$$U = -G \frac{M_e m}{R_e (1 + h/R_e)}$$

$$U = -G \frac{M_e m}{R_e} (1 + h/R_e)^{-1}$$

இங்கு $h < R_e$ எனவே

ஈருப்புத் தேற்றத்தை (Binomial theorem) பயன்படுத்தி விரிவுபடுத்தி பின்பு உயர் அடுக்கு உறுப்புகளைப்பறக் புவியின் பரப்பில் நிறைய உள்ளபோது,

$$G \frac{M_e m}{R_e} = mg R_e$$

என்பது நாம் அறிந்ததே,
பிரதியிட

$$U = -mgR_e + mgh$$

மேற்கண்ட சமன்பாட்டில் முதல்கோவை (first term) உயரம் h ஜ சார்ந்தது அல்ல. உதாரணமாக, h_1 உயரத்தில் இரந்து h_2 உயரத்திற்கு பொருள் எடுத்துச் செல்லப்படுகிறதுன்க.

h_1 உயரத்தில் ஈர்ப்புநிலைஅழற்றல்

$$U(h_1) = -mgR_e + mgh_1$$

h_2 உயரத்தில் ஈர்ப்புநிலை அழற்றல்

$$U(h_2) = -mgR_e + mgh_2$$

h_1 மற்றும் h_2 இடையேர்ப்புநிலைஅழற்றல் வேறுபாடு

$$U(h_2) - U(h_1) = mg (h_2 - h_1)$$

உள்ள mgR_e கோவை, ஈர்ப்புநிலை அழற்றல் மாறுபாடு காண்பதில் எவ்வித மாற்றத்தையும் ஏற்படுத்தவில்லை. எனவே சமன்பாடு முதல் கோவையை புறக்கணிக்கலாம். அல்லது சுழி என எடுத்துக் கொள்ளலாம். ஆகவே புவிபரப்பிலிருந்து h உயரத்தில் உள்ளாறை m இல் சேமிக்கப்பட்டுள்ள ஈர்ப்புநிலை அழற்றல் $U = mgh$ என கூறலாம்.

$$\text{புவிபரப்பில் } h = 0, \text{என்பதால் } U = 0$$

இங்கு நாம் கவனிக்க வேண்டியது நிறை‘ m ’ ஜ புவிபரப்பில் இருந்துநாம் ‘ h ’ உயரம் உயர்த்த செய்த வேலையே ‘ mgh ’ ஆகும். இந்த வேலை நிறை ‘அ’ இல் ஈர்ப்புநிலை அழற்றலாக சேமிக்கப்பட்டுள்ளது. உண்மையில் ‘ mgh ’ என்பது நிறை ‘ m ’ மற்றும் புவியை சேர்த்த ஈர்ப்புநிலை அழற்றல் ஆகும். ஆயினும் இந்த ‘ mgh ’ ஜ நிறை‘ m ’ இன் ஈர்ப்புநிலை அழற்றலாகவே எடுத்துக் கொள்கிறோம் ஏனெனில் நிறை ‘ m ’ உயரம் ‘ h ’க்கு செல்லும் போது புவி நிலையாகவே உள்ளது.

ஈர்ப்பு தன்னிலை அழற்றல் (Gravitational Potential) $V(r)$

ஈர்ப்புபுலம் \vec{E} யானது, அப்புலத்தை உருவாக்கும் நிறை ‘ m ’ ஜ மட்டுமே சார்ந்துள்ளதுன விளக்கப்பட்டுள்ளது. இது ஒரு வெக்டர் அளவாகும். இதே போல் நிறை‘ m ’ ஜ மட்டுமே சார்ந்த ஈர்ப்பு தன்னிலை அழற்றல் என்ற ஸ்கேலார் அளவையும் நாம் வரையறுக்கலாம்.

ஒரு நிறையிலிருந்து r தொலைவில் உள்ள புள்ளியில் ஈர்ப்பு தன்னிலை அழற்றலானது, ஓரலகு நிறையை முடிவிலாத் தொலைவிலிருந்து அப்புள்ளிக்கு கொண்டு வரச் செய்தவேலை ஆகும். இது $V(r)$ என குறிக்கப்படும். மேலும் r தொலைவில் உள்ளபுள்ளியில் ஈர்ப்பு தன்னிலை அழற்றல் என்பது அப்புள்ளியில் ஓரலகு நிறைக்கான ஈர்ப்புநிலை அழற்றலுக்குச் சமம் என்றும் வரையறுக்கலாம். ஈர்ப்புதன்னிலை அழற்றல் ஒரு ஸ்கேலார் அளவு. இதன் அலகு J/kg .

ஈர்ப்புநிலை அழற்றலிலிருந்து ஈர்ப்பு தன்னிலை அழற்றலை நாம் வரையறுக்க முடியும். r தொலைவில் அமைந்த இருநிறைகள் m_1 மற்றும் m_2 களை கருதுவோம். இவ்வமைப்பின் ஈர்ப்புநிலை அழற்றல்

$$V(r) = -\frac{Gm_1m_2}{r}$$

நிறை m_2 ஜ ஓரலகு நிறை ($m_2 = 1 \text{ kg}$) எனக் கொண்டு நிறை m_1 ஆல் ஏதேனும் ஒருபள்ளி P யில் ஏற்படும் ஈர்ப்பு தன்னிலை அழற்றல் மதிப்பினை பெறலாம்.

r தொலைவில் நிறையும் ஆல் ஏற்படும் ஈர்ப்புதன்னிலை ஆற்றல்

$$V(r) = -\frac{Gm_e}{r}$$

�ர்ப்புவிசையும் ஈர்ப்புலமும் வெக்டர் அளவுகள்.

�ர்ப்புவிசையும் ஈர்ப்புலமும் வெக்டர் அளவுகள். ஈர்ப்புநிலை ஆற்றலும் ஸ்கேலார் அளவுகளாகும். வெக்டர் அளவுகளைவிட ஸ்கேலார் அளவுகளை பயன்படுத்தி துகள்களின் இயக்கத்தை பகுத்தாய்வு செய்தல் எளிதாகும். உதாரணமாக ஆப்பிள் கீழே விழுவதை கருதுவோம்.

புவியின் ஈர்ப்புவிசையின் காரணமாக ஈர்க்கப்பட்டு ஆப்பிள் தானாக கீழே விழுவதை காட்டுகிறது. ஈர்ப்பு தன்னிலை ஆற்றல் $V(r)$ துணையுடன் இதனை விளக்கமுடியும்.

புவிப்பரப்பிலிருந்து h உயரத்தில் உள்ளபுள்ளியில்

�ர்ப்பு தன்னிலை ஆற்றல்

$$V(r = R + h) = -\frac{GM_e}{(R + h)}$$

புவிப்பரப்பில் ஈர்ப்பு தன்னிலை ஆற்றல்

$$V(r = R) = -\frac{GM_e}{R}$$

மேற்கண்ட சமன்பாடுகளிலிருந்து

$$V(r = R) < V(r = R + h)$$

புவிப்பரப்புக்கு அருகே h உயரத்தில் ஈர்ப்புநிலை ஆற்றல் mgh என்பதை நாம் முன் பகுதியில் விவாதித்தோம். அப்புள்ளியில் ஈர்ப்பு தன்னிலை ஆற்றல் $V(h) = U(h)/m = gh$. புவியின் பரப்பில் h கூடி என்பதால் புவிப்பரப்பில் ஈர்ப்பு தன்னிலை ஆற்றல் சுழியுகும். எனவே தான் ஆப்பிளானது அதிக ஈர்ப்பு தன்னிலை ஆற்றல் உள்ள பகுதியிலிருந்து குறைந்தஈர்ப்பு தன்மைஆற்றல் உள்ளபகுதியை நோக்கி விழுகிறது. பொதுவாக நிறையான துார்ப்பு தன்னிலை ஆற்றல் மிகுந்த பகுதியிலிருந்து ஈர்ப்புதன்னிலை ஆற்றல் குறைந்தபகுதிக்குச் செல்லும்.

புவியின் ஈர்ப்புமுடுக்கம்:

பொருள்கள் புவியின் மீது விழும் போது, இவை புவியினை நோக்கிமுடுக்கமடைவதை காண்கிறோம். நியூட்டன் இரண்டாம் விதிப்படிப்புறவிசைசெயல்பட்டால் மட்டுமே ஒருபொருள் முடுக்கமடையும் என அறிவோம். இங்குப்புவியின் ஈர்ப்புவிசையால் பொருள்கள் முடுக்கமடைகின்றன. புவியின் அருகே இவ்விசை அனைத்து பொருள்கள் மீதும் மாறுாத முடுக்கத்தை ஏற்படுகிறது. மேலும் இம்முடுக்கமானது பொருள்களின் நிறைகளை சார்ந்தது அல்ல. புவிப்பரப்புக்கு அருகே உள்ளாறை டமீது புவியினால் ஏற்படும் ஈர்ப்புவிசை

$$\vec{F} = -\frac{GM_e}{R_e^2} \hat{r}$$

இந்த ஈர்ப்புவிசையை நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியுடன் சமப்படுத்த

$$\vec{ma} = -\frac{GM_e}{R_e^2} \hat{r}$$

எனவே, முடுக்கம்

$$\vec{a} = -\frac{GM_e}{R_e^2} \hat{r}$$

புவிப் பரப்புக்கு அருகே உள்ள பொருளுக்கு புவியின் ஈர்ப்புபுலத்தால் ஏற்படும் முடுக்கமானது, ஈர்ப்பு முடுக்கம் எனப்படுகிறது. இது g என்ற குறியீட்டால் குறிக்கப்படுகிறது.

�ர்ப்பு முடுக்கத்தின் எண் மதிப்பு

$$|g| = g = \frac{GM_e}{R_e^2}$$

இச்சமன்பாட்டிலிருந்து ஈர்ப்பின் மூடுக்கமானது மூடுக்கமடையும் பொருளின் நிறையை சார்ந்ததல்ல என அறிகின்றோம். பண் மதிப்பானது புவியின் நிறையையும் ஆரத்தையும் சார்ந்துள்ளது. “புவியினை நோக்கி விழும் அனைத்து பொருள்களும் சமமாகமூடுக்கமடைகிறது”என்பதைகலிலியோ 400 ஆண்டுகளுக்கு முன்பே பல ஆய்வுகள் மூலம் கண்டறிந்தார்.

புவியின் பூமத்தியரேகைபகுதியில் ஈர்ப்பின் மூடுக்கம் $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ எனகண்டறியப்பட்டுள்ளது.

குத்துயரம்,ஆழம் மற்றும் குறுக்குக்கோடுஆகியவற்றைச் சார்ந்துசூர்ப்பின் மூடுக்கம் மாறுபடுதல் புவிபரப்பிலிருந்து h உயரத்தில் உள்ளாறிறை ஜ கருதுவோம். புவியின் ஈர்ப்புவிசையால் அப்பொருள் உணரும் மூடுக்கம்

$$g' = \frac{GM}{(R_e + h)^2}$$

$$g' = \frac{GM}{R_e^2 \left(1 + \frac{h}{R_e}\right)^2}$$

$$g' = \frac{GM}{R_e^2} \left(1 + \frac{h}{R_e}\right)^{-2}$$

$h < R_e$ எனில் சுருறுப்பு தேற்றத்தினை பயன்படுத்தியின்பு உயர் அடுக்குகளைப் புறக்கணித்துப் பின்வருமாறு எழுதலாம்.

$$g' = \frac{GM}{R_e^2} \left(1 - 2\frac{h}{R_e}\right)$$

$$g' = g \left(1 - 2\frac{h}{R_e}\right)$$

இதிலிருந்து $g' < g$ என்றாம் காண்கிறோம். இதன் பொருள் குத்துயரம் h அதிகரிக்கும் போது ஈர்ப்பு மூடுக்கம் g குறைகிறது என்பதாகும்.

ஆழத்தைப் பொறுத்துமாறுபடுதல்:

புவியின் ஆழ் சுரங்கம் ஒன்றில் உதாரணமாக, (நெய்வேலிநிலக்கரிச் சுரங்கம்) d ஆழத்தில் நிறை m உள்ளது என்க.

சுரங்கத்தின் ஆழம் d என்க. d ஆழத்தில் g' மதிப்பை கணக்கிட கீழ்க்கண்ட கருத்துகளை கவனத்தில் கொள்வோம். நிறை அடையும் மூடுக்கத்தில் புவியின் ($R_e - d$) க்கு மேலே உள்ளபுவியின் பகுதியானது இந்த மூடுக்கத்திற்கு ஏதும் பங்களிப்பு செய்வதில்லை. முந்தைய பகுதியில் நிருபிக்கப்பட்ட முடிவின்படி,

d ஆழத்தில் ஈர்ப்பின் மூடுக்கம்

$$g' = \frac{GM'}{(R_e - d)^2}$$

$(R_e - d)$ உடைய புவிபகுதியின் நிறை M' ஆகும். புவியின் அடர்த்திர சீராக அனைத்து பகுதியிலும் சீராக(uniform) உள்ளது எனக் கருதினோம். எனில்,

$$\rho = \frac{M}{V}$$

இங்கு M -புவியின் நிறைமற்றும்
 V -புவியின் பருமன் ஆகும்
 மேலும் அடர்த்தி சீராக உள்ளதால்

$$\rho = \frac{M'}{V'}$$

$$\frac{M'}{V'} = \frac{M}{V} \text{ ஆகவே } M' = \frac{M}{V} V'$$

$$M' = \left(\frac{M}{\frac{4}{3}\pi R_e^3} \right) \left(\frac{4}{3}\pi (R_e - d)^3 \right)$$

$$M' = \frac{M}{R_e^3} (R_e - d)^3$$

பிரிதியிடுக.

$$g' = G \frac{M}{R_e^3} (R_e - d)^3 \cdot \frac{1}{(R_e - d)^2}$$

$$g' = GM \frac{R_e \left(1 - \frac{d}{R_e}\right)}{R_e^3}$$

$$g' = GM \frac{\left(1 - \frac{d}{R_e}\right)}{R_e^2}$$

$$\text{எனவே } g' = g \left(1 - \frac{d}{R_e}\right)$$

இங்கும் $g' < g$.

ஆழம் அதிகரிக்கும் போதார்' மதிப்பு குறைகிறது. எனவே புவியின் மேற்பரப்பில் ஈர்ப்பின் முடுக்கம் பெருமாக இருக்கிறது. ஆனால் பரப்புக்கு உயரே சென்றாலோ அல்லது புவியின் ஆழத்திற்கு சென்றாலோ ஈர்ப்பின் முடுக்கம் குறையும்.

குறுக்குக்கோட்டைப் (Latitude) பொருத்துழமாறுதல்:

சுழலும் குறிப்பாயத்தில் இயங்கும் பொருள்களின் இயக்கத்தை நாம் பகுத்தாயும் போதுமைய விலக்கு விசையையும் நாம் கருத்தில் கொள்ள வேண்டும். பொதுவாக பூமியினை விலக்கமாகக்கருதுவோம். ஆனால் உண்மையிலேயே பூமி ஒரு சூழலும் குறிப்பாயம். ஏனெனில் பூமியானது தனது அச்சைப்பற்றி சுழல்கிறது. எனவே புவிப்பரப்பில் ஒரு பொருள் உள்ளபோது, துமைய விலக்கு விசையினை உணருகிறது. அவ்விசையானது பூமியின் குறுக்குக் கோட்டு மதிப்பை சார்ந்துள்ளது. புவி சுழலவில்லை எனில் பொருளின் மீதான விசையை ஆகும். ஆனால் புவி சுழற்சியின் காரணமாக பொருள் கூடுதலாக மையவிலக்கு விசையினை உணர்கிறது.

மையவிலக்கு விசை = $m\omega^2 R'$

$$R' = R \cos \lambda$$

இங்கு λ என்பது குறுக்கு கோட்டின் மதிப்பு

பொருளின் மீது ஒக்கு எதிர்திசையில் செயல்படும் மையவிலக்கு முடுக்கத்தின் கூறு

$$a_{PQ} = \omega^2 R' \cos \lambda = \omega^2 R \cos^2 \lambda$$

ஏனெனில் $R' = R \cos \lambda$

$$\text{எனவே } g' = g - \omega^2 R \cos^2 \lambda$$

புவிமையக் கோட்டில் $\lambda = 0$, எனவே $g' = g - \omega^2 R$. புவிமையக் கோட்டில் ஈர்ப்பின் முடுக்கம் g ஆனது சிறுமம் ஆகும்.

தூருவப்பகுதியில் $\lambda = 90^\circ$ எனவே, $g' = g$

ஆகவே தூருவப் பகுதியில் ஈர்ப்பின் முடுக்கம் பெருமம் ஆகும்.

விடுபடுவேகம் மற்றும் சுற்றியக்கவேகம்

பிரபஞ்சத்தில் பெருமளவு காணப்படும் தனிமங்கள் வைக்கின்றன மற்றும் ஹீலியம் ஆகும். ஆனால் புவியின் வளிமண்டலத்தில் நைட்ரஜனும் ஆக்சிஜனுமே அதிக அளவில் உள்ளன. புவியின் வளிமண்டலத்தில் வைக்கின்றன மற்றும் ஹீலியமும் மிகக்குறைவாக இருக்ககாரணம் யாது? இதனை இப்பகுதியில் ஆராய்வோம்.

பொருளொன்றை மேல்நோக்கி எறிந்தால் குறிப்பிட்டால் யரம் அடைந்து பின்பு கீழ்நோக்கி விழும். இதனைக் காணும் போது ஒரு பொருளை என்ன வேகத்தில் செங்குத்தாக எறிந்தால், அப்பொருள் புவிப்பரப்பிற்கு மீண்டும் வராமல், புவியின் ஈர்ப்பிலிருந்து தப்பிச் செல்லும் என்ற கேள்வி எழுகிறது.

விழும். இதனைக் காணும் போது ஒரு பொருளை என்ன வேகத்தில் செங்குத்தாக எறிந்தால், அப்பொருள் புவிப்பரப்பிற்கு மீண்டும் வராமல், புவியின் ஈர்ப்பிலிருந்து தப்பிச் செல்லும் என்ற கேள்வி எழுகிறது.

புவிப்பரப்பில் நிறை M உடைய ஒருபொருளை கருதுவோம். ஆரம்பவேகம் v_i பொருள் மேல்நோக்கி எறியப்படுகிறது எனில்

பொருளின் ஆரம்பமொத்த ஆற்றல்

$$E_i = \frac{1}{2} M v_i^2 - \frac{G M_E}{R_E}$$

இங்கு M_E - புவியின் நிறை; R_E - புவியின் ஆரம். மேலும் $\frac{-GMM_E}{R_E}$ என்பது நிறை M ன் ஈர்ப்புநிலை ஆற்றல் ஆகும்.

பொருள் புவியை விட்டுவிலகிவெகு தூரம் சென்று விட்டதுள்ளில் அத்தொலைவை முடிவிலாத் தொலைவு என கருதுக. இந்நிலையில் ஈர்ப்புநிலை ஆற்றல் கூடி $[U(\infty) = 0]$ ஆகும். மேலும் இயக்க ஆற்றலும் கூடி. எனவே பொருளின் மொத்த ஆற்றலும் கூடியாகிறது.

$$E_f = 0$$

ஆற்றல் மாற்றாவித்தியின் படி

$$E_i = E_f$$

பிரதியிட கோளின் ஈர்ப்பியல் புலத்திலிருந்து விடுபட்டுத் தப்பிச் செல்ல, பொருள் எறியப்பட வேண்டிய சிறுமவேகம் v_e என்க. எனவே v_i பதிலாக v_e என பிரதியிட

$$\frac{1}{2} M v_i^2 - \frac{GMM_E}{R_E} = 0$$

$$\frac{1}{2} M v_i^2 - \frac{GMM_E}{R_E}$$

$$g = \frac{GM_E}{R_E^2}$$
 சமன்பாட்டைப்படிப்படுத்தினால்

$$v_e^2 = 2gR_E$$

$$v_e = \sqrt{2gR_E}$$

மேற்கண்ட சமன்பாட்டிலிருந்து விடுபடுவேகமானது ஈர்ப்பின் முடுக்கம், புவியின் ஆரம் ஆகிய இரு காரணிகளை சார்ந்துள்ளது என்பதை அறிகிறோம். விடுபடு வேகமானது பொருளின் நிறையினை சார்ந்தது அல்ல. g (9.8 ms^{-2}) மற்றும் $R_E = 6400 \text{ km}$ மதிப்புகளைப்பிரதியிட புவியின் விடுபடுவேகம் $V_E = 11.2 \text{ km s}^{-1}$ ஆகும். விடுபடுவேகம் பொருள் எழியப்படும் திசையை சார்ந்தது அல்ல. செங்குத்தாகவோ அல்லது கிடைமட்டமாகவோ அல்லது குறிப்பிட்ட கோணத்தில் பொருள் எழியப்பட்டாலோபுவியின் ஈர்ப்பு விசையிலிருந்து விடுபட்டு செல்வதற்கான விடுபடுவேகம் மாறாது. இதுகாட்டப்பட்டுள்ளது.

இறைச்சியின் மற்றும் ஹீலியம் போன்ற லேசான மூலக்கூறுகள் புவிப்பரப்பை விட்டுத்தபி செல்லுவதற்கு போதுமான வேகம் கொண்டுள்ளன. ஆனால் நைட்ரஜன் மற்றும் ஆக்ஸிஜன் போன்ற கனமான மூலக்கூறுகள் தப்பிச் செல்ல போதுமான வேகம் உடையவை அல்ல. (வாயுக்களின் இயக்கவியல் கொள்கையை விவாதிக்கும் போது இறைச்சியின் மற்றும் ஹீலியம் அனுக்களின் வேகத்தை புவியின் விடுபடு வேகத்துடன் ஒப்பீடு செய்து பார்ப்போம்)

துணைக் கோள்கள் - சுற்றியக்கவேகமும் சுற்றுக்காலமும்

நாம் வாழ்வது நவீனியுகம். உலகின் எப்பகுதியில் உள்ளவர்களுடனும் தொடர்பு கொள்வதற்கான அதிநவீன தொழில் நுட்பகருவிகள் நம்மிடையே உள்ளன. இம்முன்னேற்றத்திற்கு காரணம் குரிய குடும்ப அமைப்பை நாம் நன்குபிரிந்த கொண்டதே ஆகும். புவியினைவலம் வரும் துணைக்கோள்களே தற்போதுசெய்தித் தொடர்புக்கு பெரிதும் உதவுகின்றன. குரியனைக் கோள்கள் சுற்றுவதுபோல துணைக்கோள்கள் புவியைச் சுற்றிவருகின்றன. எனவே கெப்ளரின் விதிகள் மனிதன் உருவாக்கிய செயற்கைத் துணைக்கோள்களுக்கும் பொருந்துகின்றன. நிறை M உடைய துணைக்கோள் புவியைச் சுற்றி வருவதற்குத் தேவையான மைய நோக்கு விசையை புவியின் ஈர்ப்புவிசை தருகிறது.

$$\frac{Mv^2}{(RE + h)} = \frac{GMM_E}{(R_E + h)^2}$$

$$v^2 = \frac{GM_E}{(R_E + h)}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM_E}{(R_E + h)}}$$

உயரம் h அதிகரிக்கும் போது,துணைக்கோளின் சுற்றியக்கவேகம் குறையும்.

துணைக்கோளின் சுற்றுக் காலம் :

ஒரு முழுச் சுற்றின் போது துணைக்கோள் கடக்கும் தொலைவு $2\pi (R_E + h)$ க்குச் சமம். மேலும் ஒரு முழு சுற்றுக்குஆகும் காலாளவேதுணைக்கோளின் சுற்றுக்காலம் T ஆகும்.

$$\text{சுற்றியக்கவேகம் } v = \frac{\text{கடந்த தொலைவு}}{\text{காலம்}} = \frac{2\pi(R_E + h)}{T}$$

விருந்துசுக்குபிரதியிட

$$\sqrt{\frac{GM_E}{(R_E + h)}} = \frac{2\pi(R_E + h)}{T}$$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{GM_E}} (R_E + h)^{3/2}$$

இருபுறமும் இருமடிடுக்க

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_E} (R_E + h)^3$$

இங்குமாறிலி $\frac{4\pi^2}{GM_E}$ என்பது ஒருமாறிலி. எனவே இதை என்க.

$$T^2 = c (R_E + h)^3$$

கோள்களின் இயக்கம் பற்றிய கெப்ஸர் விதியில் கூறப்பட்டுள்ள காலம் மற்றும் தொலைவுக்கான தொடர்பினையே புவியினைச் சுற்றும் துணைக்கோளும் கொண்டுள்ளது என்பதை நாம் அறியலாம். புவிக்கு அருகே சுற்றும் துணைக்கோளுக்கு புவியின் ஆரம் R_E -டன் ஒப்பிடும் போது h மிகச் சிறியது என்பதால் h புறக்கணிக்கத்தக்கது. எனவே

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_E} R_E^3$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} R_E$$

$$\text{இங்கு } \frac{GM_E}{R_E^2} = g$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R_E}{g}}$$

$$R_E = 6.4 \times 10^6 \text{ m மற்றும் } g = 9.8 \text{ m/s}^2, \text{ மதிப்புகளை பிரதியிட]$$

துணைக்கோளின் சமூத்தி காலம் $T \approx 85$ நிமிடங்கள் எனப் பெறப்படுகிறது.

புவியை சுற்றும் துணைக்கோளின் ஆற்றல்

புவிப்பரப்பிலிருந்து h உயரத்தில் புவியினைச் வலம் வரும் துணைக்கோளின் மொத்த ஆற்றல் கீழ்க்கண்ட முறையில் கணக்கிடப்படுகிறது. துணைக்கோளின் மொத்த ஆற்றல் அதன் இயக்க ஆற்றல் மற்றும் நிலை ஆற்றவின் கூட்டுத்தொகையாகும்.

துணைக்கோளின் நிலை ஆற்றல்

$$U = -\frac{GM_s M_E}{(R_E + h)}$$

இங்கு M_s - துணைக்கோளின் நிலை,

M_E - புவியின் நிலை,

R_E - புவியின் ஆரம்.

துணைக்கோளின் இயக்க ஆற்றல்

$$K.E = \frac{1}{2} M_s v^2$$

இங்கு v என்பது துணைக்கோளின் சுற்றியக்க வேகம் மேலும் இதன் மதிப்பு இம்மதிப்பை பிரதியிட

$$v = \sqrt{\frac{GM_E}{(R_E + h)}}$$

துணைக்கோளின் இயக்க ஆற்றல்

$$K.E = \frac{1}{2} \frac{GM_E M_s}{(R_E + h)}$$

எனவே துணைக்கோளின் மொத்த ஆற்றல்

$$E = \frac{1}{2} \frac{GM_E M_s}{(R_E + h)} - \frac{GM_s M_E}{(R_E + h)}$$

$$E = -\frac{GM_s M_E}{2(R_E + h)}$$

இங்கு எதிர்க்குறியானது துணைக்கோள் புவியின் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது என்பதையும் துணைக்கோள் புவியின் ஈர்ப்புபுலத்திலிருந்து தப்பிச் செல்ல இயலாது என்பதையும் எடுத்துக்காட்டுகிறது.

முடிவில் மதிப்பை (∞) நெருங்கும் போது, மொத்த ஆற்றல் சமீயை நெருங்கும். இதன் பொருள் என்னவென்றால், துணைக்கோளானது புவியின் ஈர்ப்புபுலத்தின் தாக்கத்திலிருந்து முற்றிலும் விடுபட்டுள்ளது. மேலும் மிக அதிகதொலைவு உள்ளபோது துணைக்கோள் புவியின் பிணைக்கப்படவில்லை என்பதாகும்.

புவிநிலைத்துணைக் கோள் மற்றும் துருவத்துணைக்கோள்:

புவியினைச் சுற்றிவரும் துணைக்கோள்களின் சுற்றுக்காலங்கள் அவற்றின் சுற்றுப்பாதை ஆரத்தைப் பொறுத்து அமைகின்றன. சுற்றுக்காலம் 24 மணி நேரம் உடைய துணைக்கோளின் சுற்றுப்பாதை ஆரத்தை கணக்கிடுவோமா?

கெப்ளரின் மூன்றாம் விதியைப் பயன்படுத்தி இந்தசுற்றுப் பாதையின் ஆரத்தைகணக்கிடலாம்.

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_E} (R_E + h)^3$$

$$(R_E + h)^3 = \frac{GM_E T^2}{4\pi^2}$$

$$R_E + h = \left(\frac{GM_E T^2}{4\pi^2} \right)^{1/3}$$

புவியின் நிறை, ஆரம் மற்றும் சுற்றுக்காலம் T (= 24 மணி= 86400 வினாடிகள்) ஆகியவற்றின் மதிப்புகளை பிரதியிட்டு, கணக்கிடக் கணக்கிடக்கிறது. இவ்வகை துணைக்கோள்கள் புவிநிலைத் துணைக்கோள்கள் (geo-stationary satellites) எனப்படுகின்றன. ஏனென்றால் புவியிலிருந்துபார்க்கும் போது இவை நிலையாக இருப்பதுபோலத் தொன்றும்.

இந்தியா செய்தி தொடர்புக்குப் பயன்படுத்தும் புவிநிலைத் துணைக்கோள்களான இன்சாட் (INSAT) வகை துணைக்கோள்கள் அடிப்படையில் புவிநிலைத் துணைக்கோள்களே. புவியின் பரப்பிலிருந்து 500முதல் 800 km முறைத்தில் புவியினைவடக்கு-தெற்குதிசையில் மற்றொருவகை துணைக்கோள்கள் சுற்றி வருகின்றன. புவியின் வட-தென் துருவங்கள் மேல் செல்லும் சுற்றுப்பாதையில் புவியினை சுற்றிவரும் இவ்வகை துணைக்கோள்கள் துருவத் துணைக்கோள்கள் எனப்படுகின்றன. துருவத் துணைக்கோள்களின் சுழற்சிகாலம் 100 நிமிடங்கள். எனவே ஒருநாளில் பல முறை புவியினை சுற்றி வருகின்றன. ஒருசுற்றின்போதுபுவியின் வடதுருவம் முதல் தென் துருவம் வரை ஒரு சிறிய நிலப்பரப்பை (Strip of area) கடந்துசெல்லும். அடுத்துத் சுற்றின் போதுவேறுநிலப்பரப்புக்கிமேல் கடந்து செல்லும். ஏனென்றால் முதல் சுற்றுக்காலங்களில் புவியானது ஒருசிறியகோண அளவுகளின்று இருக்கும். இவ்வாறு அடுத்துத் தக்கற்றுகளின் மூலம் தூரவ துணைக்கோளானது புவியின் முழு நிலப்பரப்பையும் கடக்கமுடியும்.

எடையின்மைபொருளின் எடை:

புவியில் உள்ள ஒவ்வொரு பொருளும், புவியின் ஈர்ப்பு விசையால் கவரப்படுகின்றன. ‘m’ நிறை உடைய பொருளின் மீதுசெயல்படும் ஈர்ப்பியல் விசைமாறுகும். இவ்விசையானது எப்பொழுது மேல் கீழ்நோக்கியும், புவியின் மையம் நோக்கியும் செயல்படும். தரையின் மேல் நாம் நிற்கும் போது, நம்மீது இரு விசைகள் செயல்படுகின்றன.

ஒன்று, கீழ்நோக்கி செயல்படும் ஈர்ப்புவிசைசமற்றோன்றுத்தரையினால் நம்மீதுசெலுத்தப்படும் மேல் நோக்கியசெங்குத்துவிசை. இவ்விசையேநம்மைஷய்வுநிலையில் வைத்திருக்கிறது. ஒருபொருளின் எடை \bar{W} ஆனது கீழ்நோக்கிய விசையாகும். இந்தஎடையின் எண் மதிப்பானதுஅப்பொருளைத்தரையைப் பொறுத்து ஒய்வுநிலையிலோ அல்லது மாறாத திசைவேகத்திலோ வைத்திருக்கசெலுத்த வேண்டிய மேல்நோக்கிய விசையின் எண் மதிப்புக்கு சமம் ஆகும். எடையின் திசையும்,புவியீர்ப்பு விசையின் திசையிலேயே குறிக்கப்படுகிறது. எனவே ஒரு பொருளைத்தரையில் ஒய்வுநிலையில் வைத்திருக்க தரையானது'mg' அளவுள்ளவிசையைமேல்நோக்கிசெலுத்துகிறது.

எனவே எடையின் எண் மதிப்பு $W = N = mg$ ஆகும். எடையின் எண் மதிப்புமாக இருந்தாலும், எடையும் பொருளின் மீதுசெயல்படும் ஈர்ப்புவிசையும் ஒன்றால்லன்பதைநாம் கவனத்தில் கொள்ளவேண்டும்.

மின் உயர்த்திகளில் தோற்றுவதை:

மின் உயர்த்தி இயங்க ஆரம்பிக்கும் போதும், நிறுத்தப்படும் போதும் மின் உயர்த்தியினுள் இருப்பவர்கள் ஒருக்கலுங்கலை (Jerk) உணர்வார்கள். ஏன் அவ்வாறு நிகழ்கிறது? இந்த நிகழ்வை விளக்குவதற்கு, எடையின் கருத்தாக்கத்தை புரிந்துகொள்ளுதல் முக்கியமான ஒன்றாகும். கீழ்க்கண்ட சூழல்களில் ஒரு மனிதர் மின் உயர்த்தியில் நிற்கின்றனர் என்க.

மின் உயர்த்தியில் நிற்கும் மனிதர் மீது இரு விசைகள் செயல்படுகின்றன.

1. கீழ்நோக்கிசெயல்படும் ஈர்ப்புவிசை. நாம் செங்குத்து திசையினை நேர் அச்சுதிசை என எடுத்துக் கொண்டால், அந்த மனிதர் மீது செயல்படும் ஈர்ப்பியல் விசை $\vec{F}_G - mg\vec{j}$
2. மின் உயர்த்தியின் தளத்தினால் மனிதர் மீதுசெலுத்தப்படும் மேல்நோக்கியசெங்குத்துவிசை $\vec{N} = N\vec{j}$

நிகழ்வு(i)மின் உயர்த்திஒய்வுநிலையில் உள்ளபோது

மனிதரின் முடுக்கம் சுழியூகும். எனவேமனிதர் மீதுசெயல்படும் மொத்தவிசையும் சுழியாகும். நியூட்டனின் இரண்டாம் விதிப்படி

$$\vec{F}_G + \vec{N} = 0$$

$$-mg\vec{j} + N\vec{j} = 0$$

வெக்டர் கூறுகளைஒப்பிட்டால் நாம் பெறுவது

$$N - mg = 0 \text{ (அல்லது)} N = mg$$

எனவேஎடை $W = N$ என்பதால்மனிதரின் தோற்றுவதைஅவரின் உண்மைஎடைக்குச் சமம்.

நிகழ்வு(iii)மின் உயர்த்திமேல்நோக்கிமுடுக்கப்படும் போது

மேல் நோக்கிய முடுக்கத்துடன் ($\vec{a} = a\vec{j}$) மின் உயர்த்தி இயங்குகிறதுஎனில் தரையைப் பொறுத்து (நிலைமக் குறிப்பாயம்) நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியைபயன்படுத்தினால்,நமக்குகிடைப்பது

பயன்படுத்தினால்,நமக்குகிடைப்பது

$$\vec{F}_G + \vec{N} = ma$$

மேற்கண்டசமன்பாட்டைசெங்குத்துதிசையின் அலகுவெக்டர்களைபயன்படுத்திஎழுதுவோம்.

$$-mg\vec{j} + N\vec{j} = ma\vec{j}$$

வெக்டர் கூறுகளைஒப்பிட

$$N = m(g + a)$$

எனவேமனிதரின் தோற்றுவதைஅவரின் உண்மைஎடையைவிடஅதிகம்.

நிகழ்வு(iv)மின் உயர்த்தி கீழ்நோக்கி முடுக்கப்படும் போது

மின் உயர்த்தியானது கீழ்நோக்கி யமுடுக்கத்துடன் ($\vec{a} = -a\hat{j}$) இயங்குகிறது எனில் நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியைப்படிப்படுத்திநாம் பெறுவது

$$\vec{F}_G + \vec{N} = m\vec{a}$$

மேற்கண்டசமன்பாட்டை செங்குத்துதிசையின் அலகு வெக்டர்களைப்பயன்படுத்திஏழுதுவோம்.

அலகு வெக்டர்களைப்பயன்படுத்திஏழுதுவோம்.

$$-mg\hat{j} + N\hat{j} = -ma\hat{j}$$

வெக்டர் கூறுகளை இருபுறமும் ஒப்பிடநாம் பெறுவது

$$N = m(g-a)$$

எனவே மனிதரின் தோற்றுடை $\{W = N = (m(g-a))$ அவரின் உண்மை எடையை விடகுறைவு.

தானே கீழே விழும் பொருள்களின் எடையின்மை:

தானே கீழே விழும் பொருள்கள் ஈர்ப்பியல் விசையை மட்டுமே உணர்கின்றன. தடையின்றிதானே விழுவதால் அவை எந்த பரப்புதனும் தொடர்பு இல்லாமல் உள்ளன. (காற்றின் உராய்வு விசை புறக்கணிக்கப்படுகிறது). எனவே பொருளின் மீத செயல்படும் செங்குத்துவிசை சுழியாகும். பொருளின் கீழ் நோக்கிய முடுக்கம் புவியின் ஈர்ப்பு முடுக்கத்திற்குச் சமம். அதாவது $a = g$ எனவே சமன்பாடு இருந்து

$$\therefore N = m(g - g) = 0$$

இதனையே எடையின்மை நிலை என்கிறோம். மின் உயர்த்தி கீழ் நோக்கிய முடுக்கம் ($a = g$) ல் விழும்போது, மின் உயர்த்தியின் உள்ளே இருக்கும் மனிதர் எடையின்மை நிலையை அல்லது தானாகவே கீழேவிழும் நிலையை உணர்வார்.

விண்வெளிக் கலத்தில் எடையின்மை:

புவியை சுற்றி வரும் விண்வெளிக்கலத்தில் உள்ள விண்வெளிவீரர்கள் மீது எவ்வித ஈர்ப்பியல் விசையும் செயல்படாது என்றாலும் கருத்து நிலவுகிறது. உண்மையில் புவியின் பரப்புக்கு அருகே புவியினை வலம் வரும் விண்வெளிகலத்தில் உள்ள விண்வெளிவீரர்களும் உணர்வார்கள். இதன் காரணமாக அவர்கள் கலத்தின் தரை மீது எவ்வித விசையையும் செலுத்துவது இல்லை. எனவே கலத்தின் தரையும் அவர்கள் மீது எவ்வித செங்குத்து விசையையும் செலுத்துவது இல்லை. ஆகவே விண்வெளிகலத்தில் உள்ளவீரர்கள் எடையின்மை நிலையில் உள்ளனர். விண்வெளிவீரர்கள் மட்டுமல்ல. விண் கலத்தில் உள்ள அனைத்து பொருள்களும் எடையின்மை நிலையில் உள்ளன. இதனைதானாக கீழேவிழும் நிலையுடன் ஒப்பிடலாம்.

வானியல் பற்றிய அடிப்படைக் கருத்துகள்:

மனித குல வரலாற்றில் தோன்றிய மிகப் பழைய அறிவியல் பிரிவுவானியல் ஆகும். முற்காலத்தில் இயற்பியலில் இருந்து பிரித்துப் பார்க்கமுடியாதப்பகுதியாகவானியல் இருந்தது. 16 ஆம் நாற்றாண்டு வரை இயற்பியலில் வானியலின் பங்களிப்புமிகு அதிகம். ஹிப்பார்க்கஸ், அரிஸ்டார்கஸ், தாலமி, கோபர்நிகஸ் மற்றும் டைகோபிராஹே ஆகியோர்களால் பல நாற்றாண்டுகளாகத்திரட்டப்பட்டவானியல் தரவுகளின் அடிப்படையில் தான் கெப்ளர் விதிகளும் நியூட்டனின் ஈர்ப்பியல் விதிகளும் உருவாக்கப்பட்டன, உறுதி செய்யப்பட்டன. டைகோபிராஹே - விண் வானியல் தரவுகள் உதவியின்றிகெப்ளர் விதிகள் உருவாகி இருக்காது. கெப்ளர் விதிகளின் உதவியின்றிநியூட்டன் ஈர்ப்பியல் விதியை உருவாக்கி இருக்கமுடியாது.

பாட ஆரம்பத்தில் கோபார்நிகலின் சூரிய மையக் கொள்கையானது தாலமியின் புவிமையக் கொள்கைக்கு பதிலாக அமைந்தது எனப்பார்த்தோம். எனவே புவிமையக் கோட்பாட்டின் குறைகளை நாம் பகுத்தாய்ந்து விளக்குவது முக்கியமானதாகும்.

புவிமையக் கொள்கையும் - சூரியமையக் கொள்கையும்:

தொடர்ந்து சில மாதங்களுக்கு இரவில் வெறுங்கண்களால் கோள்களின் இயக்கங்களை உற்று நோக்கினோம் எனில் கோள்கள் கிழக்கு திசையில் பயணித்து பின்பு பின்னோக்கி மேற்குதிசையில் இயங்கி மீண்டும் கிழக்குதிசையில் பயணிப்பதைகாணலாம். இதற்கு “கோள்களின் பின்னோக்கு இயக்கம்”(Retro grade motion) என்று பெயர். செவ்வாயின் பின்னோக்கு இயக்கத்தை காணலாம்.

ஓர் ஆண்டுகாலத்திற்கு செவ்வாய் கோளின் இயக்கத்தை உற்று நோக்கும் போது அது முதலில் கிழக்கு திசைநோக்கி (பிப்ரவரிமுதல் ஜான்) செல்லும். பின்பு பின்னோக்கி (ஜாலை, ஆகஸ்டு, செப்டம்பர்) செல்லும். பிறகு அக்டோபர் முதல் மீண்டும் கிழக்குதிசையில் செல்கிறது. முற்காலத்தில் வானியல் அறிஞர்கள் கண்ணுக்கு புலனாகும் அனைத்து கோள்களின் பின்னோக்கு இயக்கத்தை பதிவு செய்து அதனை விளக்க முயற்சிசெய்தனர். சூரியன் மற்றும் அனைத்து கோள்களும் புவியை மையமாகக் கொண்டு வட்டப்பாதையில் சுற்றி வருகின்றன என அரிஸ்டாட்டில் கூறினார். அவ்வாறு வட்டப்பாதையில் கோள்கள் இயங்கினால் குறுகிய காலத்திற்குஏன் கோள்கள் பின்னோக்கி இயங்குகின்றன? என்பதை விளக்க முடியவில்லை.

எனவே தாலமி இந்தபுவிமையக் கோட்பாடில்” பெருவட்டத்தின் மேல் அமையும் சிறு வட்டச்சுழற்சி”(Epicycle) என்றகருத்தினைமுன்மொழிந்தார். இக்கருத்தின்படி, புவியினைக் கோள் வட்டப் பாதையில் சுற்றும் அதேவேளையில் மற்றும் ஒருவட்டப்பாதை இயக்கத்திற்கும் உள்ளாகும். அதற்கு பெருவட்டத்தின் மேல் அமையும் சிறுவட்டச்சுழற்சினைப் பெயர். வட்டப்பாதையில் புவியினைசுற்றும் இயக்கத்தையும், பெருவட்டத்தின் மேல் அமையும் சிறுவட்ட இயக்கத்தையும் ஒன்றினைக்கும் போது புவியினை ஒரு பொருத்தகோள்கள் பின்னோக்கி செல்வது போல தோன்றும் இயக்கத்தை தருகிறது. அரிஸ்டாட்டிலின் புவிமையக் கருத்துடன் இயக்கத்தை தாலமி இணைத்தார்.

ஆனால் தலாமியின் இந்தசிறுவட்டச் சுழற்சி விளக்கமானது மிகவும் கடினமாக இருந்தது. 15ஆம் நூற்றாண்டில் போலந்து நாட்டு வானியல் அறிஞர் கோபர்நிக்கஸ், இந்த சிக்கலை எனிய முறையில் தீர்க்கும் விதமாக சூரிய மையக் கொள்கையைமுன்மொழிந்தார். இக்கொள்கைப்படி, சூரிய குடும்பங்களின் மையம் சூரியனே. அனைத்துகோள்களும் சூரியனைச் சுற்றிவருகின்றன. புவியினைச் சார்ந்துகோள்களின் சார்பு இயக்கத்தின் காரணமாக கோள்கள் “பின் நோக்கிசெல்வதுபோன்ற இயக்கத்தை”(Retrograde motion) பெறுகின்றன. சூரிய மையக் கொள்கையின் அடிப்படையில் கோள்களின் இந்தபின் நோக்கி செல்வதுபோன்ற இயக்கம் காட்டப்பட்டுள்ளது.

புவியானது செவ்வாய் கோளைவிடவிரவாக சூரியனை சுற்றிவருகிறது. புவிக்கும் செவ்வாய் கோளுக்கும் இடையேயானசார்பு இயக்கத்தின் (Relative motion) காரணமாகஜாலைமுதல் அக்டோபர் வரைசெவ்வாய் கோள் பின்னோக்கிசெல்வதுபோலதோன்றுகிறது. இதேபோலபிறகோள்களின் பின்னோக்கு இயக்கங்களையும் கோபர் நிக்கலின் சூரிய மையக் கொள்கையால் விளக்கமுடிந்தது. இந்தளிமைத் தன்மையின் காரணமாகவே சூரிய மையக் கொள்கை புவிமையக் கொள்கைக்கு பதிலாக படிப்படியாக ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்டது. இயற்கை நிகழ்வுகளுக்கு ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட விளக்கங்கள் தரப்படும் போது, எனிமையான விளக்கமே அல்லது மாதிரியே பொதுவாக ஏற்றுக்கொள்ளப்படும். மேற்கூறிய கருத்து மட்டுமல்லாது, தாலமியின் கொள்கைக்கு பதிலாக கோபர்நிக்கஸ் கொள்கை ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்டதற்கான விரிவான விளக்கத்தை வானியல் நூல்களில் காணலாம்.

கெப்ளரின் மூன்றாம் விதியும் வானியல் தொலைவுகளும்:

கெப்ளர் தனது மூன்றுவிதிகளையும் தருவிப்பதற்குடைகோபிராஹேவின் வானியல் தருவகளைமுழுமையாகப் பயன்படுத்தினார். தனது மூன்றாம் விதியில் சூரியனுக்கும் கோளுக்கும் இடையேயானதொலைவுக்கும், கோளின் சுற்றுக் காலத்திற்கும் உள்ளதொடர்பினைதருவித்தார். வானியல் அறிஞர்கள் வடிவியல் மற்றும் முக்கோணவியலின் உதவியுடன் ஒருகோளுக்கும் சூரியனுக்கும் இடையேஉள்ளதொலைவின் (வானியல் அலகு) மடங்காகக் கண்டறிந்தார்கள். இங்கு சூரியனிலிருந்து புதன் மற்றும் வெள்ளியின் தொலைவுகளைத்திரியப்பட்டவித்தைகாண்போம். புதன் மற்றும் வெள்ளிகோள்கள் உள் கோள்கள் எனப்படுகின்றன. பூமியிலிருந்துபார்க்கும்போது

குரியனுக்கும் வெள்ளிக் கோளுக்கும் இடையே உள்ளாதிகப்பட்சகோணம் 46° ஆகும். அதேபோலபுதன் கோளுக்கும் குரியனுக்கும் இடையே உள்ளாதிகப்பட்சகோணம் 22.5° ஆகும்.

புவியைப் பொறுத்துவெள்ளிக்கோள் பெருமூட்சிநிலையில் (46°) உள்ளபோது, குரியனுக்கும், வெள்ளிக்கும் உள்ளகோட்டுக்கும், வெள்ளிக்கும் பூமிக்கும் உள்ளகோட்டுக்கும் இடையே உள்ளகோணம் 90° ஆகும். இதன் மூலம் புவிக்கும் குரியனுக்கும் இடையே உள்ளதொலைவுகாணலாம். புவிக்கும் குரியனுக்கும் உள்ளதொலைவுக்கு வானியல் அலகு (1 AU) என்று எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

திரிகோணமிதி கொள்கைப்படியில் உள்ளசெங்கோணமுக்கோணத்தில்

$$\sin \theta = \frac{r}{R}$$

இங்கு $R = 1 \text{ AU}$

$$r = R \sin \theta = (1 \text{ AU}) (\sin 46^\circ)$$

$\sin 46^\circ = 0.72$ என்பதிலிருந்து வெள்ளி குரியனிலிருந்து 0.72 AU தொலைவில் உள்ளது எனகணக்கிடப்பட்டது. இதேபோல் $\theta = 22.5^\circ$ எனபிரதியிட்டுப்புதனுக்கும் குரியனுக்கும் உள்ள தொலைவு 0.38 AU எனகணக்கிடப்பட்டது. வெளிக்கோள்களான செவ்வாய் மற்றும் வியாழன் போன்ற கோள்களின் தொலைவானதுசுற்றுமாறுபட்டமுறையில் கண்டறியப்பட்டன. குரியனுக்கும் கோள்களுக்கும் உள்ள தொலைவுகள் தரப்பட்டுள்ளன.

$$\text{வெவ்வேறுகோள்களுக்கான } \frac{a^3}{T^2}$$

கோள்கள்	சுற்றுப்பாதை ஆரம் (a)	சுற்றுக்காலம் T (நாட்கள்)	A^3/T^2
புதன்	0.389 AU	87.77	7.64
வெள்ளி	0.724 AU	224.70	7.52
புவி	1,000 AU	365.25	7.50
செவ்வாய்	1.524 AU	686.98	7.50
வியாழன்	5.200 AU	4332.62	7.49
சனி	9.510 AU	10,759.20	7.40

இதிலிருந்து கெப்ளர் விதியைச் சரிபார்க்க உயர்நிலைப் பள்ளியில் கற்கும் வடிவியல் மற்றும் முக்கோணவியல் கருத்துக்களேபோதுமானவென்பதுநன்குதெரிகிறது.

புவியின் ஆரத்தை அளத்தல்:

கி.மு. 225 ல் அலேக்ஸாண்ட்ரியா (Alexandria) வில் வாழ்ந்தகிரேக்க நூலாகர் ஏரட்டோஸ்தனீஸ் ("Eratosthenes") புவியின் ஆரத்தை முதலில் அளந்தார். தற்போதுநவீனமுறையில் கண்டறியப்பட்ட மதிப்புடன் ஒப்பிட இம்மதிப்பு கிட்டத்தட்ட துல்லியமாக அமைந்துள்ளது. ஏரட்டோஸ்தனீஸ் பயன்படுத்திய கணக்கீட்டுக்குதே வையான கணிதம் இன்று உயர்நிலை வகுப்பில் சொல்லித் தரப்படுகிறது. கோடை குரிய திருப்புமுகநிலையில் (குரியன் தன் இயக்கத்திசையை மாற்றும் நாள்) (Solstice) நண்பகலில் சைன் (Syene) நகரில் குரிய ஓளிநிழல் ஏற்படுத்தாதைக் கண்டார். அதேநேரத்தில் சையென் நகரிலிருந்து 500 மைல் தொலைவில் உள்ள அலேக்ஸாண்ட்ரியா நகரில் சைங்குத்துத் திசைக்கு 7.2° சாய்வாக குரிய ஓளிநிழல் விழுகிறது எனக் கண்டார்.

7.2 டிகிரிவேறுபாடு ஏற்படக் காரணம் புவியின் மேற்பரப்புவளைந்துகாணப்படுவதே எனது நீண்டதார்.

$$\text{இந்தகோணம் } 7.2^\circ = \frac{1}{8} \text{ ரேடியன்}$$

சென் மற்றும் அலெக்சாண்ட்ரியாந்கருக்கு இடையோன வட்டவில்லின் நீளம் S என்க.
மேலும் புவியின் ஆரம் R எனில்

$$S = R\theta = 500 \text{ மைல்}$$

புவியின் ஆரம் $R = \frac{500}{\theta}$ மைல்

$$R = \frac{500}{\left(\frac{1}{8}\right)} \text{ மைல்}$$

$$R = 4000 \text{ மைல்}$$

1 மைல் = 1.609 km. எனவே அவர் புவியின் ஆரம் R = 6436 km எனக் கணக்கிட்டார். வியப்பளிக்கும் வண்ணம் இம்மதிப்பு தற்போது கண்டறியப்பட்ட மதிப்பான 6378 km க்கு மிக அருகே உள்ளது.

3ஆம் நூற்றாண்டில் கிரேக்கநாட்டு வானியல் அறிஞர் ஹிப்பார்க்கஸ் புவிக்கும் நிலவுக்கும் உள்ளதாலைவினை கண்டறிந்தார்.

வியப்பூட்டும் வானியல் உண்மைகள்:

1. சந்திரகிரகணம் மற்றும் புவியின் நிழலின் ஆரம் அளவிடுதலும் :

2018 ஜூன் 31, அன்று முழு சந்திரகிரகணம் நடைபெற்றதை தமிழகம் உட்படபல இடங்களில் உற்று நோக்கிபதிவு செய்யப்பட்டது. நிலாபுவியின் நிழலைக் கடக்கும்போது, இப்புவிநிழலின் ஆரத்தை அளவீடு செய்யலாம்.

புவியின் கருநிழல் பகுதியில் நிலா உள்ளபோது சிவப்பு நிறத்தில் நிலா தெரியும். புவியின் கருநிழல் பகுதியினை விட்டுநிலா வெளியேறிய உடனேஅது பிறைநிலவு போல தோன்றும். அவ்வாறு நிலாவெளியேறும் போது புவ கருநிழலின் தோற்று ஆரம் மற்றும் நிலாவின் தோற்று ஆரம் ஆகியவற்றை அளக்கலாம். பின்பு அவற்றின் தகவுகணக்கிடலாம்.

நிழப்படத்தில் புவியின் கருநிழலின் தோற்று ஆரம் (apparent radius) = $R_s = 13.2 \text{ cm}$
நிழப்படத்தில் நிலாவின் தோற்று ஆரம் (apparent redius) = $R_m = 5.15 \text{ cm}$

$$\text{இந்த ஆரங்களின் தகவு } \frac{R_s}{R_m} \approx 2.56$$

புவியின் கருநிழலின் ஆரம் $R_s = 2.56 \times R_m$

நிலாவின் ஆரம் $R_m = 1737 \text{ km}$

புவிகருநிழலின் ஆரம்

$$R_s = 2.56 \times 1737 \text{ km} \approx 4446 \text{ km}$$

ஆரத்தின் சரியான அளவு = 4610 km

கணக்கீட்டில் சதவீதப் பிழை

$$= \frac{4610 - 4446}{4610} \times 100 = 3.5\%$$

உயர்திறன் தொலை நோக்கி மூலம் படங்கள் எடுக்கப்பட்டால் பிழையின் அளவு குறையும். எனிய கணித செயல்பாட்டின் மூலம் இந்தகணக்கீடு செய்யப்பட்டுள்ளது என்பது கவனிக்கத்தக்கது.

சந்திர கிரகணத்தின் போதுநிலாவின் மீதுவிழும் புவியின் நிழலின் வடிவத்தை உற்றுநோக்கி புவியானது கோளக வடிவமுடையது என வானியல் அறிஞர்கள் வெருகாலத்திற்கு முன்பே நிருபித்தனர்.

2. ஒவ்வொரு மாதமும் சூரிய கிரகணம் மற்றும் சந்திரகிரகணம் இரண்டுமேதோன்றுவதில்லையான்?

முழு நிலவு நாளின் போது நிலவின் சுற்றுப்பாதையும் புவியின் சுற்றுப்பாதையும் ஒரேதளத்தில் அமைந்தால் சந்திரகிரகணம் தோன்றும். அதேபோல் அமாவாசைஅன்றும் அமைந்தால் சூரிய கிரகணம் தோன்றும். ஆனால் நிலாவின் சுற்றுப்பாதையானதுபலியின் சுற்றுப்பாதைத் தளத்திலிருந்து 5°சாய்ந்து காணப்படுகிறது.

இந்த 5° சாய்வுஉள்ளதால்,ஆண்டின் ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தில் மட்டுமே சூரியன், புவிமற்றும் நிலவுதூகியவைவிரேநேர்கோட்டில் அமைகின்றன. அவ்வாறு அமையும் பொழுது மட்டுமே இம்மூன்றின் நிலையினைப் பொறுத்து சந்திரகிரகணமோ அல்லது சூரிய கிரகணமோஏற்படும்.

3. புவியில் பருவ காலங்கள் தோன்றுவதான்?

சூரியனை புவி நீள்வட்டப்பாதையில் சுற்றுகிறது. எனவே சூரியனுக்கு அண்மையில் புவிஉள்ளபோது கோடைகாலமும் சேய்மையில் உள்ளபோது குளிர்காலமும் தோன்றுகிறது” என்பது தவறான கருத்தாகும். உண்மையில் புவியானது சூரியனை 23.5° கோண சாய்வுடன் சுற்றி வருவதாலேயே பருவகாலங்கள் தோன்றுகின்றன.

23.5° சாய்வின் காரணமாக புவியின் வடகோளப்பகுதி சூரியனுக்கு வெகு தொலைவில் உள்ளபோது, புவியின் தென்கோளப்பகுதி சூரியனுக்கு அருகில் அமையும். எனவே வடகோளப்பகுதியில் குளிர்காலமாக உள்ளபோது, தென்கோளப் பகுதியில் கோடைகாலமாக இருக்கும்.

4. விண்மீனின் தோற்ற இயக்கமும் புவியின் சுழற்சியும்:

இரவு நேரங்களில் விண்மீன்கள் நகர்வது போது தோன்றுவதை உற்று நோக்குவதன் மூலம் புவி தன்னைத்தானே சுழல்கிறது என நிருபிக்கலாம். புவியின் தற் சுழற்சி காரணமாகவே தூரவ விண்மீனமற்ற விண்மீன்கள் வட்டப்பாதையில் சுற்றிவருவது போல தோன்றுகிறது.

புவியின் சுழற்சி அச்சுக்குநேராக தூரவ விண்மீன் அமைந்துள்ளதால் அவ்விண்மீன் நிலையானதாக தோன்றுகிறது. போலாரிஸ் விண்மீன் (Polaris) துருவவிண்மீன் ஆகும்.

வானியல் மற்றும் ஈர்ப்பியலில் சமீபத்தியவளர்ச்சிகள்:

19 ஆம் நூற்றாண்டு வரைவானியலானது வெறும் கண்களால் அல்லது தொலை நோக்கிமூலம் உற்று நோக்கப்படுதலை சார்ந்து இருந்தத். 19 ஆம் நூற்றாண்டின் முடிவில் மின்காந்த அலைகளின் நிறமாலை கண்டியப்பட்டவுடன் பிரபஞ்சத்தைப் பற்றிய நமது புரிதல் பெருமளவில் அதிகரித்தது. 19 ஆம் நூற்றாண்டின் இறுதியில் ஏற்பட்ட இந்தவளர்ச்சியால் நியூட்டனின் ஈர்ப்பியல் விதியால் சிலநிகழ்வுகள் மற்றும் முரண்பாடுகளை விளக்க முடியவில்லை என கண்டியப்பட்டது. ஈர்ப்பியல் துறையில் 20 ஆம் நூற்றாண்டின் மிகச் சிறந்த கொள்கைகளில் ஒன்றான“ பொதுசார்பியல் தத்துவம்”ஆல்பர்ட் ஜனஸ்டனால் உருவாக்கப்பட்டது.

இருபாதம் நூற்றாண்டில் வானியலும் ஈர்ப்பியலும் ஒன்றினைந்தன. மேலும் பலமடங்குவளர்ச்சி அடைந்தன. விண்மீன் தோற்றமும் மறைவும் எவ்வாறுஎப்படுகிறதுஎன்பதுநன்குபுரிந்துகொள்ளப்பட்டது. வான் இயற்பியல் மற்றும் ஈர்ப்பியல் துறைகளில் இந்திய இயற்பியல் அறிஞர்கள் முக்கிய பங்களிப்புகள் அளித்திருக்கின்றனர். கருந்துளைமற்றும் விண்மீனின் மறைவுபற்றிய கொள்கையினை சுப்பிரமணியன் சந்திரசேகர் உருவாக்கினார். இதற்காக 1983 இல் நோபல் பரிசுபெற்றார். இந்தியவானியல் அறிஞர்களில் குறிப்பிடத்தக்கவரான மேக்நாட் சாகா(Meghanadsaha) விண்மீன்களில் நடைபெறும் அயனியாக்கத்திற்குஉரியசமன்பாட்டை கண்டுபிடித்தார். இது‘சாகாவின் அயனியாக்கச் சமன்பாடு’எனப்படும். இச்சமன்பாடுவிண்மீன்களைவகைப்படுத்துத் தவுகிறது. அமல் குமார் சௌத்ரி (Amal Kumar Ray - Choudhuri) உருவாக்கிய “ராய் - சௌத்ரிசமன்பாடும்”�ர்ப்பியல் துறைக்கு மிகசிறந்த பங்களிப்பாகும். இன்னொரு முக்கிய இந்திய வானியற்பியலரான ஜெயந்த் வி. நர்லிகர் (Jayand V. Narlikar) வானியற்பியலில் முன்னோடியான பல பங்களிப்புகளை

தந்துள்ளார். மேலும் வானியல் மற்றும் வானியற்பியல் பற்றியஆர்வத்தைத் தூண்டும் நூல்கள் பலன்முதியுள்ளார்.

IUCAA (Inter University Center for Astronomy and Astrophysics) என்ற ஆராய்ச்சிநிறுவனம் பேராசிரியர் ஜெயந்த் வி. நாலிகரால் ஆரம்பிக்கப்பட்டது. இந் நிறுவனம் மூலம் வானியல் மற்றும் ஈர்ப்பியல் துறைகளில் பல்வேறுஆய்வுகள் நடைபெற்று வருகின்றன. மாணவர்கள் இத்துறைகளில் ஏற்பட்டுள்ள வளர்ச்சிகள் பற்றி நூலகம் சென்று மேலும் அறிந்துகொள்ளவேண்டும்.



தஞ்சாவூர் நடனப் பொம்மையை (தஞ்சாவூர் தலையாட்டிப் பொம்மை) இது ஓர் உலகப் புகழ்பெற்ற தமிழகக் கலாச்சாரப் பொம்மையாகும். இந்த பொம்மையை ஆட்டவிட்டால் நிகழ்வது என்ன? பொம்மையின் தலை மற்றும் உடல் தொடர்ச்சியாக முன்னும் பின்னும் இயங்கி, பின்னர் இயக்கம் படிப்படியாக குறைந்து நிற்கிறது. இதே போல் நாம் சாலையில் நடக்கும் பொழுது, நம்முடைய கைகளும், கால்களும் முன்னும் பின்னும் இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் போது நிகழும். தாய் தன் குழந்தையை தாங்க வைப்பதற்காக தொட்டிலை ஆட்டும்பொழுது தொட்டிலானது முன்னும் பின்னும் இயக்கமடையும். முன்னர் விவாதித்த இயக்கங்களிலிருந்து இவ்வகையான அனைத்து இயக்கங்களும் வேறுபட்டவை. இந்த இயக்கங்கள் இத்தகைய இயக்கங்களை அலைவுறு இயக்கம் அல்லது அதர்வுறு இயக்கம் என்று அழைக்கின்றோம். இம்மாதிரியான இயக்கம் அணுக்களில் கூட நிகழ்கின்றது.

ஒரு திடப்பொருளின் வெப்பநிலை உயரும் பொழுது அணுக்கள் அதனுடைய நடுநிலை அல்லது சமநிலையைப் பொருத்து அதிர்வடைகிறது. கட்டிடங்களின் கட்டமைப்பு மற்றும் எந்திரவியல் கருவிகளை ஆகியவற்றை வடிவமைத்தல் போன்ற பொறியியல் பயன்பாடுகளில் அதிரவு இயக்கம் பற்றிய கற்றல் மிகவும் முக்கியத்துவத்தை பெறுகிறது.

சீரலைவு மற்றும் சீரற்ற அலைவு இயக்கம்:

இயற்பியலில் இயக்கமானது, மீண்டும், மீண்டும் நிகழும் இயக்கம் சீரலைவு இயக்கம், எனவும் மீண்டும், மீண்டும் நிகழாத இயக்கம் சீரற்ற அலைவு இயக்கம் எனவும் இருவகையாக வகைப்படுத்தப்படுகிறது.

1. சீரலைவு இயக்கம் (Periodic motion):

சீரான கால இடைவெளியில் தானாகவே மீண்டும், மீண்டும் நிகழும் எந்த ஒரு இயக்கமும் சீரலைவு இயக்கம் எனப்படும். எடுத்துக்காட்டு ஊசல் கடிகாரத்தில் உள்ள முட்கள், தொட்டிலின் அலைவுகள், சூரியனைச் சுற்றிவரும் புவியின் இயக்கம், வளரும் மற்றும் தேயும் சந்திரன் மற்றும் சில.

2. சீரற்ற அலைவு இயக்கம்

சீரான கால இடைவெளியில் தானாகவே மீண்டும், மீண்டும் நிகழாத எந்த ஒரு இயக்கமும் சீரற்ற அலைவு இயக்கம் எனப்படும். எடுத்துக்காட்டு நில நடுக்க நிகழ்வு, எரிமலை வெடிப்பு போன்றவை.

அலைவுறு இயக்கம் (Oscillatory motion):

ஒரு பொருள் அல்லது துகளானது குறிப்பிட்ட கால இடைவெளியில் மீண்டும் மீண்டும் முன்னும் பின்னும் இயக்கத்தை அதிரவியக்கம்) எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டுகள் நமது இதயதுடிப்பு, பூச்சியின் சிறகின் இயக்கம், தாத்தாவின் கடிகாரம் (Grand father's clock) ஊசல் கடிகாரம்) போன்றவை.

அனைத்து அலைவுறு இயக்கமும் சீரலைவு இயக்கமாகும். ஆனால் அனைத்து சீரலைவு இயக்கங்களும் அலைவுறு இயக்கமாகாது என்பதை கவனத்தில் கொள்ளவும்.

தனிச்சீரிசை இயக்கம் (SHM):

தனிச்சீரிசை இயக்கம் அலைவுறு இயக்கத்தின் சிறப்பு வகையாகும். இதில் துகளின் முடுக்கம் அல்லது விசையானது நிலையான புள்ளியிலிருந்து அது அடைந்த இடப்பெயர்ச்சிக்கு நேர்த்தகவிலும். எப்பொழுதும் நிலையான புள்ளியை நோக்கியும் இருக்கும் எனலாம்.

ஒரு பரிமாண இயக்கத்தில் x என்பது துகள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் a_x என்பது அத்துகளின் முடுக்கம் எனில்,

$$a_x \propto x$$

$$a_x = -b x$$

இங்கு b என்பது மாறிலி. இது முடுக்கம் மற்றும் இடப்பெயர்ச்சிக்கிடையோன தகவினால் அளவிடப்படுகிறது. இதன் பரிமாணம் T^{-2} க்குச் சமம்.

இருபுறமும் துகளின் நிறை m - ஆல் பெருக்கி நியுட்டனின் இரண்டாவது விதியைப்பயன்படுத்த, விசையானது,

$$F_x = -kx$$

இங்கு k என்பது விசை மாறிலி ஆகும். இம்மாறிலி ஓரலகு நீளத்திற்கான விசை என வரையறுக்கப்படுகிறது. இடப்பெயர்ச்சியும், விசையும் (அல்லது முடுக்கம்) ஒன்றுக்கொன்று எதிர்த்திசையில் உள்ளதை எதிர்க்குறி காட்டுகிறது. துகளின் இடப்பெயர்ச்சி சமநிலை புள்ளியிலிருந்து வலதுபுறம் (x நேர்க்குறி மதிப்பு) நோக்கி உள்ளபோது விசையானது (அல்லது முடுக்கம்) சமநிலைப்புள்ளியை நோக்கியே (இடப்புறம் நோக்கி) இருக்கும். இதேபோல் துகளின் இடப்பெயர்ச்சியானது சமநிலைப் புள்ளியிலிருந்து இடதுபுறம் நோக்கி உள்ள போது (x எதிர்க்குறி மதிப்பு), விசையானது (அல்லது முடுக்கம்) சமநிலைப்புள்ளியை நோக்கியே (வலதுபுறம் நோக்கி) இருக்கும். இவ்வகையான விசையானது மீள் விசை எனப்படும். ஏனெனில் தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளை, மீள்விசையானது எப்பொழுதும் தொடக்க நிலைக்கே (சமநிலை அல்லது நடுநிலை) கொண்டு வரும். இவ்விசையானது ஒருமையவிசை ஆகும். இது சமநிலைப்புள்ளியை நோக்கி செயல்படும் மைய கவர்ச்சி விசையாகும்.

இருபரிமாணம் மற்றும் முப்பரிமாணத்தில் இதனை நாம் வெக்டர் குறியிட்டில் எழுதலாம்.

$$\vec{F} = -k \vec{r}$$

இங்கு \vec{r} என்பது எடுத்துக்கொண்ட ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து துகளின் இடப்பெயர்ச்சியாகும். விசையும், இடப்பெயர்ச்சியும் நேர்போக்கு தொடர்பு கொண்டது என்பது குறிப்பிடத்தக்கது. அதாவது விசையின் அடுக்கும், இடப்பெயர்ச்சியின் அடுக்கும் ஒன்றுக்கொன்றுச் சமம்.

(விசையின் எண்மதிப்பு $|\vec{F}|$) மற்றும் விசைவு (இடப்பெயர்ச்சியின் எண் மதிப்பு $|\vec{r}|$) இவற்றிற்கு இடையேயான தொடர்பை வரைபடத்தில் குறித்தால், இரண்டாம் மற்றும் நான்காம் கால்பகுதிகள் வழியே செல்லுமாட் நேர்கோடாக அமையும். அக்கோட்டின் சரிவு k யை அளந்து, விசைமாறிலி $\frac{1}{k}$ - இன் எண்மதிப்பை கண்டறியலாம்.

சீரான வட்ட இயக்கத்தின் விட்டத்தின் மீதான வீழல் ஒரு தனிச்சீரிசை இயக்கம்:

m நிறை கொண்ட துகள் ஒன்று v என்ற சீரான திசைவேகத்தில் r ஆரம் கொண்ட வட்டத்தின் பரிதி வழியே இடஞ்சுழித்திசையில் இயங்குவதாகக் கருதுவோம். ஆய அச்சு அமைப்பின் ஆதிப்புள்ளியானது வட்டத்தின் மையம் O வடன் பொருந்துவதாகக் கொள்க. துகளின் கோணத்திசைவேகம் எனவும் ஒரு குறிப்பிட்ட நேரம் t இல் அத்துகளின் கோண இடப்பெயர்ச்சி θ எனவும் கொண்டால் சீரான வட்ட இயக்கத்தில் இருக்கும் ஒரு துகளின் நிலையை (Position), அந்த வட்டத்தினுடைய விட்டத்தில் விழச்செய்தால் அந்த வீழல் (Projection) ஒரு தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும். இதன் மூலம் சீரான வட்ட இயக்கம் மற்றும் அதிர்வழும் இயக்கம் ஆகியவற்றுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பினை நாம் இணைக்க முடியும்.

இதேபோன்று எந்த ஒரு அதிர்வழு இயக்கம் அல்லது சமூல் இயக்கத்தினை, சீரான வட்ட இயக்கத்துடன் இணைக்க முடியும். வேறுவிதமாக கூறினால் இவ்விரு இயக்கங்களும் ஒரே இயல்பை பெற்றுள்ளது.

வட்டப்பாதையில் இயங்கும் துகளின் நிலையை (position) அவ்வட்டப்பாதையின் செங்குத்து விட்டத்தின் மீது அல்லது செங்குத்து விட்டத்திற்கு இணையான கோட்டின் மீது வீழல் (projection) செய்வோம்.

இதேபோல், மேற்கூறிய நிகழ்வை கிடைத்தள அச்சு அல்லது கிடைத்தள அச்சுக்கு இணையான கோட்டில் நாம் வீழ்ச்சியடையச் செய்ய முடியும்.

ஒரு சுருள்வில் - நிறை அமைப்பை (அல்லது அலையுறும் ஊசல்) ஒரு குறிப்பிட்ட எடுத்துக்காட்டாகக் கருதுவோம். சுருள்வில் மேலும் கீழும் இயக்கும் போது (அல்லது ஊசல் முன்னும் பின்னும் அலைவுறும் போது) அதன் நிறை அல்லது ஊசல் குண்டின் இயக்கம் வட்ட இயக்கத்தில் உள்ள புள்ளிகளுடன் இணைத்து காட்டப்பட்டுள்ளது.

எனவே சீரான வட்ட இயக்கத்தில் துகளின் நிலையை அந்த வட்டத்தினுடைய விட்டத்தின் மீது (அல்லது விட்டத்திற்கு இணையான கோட்டின் மீது) விழுச் செய்தால் (Projection) அவ்வியக்கம் நேர்கோட்டு இயக்கமாக அமையும். இதனையே தனிச்சீரிசை இயக்கம் எனக் கருதுகிறோம். இவ்வட்டம் தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் மேற்கோள் வட்டம் (circle of reference) எனப்படும்.

தனிச்சீரிசை இயக்கமானது ஒரு குறிப்பிட்ட வட்டத்தின் எந்த ஒரு விட்டத்தின் மீதும் இயங்கும் துகள் நிலையின் வீழ்வு (Projection of position) எனவும் வரையறுக்கப்படுகிறது.

தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில் இடப்பெயர்ச்சி, திசைவேகம், முடுக்கம் மற்றும் அவற்றிற்கான வரைபட விளக்கம்

ஒரு குறிப்பிட்ட கண நேரம் t இல் அதிர்வடையும் துகளானது சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து கடந்த தொலைவு இடப்பெயர்ச்சி எனப்படும்.

ஒரு குறிப்பிட்ட கண நேரம் t இல், A ஆரம் கொண்ட வட்டத்தின் மீதான துகளின் நிலை P எனக். t என்ற கணத்தில் அதன் இடப்பெயர்ச்சி y -யை கீழ்க்கண்டவாறு தருவிக்கலாம்.

ΔOPN இல்

$$\sin \theta = \frac{ON}{OP} \Rightarrow ON = OP \sin \theta$$

ஆனால் $\theta = \omega t, ON = y$ மற்றும் $OP = A$

$$y = A \sin \omega t$$

$\sin \omega t = 1$ எனும் பொழுது இடப்பெயர்ச்சி y ஆனது பெரும மதிப்பை பெறும் (இந்த மதிப்பு A – க்குச் சமம்)

நடுநிலையிலிருந்து அதிர்வடையும் துகள் அடைந்த பெரும இடப்பெயர்ச்சி வீச்சு (A) எனப்படும். தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில் வீச்சு மாறிலியாகும். பொதுவாக தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை தவிர மற்ற எந்த இயக்கத்திற்கும் வீச்சு மாறிலியாக இருக்க தேவையில்லை, இது காலத்தைப் பொறுத்து மாற்றலாம்.

திசைவேகம்:

இடப்பெயர்ச்சி மாறும் வீதம் திசைவேகம் ஆகும். காலத்தை சார்ந்து வகைப்படுத்த நாம் பெறுவது

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(A \sin \omega t)$$

வட்ட இயக்கத்தில் (மாறா ஆரம்) வீச்சு A மாறிலி, மேலும் சீரான வட்ட இயக்கத்திற்கு கோணத்திசைவேகம் ω மாறிலி, எனவே

$$v = \frac{dy}{dt} = A \omega \cos \omega t$$

$$\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t = 1 \Rightarrow \cos \omega t = \sqrt{1 - \sin^2 \omega t}$$

என்ற திரிகோண முற்றோருமையைப் பயன்படுத்த

$$v = A \omega \sqrt{1 - \sin^2 \omega t}$$

சமன்பாடு விருந்து

$$\sin \omega t = \frac{y}{A}$$

$$v = A\omega \sqrt{1 - \left(\frac{y}{A}\right)^2}$$

$$v = \omega \sqrt{A^2 - y^2}$$

இடப்பெயர்ச்சி $y = 0$ எனில் அதன் திசைவேகம் $v = \omega A$ (பெருமம்) மற்றும் பெரும இடப்பெயர்ச்சி $y = A$, எனில் அதன் திசைவேகம் $= v = 0$ (சிறுமம்). இடப்பெயர்ச்சியானது சுழியிலிருந்து பெருமத்திற்கு அதிகரித்தால் திசைவேகம் பெருமத்திலிருந்து சுழிக்கு குறையும். இது எதிர்த்திசையில் மீண்டும் நிகழும்.

திசைவேகம் ஒரு வெக்டர் அளவு ஆகையால், சமன்பாடு வெக்டர் கூறுகளைக் கண்டறிவதன் மூலமும் பெறலாம்.

வேறுபட்ட கண்ணேரத்தில் இடப்பெயர்ச்சி, திசைவேகம் மற்றும் முடுக்கம்

காலம்	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{2T}{4}$	$\frac{3T}{4}$	$\frac{4T}{4} = T$
ωt	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
இடப்பெயர்ச்சி $y = A \sin \omega t$	0	A	0	-A	0
திசைவேகம் $v = A\omega \cos \omega t$	$A\omega$	0	$-A\omega$	0	$A\omega$
முடுக்கம் $a = \alpha$ $= -A \omega^2 \sin \omega t$	0	$-A\omega^2$	0	$A\omega^2$	0

முடுக்கம்:

திசைவேக மாறுபாடு முடுக்கம் எனப்படும். காலத்தைப் பொருத்து வகைப்படுத்த, நாம் பெறுவது

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(A\omega \cos \omega t)$$

$$a = -\omega^2 A \sin \omega t = -\omega^2 y$$

$$a = \frac{d^2 y}{dt^2} = \omega^2 y$$

நாம் அறிவது நடுநிலைப்புள்ளியில் ($y = 0$) துகளின் திசைவேகம் பெருமம் ஆனால் துகளின் முடுக்கம் சுழியாகும். பெரும நிலையில் ($y = \pm A$), துகளின் திசைவேகம் சுழி ஆனால் முடுக்கம் பெரும மதிப்புடன் ($\pm A \omega^2$) எதிர்த்திசையில் செயல்படுகிறது.

தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் அலைவுநேரம், அதிர்வெண், கட்டம், கட்ட வேறுபாடு மற்றும் தொடக்கக் கட்டம்

- அலைவுநேரம்

துகளொன்று ஒரு முழு அலைவிற்கு எடுத்துக்கொள்ளும் காலம் அலைவுநேரம் என வரையறுக்கப்படுகிறது. இது வழக்கமாக T என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது. ஒரு முழச்சுற்றுக்கு எடுத்துக்கொண்ட $t = T$, காலம் எனில்

$$\omega T = 2\pi \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

தனிச்சீரிசை இயக்கத்திற்கு உட்படும் துகளின் இடப்பெயர்ச்சியை சென் (sine) அல்லது கொசைன் (cosine) சார்புகளாக குறிப்பிடலாம்.

$$y(t) = A \sin \frac{2\pi}{T} t \text{ அல்லது } y(t) = A \cos \frac{2\pi}{T} t$$

இங்கு T என்பது அலைவுநேரம். காலம் t க்குபதிலாக $t + T$ எனப் பிரதியிட்டால் அதன் சார்பானது,

$$\begin{aligned} y(t+T) &= A \sin \frac{2\pi}{T} (t+T) \\ &= A \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + 2\pi \right) \\ &= A \sin \frac{2\pi}{T} t + y(t) \\ y(t+T) &= y(t) \end{aligned}$$

எனவே இச்சார்பு ஒரு அலைவுநேரத்திற்கு பிறகும் மீண்டும் மீண்டும் நிகழும் சார்பு ஆகும். இந்த $y(t)$ என்பது சீரிசைச் சார்புக்கான எடுத்துக்காட்டாகும்.

அதிர்வெண் மற்றும் கோணஅதிர்வெண்

துகளொன்று ஒரு நோடியில் ஏற்படுத்தும் அலைவுகளின் எண்ணிக்கை அதிர்வெண் எனப்படும். இது என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது. இதன் SI அலகு S^{-1} அல்லது ஹெர்ட்ஸ் (Hertz)

கணிதமுறையில் அதிர்வெண், அலைவுகாலத்துடன் கீழ்க்கண்ட வாறுதொடர்புபடுத்தப்படுகிறது.

இதன் SI அலகு S^{-1} அல்லது ஹெர்ட்ஸ் ஆகும்.
(Hertz).

கணிதமுறையில் அதிர்வெண், அலைவுகாலத்துடன் கீழ்க்கண்ட வாறுதொடர்புபடுத்தப்படுகிறது.

$$f = \frac{1}{T}$$

ஒரு நோடியில் ஏற்படும் சுற்றுகளின் எண்ணிக்கை கோணஅதிர்வெண் எனப்படும். இது வழக்கமாக ω (omega) என்ற கிரேக்கச் சிறிய எழுத்தால் குறிப்பிடப்படுகிறது.

சமன்பாடு ஆகிய வற்றை ஒப்படும் பொழுது, கோணஅதிர்வெண் மற்றும் அதிர்வெண்ணின் தொடர்பு.
 $\omega = \pi f$

கோணஅதிர்வெண்ணின் SI அலகு $rad\ s^{-1}$ (ரேடியன் பெர் செகன்ட் எனவாசிக்கவும்)

கட்டம்

ஒரு குறிப்பிட்ட கணத்தில் அதிர்வடையும் துகளின் கட்டம், அக்கணத்தில் அத்துகளின் நிலையை முழுமையாகக் குறிப்பிடுவதாகும்.

குறிப்பிட்ட கணத்தில் சமநிலையைப் பொருந்து அத்துகளின் நிலை (Position) மற்றும் இயக்கத்திசை ஆகிய வற்றைக்கட்டம் விவரிக்கிறது.

$$y = A \sin (\omega t + \varphi_0)$$

இங்கு $\omega t + \varphi_0 = \varphi$ என்பது அதிர்வடையும் துகளின் கட்டம் என அழைக்கப்படுகிறது.

$t = 0$ s (தொடக்காலம்) இல், துகளின் கட்டம் தொடக்கக் கட்டம் ($\varphi = \varphi_0$) எனஅழைக்கப்படுகிறது. என்பது φ_0 தொடக்கக் கட்டத்தின் கோணம் (angle of epoch)எனஅழைக்கப்படுகிறது.

கட்டவேறுபாடு: தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் இரு துகள்களைக் கருதுவோம்.

அவற்றின் சமன்பாடுகள் $y_1 = A \sin(\omega t + \varphi_1)$ மற்றும் $y_2 = A \sin(\omega t + \varphi_2)$ எனில் அவற்றுக் கிடையோனகட்டவேறுபாடு $\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1) = \varphi_2 - \varphi_1$

கோணசீரிசை இயக்கம்

கோணசீரிசையியக்கத்தின் அலை நேரம் மற்றும் அதிர்வெண்

கொடுக்கப்பட்டஅச்சைப்பற்றிதனித்துச்சலூம் பொருளின் அலைவுகள்,கோணஅலைவுகள் எனப்படும்.

நீதாகுபுள்ளியில் பொருளின் மீதுசெயல்படும் தொகுபயன் திருப்புவிசைச்சுழியாகின்றதோ அப்புள்ளிசமநிலைப்புள்ளினப்படும்.

பொருள் சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து இடபெயர்ச்சிக்குள்ளாகும் போது,செயல்படும் பயனுறுதொகுபயன் திருப்புவிசைகோண இடப்பெயர்ச்சிக்குநேர்த்தகவில் இருக்கும் மற்றும் இத்திருப்புவிசையானதுஅப்பொருளைசமநிலைக்குகொண்டுவரமுயற்சிக்கும்.

பொருளின் கோண இடபெயர்ச்சி $\vec{\theta}$ எனவும் பொருளின் மீதுசெயல்படும் தொகுபயன் திருப்புவிசை $\vec{\tau}$ எனவும் கொண்டால்,

$$\begin{aligned}\vec{\tau} &\propto \vec{\alpha} \\ \vec{\tau} &= -\kappa \vec{\theta}\end{aligned}$$

இங்கு K என்பதுமிள்திருப்புவிசைமாறிலி.

இடப்பெயர்ச்சிக்கானதிருப்புவிசையாகும். என்பதுஒருபொருளின் நிலைமத்திருப்புத்திறன் மற்றும் $\vec{\alpha}$ என்பதுகோணமுடுக்கம் எனில்

$$\vec{\tau} = I \vec{\alpha} = -\kappa \vec{\theta}$$

$$\text{ஆனால் } \vec{\alpha} = \frac{d^2 \vec{\theta}}{dt^2}$$

எனவே,

$$\frac{d^2 \vec{\theta}}{dt^2} = -\frac{\kappa}{I} \vec{\theta}$$

இச்சமன்பாடு தனிச்சீரிசை வகைக்கெழுச் சமன்பாடுபோல் உள்ளது. ஆகையால் தனிச்சீரிசை இயக்கச் சமன்பாடு உடன் ஒப்பிடநாம் பெறுவது

$$\omega = \sqrt{\frac{\kappa}{I}} \text{ rad s}^{-1} \text{ என்றாம் பெறலாம்.}$$

கோணசீரிசை இயக்கத்தின் அதிர்வெண்

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{I}} \text{ Hz}$$

அலைவு நேரம்

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{K}}$$

தனிச்சீரிசை இயக்கம் மற்றும் கோணச்சீரிசை இயக்கம் ஒப்பீடு:

நேர்கோட்டுதனிச்சீரிசை இயக்கத்தில், பொருளின் இடப்பெயர்ச்சியானது நேர்கோட்டு இடப்பெயர்ச்சி r ஆல் அளவிடப்படுகிறது.

மீன்விசை $\vec{F} = -k\vec{r}$ இங்கு K என்பது சுருள் மாறிலியிலும் உல்லதுவிசைமாறிலியாகும். இது ஓரலகு இடப்பெயர்ச்சிக்கான விசைக்குச் சமம். நேர்கோட்டுச்சீரிசை இயக்கத்தில் பொருளின் நிலைமக்காரணியின்பதுபொருளின் நிறைஆகும்.

கோணச்சை அலை இயக்கத்தில், பொருளின் இடப்பெயர்ச்சி $\vec{\theta}$ கோண இடப்பெயர்ச்சி ஆல் அளவிடப்படுகிறது. இங்கு சுருள்காரணியின்பதுத் திருப்புவிசைமாறிலியும். அதாவது ஓரலகு கோண இடப்பெயர்ச்சிக்கான இரட்டையின் திருப்புத் திறனாகும் அல்லது ஓரலகு கோண

தனிச்சீரிசை இயக்கம் மற்றும் கோணச்சீரிசை இயக்கம் ஒப்பீடு:

வ.எண்	தனிச்சீரிசை இயக்கம்	கோணச்சீரிசை இயக்கம்
1.	துகளின் இடப்பெயர்ச்சி நேர்க்கோட்டு இடப்பெயர்ச்சி \vec{r} ஆல் அளவிடப்படுகிறது.	துகளின் இடப்பெயர்ச்சிகோண இடப்பெயர்ச்சி $\vec{\theta}$ ஆல் அளவிடப்படுகிறது. (சுழற்சிகோணம் எனவும் அழைக்கப்படுகிறது)
2.	துகளின் முடுக்கம் $\vec{a} = -\omega^2 \vec{r}$	துகளின் கோணமுடுக்கம் $\vec{a} = -\omega^2 \vec{\theta}$
3.	விசை, $\vec{F} = -m\vec{a}$ இங்கு m என்பதுதுகளின் நிறைஆகும்	திருப்புவிசை, இங்கு என்பதுபொருளின் நிலைமத்திருப்புத்திறன்
4.	மீன்விசை $\vec{F} = -k\vec{r}$, இங்கு K என்பது மீன்விசைமாறலி	மீன் திருப்புவிசை $\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$, இங்கு K என்பதுத் திருப்புவிசைமாறிலி (கிரேக்களமுத்து K ஜ 'kapppa' என்று சுருக்கிக்கவும்) இம்மாறிலியிலுக்குறிப்பிட்ட முறைக்கு இழையைபொருத்து அமையும்.
5.	கோண $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} rads^{-1}$ அதிர்வெண்	கோண $\omega = \sqrt{\frac{k}{I}} \text{ அதிர்வெண்}$

இடப் பெயர்ச்சிக்கான மீன் திருப்பு விசையாகும். கோண சீரிசை இயக்கத்திற்கு உட்படும் பொருளின் நிலைமக் காரணி என்பது பொருளின் நிலைமத் திருப்புத் திறன் ஆகும்.

நேர்போக்கு சீரிசை அலையியற்றி(LHO):

சுருள்வில் - நிறை அமைப்பின் கிடைத்தள அலைவுகள்

நிறையற்ற சுருள்வில்லுடன் m நிறைகொண்டபொருள் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இந்தசுருள்வில் - நிறை அமைப்பானது உராய்வற்ற கிடைத்தளத்தின் மீது வைக்கப்பட்டுள்ளது எனக்கொள்க.

சுருள்வில்லின் விழைப்பு மாறிலி அல்லது விசைமாறிலி அல்லது சுருள்வில் மாறிலி k ஆகும். இந்த அமைப்பின் மீது விசை செலுத்தப்படாத போது நிறை m ன் சமநிலைப்புள்ளி, அல்லது நடுநிலைப்புள்ளி x_0 என்க. நிறையை, சமநிலையில் இருந்துவெல்ப்புறமாக x தொலைவிற்கு இடம்பெயரச் செய்து பின்பு விடுவித்தால், நிறையானது நடுநிலைப்புள்ளி x_0 ஜப் பொருத்து முன்னும் பின்னும் அலையுறும்.

சுருள்வில்லின் நீட்சியால் ஏற்படும் மீள்விசை F என்க. இவ்விசையானது நிறையின் இடப்பெயர்ச்சிக்கு நேர்த்தகவில் இருக்கும்.

ஒரு பரிமாண இயக்கத்திற்கு

$$F \propto x$$

$$F = -kx$$

எனக் கணிதவியல் முறையில் நாம் பெறலாம். இங்கு, மீள்விசையானது எப்பொழுதும் இடப்பெயர்ச்சிக்கு எதிர்திசையில் செயல்படும் என்பதை எதிர்க்குறிகாட்டுகிறது.

இச்சமன்பாடு ஹீக் விதியின்று அழைக்கப்படுகிறது இங்குமீள்விசையானது இடப்பெயர்ச்சியுடன் நேர் போக்கில் உள்ளதை கவனத்தில் கொள்க (அதாவதுவிசைமற்றும் இடப்பெயர்ச்சியின் அடுக்கு (exponent) ஒன்றாகும்). இது எப்பொழுதும் சரியாக இருப்பதில்லை, ஏனென்றால் சிலநேராகவுகளில் அதிகமான அளவு இழுவிசையை நாம் செலுத்தும் போது, அலைவுகளின் வீச்சுகள் அதிகமாக அமையும். (அதாவது விசையும், இடப்பெயர்ச்சியும் x^n அதிக அடுக்குகளுக்கு நேர்த்தகவாக அமையும்) எனவே இந்த அமைப்பின் அலைவுகள் நேர்போக்கு அலைவுகளாக இருப்பதில்லை என்பதால் இவை நேர்போக்கு அல்லது அலைவுகளாகும். இதுவரை நம்முடையவிவாதங்களின் படிநேர்போக்கு அலைவுகள் மட்டுமே விவாதிக்கப்பட்டுள்ளது. இதன் அடிப்படையில் ஹீக் விதி ஏற்புடையதாக அமைகின்றது. அதாவது (விசைமற்றும் இடப்பெயர்ச்சிநேர் போக்கு தொடர்புடையவை)

நியூட்டனின் இரண்டாம் இயக்கவிதியிலிருந்து தனிச்சீரிசை இயக்கத்திற்கு உட்படும் துகளின் சமன்பாட்டை கீழ்க்கண்டவாறு நாம் எழுதமுடியும்.

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

தனிச்சீரிசை இயக்கச் சமன்பாடு உடன் ஓப்பிட, நாம் பெறுவது

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

அதாவது அலையியற்றியின் கோண அதிரவெண் அல்லது இயல்பு அதிரவெண்

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ rad s}^{-1}$$

அலையியற்றியின் அதிரவெண்

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ Hz}$$

மற்றும் அலைவுகளின் அலைவுநேரம்

$$T = \frac{1}{f} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \text{ s}$$

தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில் அலைவுநேரம் வீச்சைப் பொருத்தது அல்ல என்பதைக் கருத்தில் கொள்க. இது அலைவுகள் தோராயமாக சிறிய அளவில் உள்ள போது மட்டுமே பொருந்தும். தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் வகைக்கொழுச் சமன்பாட்டின் தீவைப் பின்வருமாறு எழுதலாம்.

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

அல்லது

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

இங்கு A , மற்றும் φ ஆகியவை மாற்றிகள். வகைக்கெழுச் சமன்பாடு பொதுத்தீவு

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi) B \cos(\omega t + \varphi) \text{ ஆகும். இங்கு } A, B \text{ மாற்றிகள்.}$$

நிறையற்ற விசை மாற்றில் அல்லது சுருள்வில் மாற்றில் k (spring constant) கொண்ட சுருள்வில்லானது கூரையின் மேற்பகுதியில் இணைக்கப்படுவதற்கு முன்பு சுருள்வில்லின் நீளம் L என்க. சுருள்வில்லின் மற்றொரு முனையில் நிறை m இணைக்கப்படும்போது சுருள்வில்லினாது l நீளத்திற்கு விரிவடைகிறது. சுருள்வில்லின் நீட்சி காரணமாக ஏற்படும் மீள்விசை F_1 என்க.

நிறை m - ல் செயல்படும் ஈர்ப்பு விசையானது செங்குத்தாக கீழ்நோக்கி செயல்படும்.

இந்த அமைப்பிற்கு தனித்த பொருளின் விசைப்படம் நாம் வரைய முடியும்.

காட்டப்பட்டுள்ளது. அமைப்பானது சமநிலையில் உள்ள போது,

$$F_1 + mg = 0$$

ஆனால் சுருள்வில் l இடப்பெயர்ச்சிக்கு நீட்சியடைந்துள்ளது. எனவே

$$F_1 \propto l \Rightarrow F_1 = -kl$$

பிரதியிட நாம் பெறுவது

$$-k l + mg = 0$$

அல்லது

$$\frac{m}{k} = \frac{l}{g}$$

மிகச்சிறிய அளவிலான புற விசையை நிறைமீது நாம் செலுத்தினால், அந்த நிறை மேலும், கீழ்நோக்கிய திசையில் இடப்பெயர்ச்சி y - க்கு நீள்கிறது. பிறகு அது மேலும், கீழும் அலைவறுகிறது. இப்பொழுது சுருள்வில்லின் நீட்சி $(y + l)$ சுருள்வில்லின் மொத்த நீட்சி காரணமாக ஏற்படும் மீள்விசை.

$$F_2 \propto (y + l)$$

$$F_2 = -k(y + l) = -ky - kl$$

$\frac{d^2 y}{dt^2}$ என்ற முடுக்கத்துடன் இயங்கும் நிறைக்கு தனித்த விசைப்படம் வரைந்தால், நாம் பெறுவது

$$-ky - kl + mg = m \frac{d^2 y}{dt^2}$$

நீட்சியின் காரணமாக நிறை மீது செயல்படும் மொத்த விசை

$$F = F_2 + mg$$

$$F = -ky - kl + mg$$

�ர்ப்புவிசையானதுமீள்விசைக்குள்ளதிராக அமையும், பிரதியிட, நாம் பெறுவது

$$F = -ky - kl + kl = -ky$$

நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியைப் பயன்படுத்த

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -ky$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -\frac{k}{m} y$$

இச்சமன்பாடுதனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வடிவமாகும். எனவே

$$\text{அலைவுநேரம் } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} s$$

பயன்படுத்தி, அலைவுநேரத்தை வேறுவடிவில் எழுதினால்

வேறுவடிவில் எழுதினால்

$$\text{அலைவு நேரம் } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

இச்சமன்பாட்டிலிருந்து புவிகள் புழுக்கம் மூலம் மதிப்பை பெறலாம்.

$$g = 4\pi^2 \left(\frac{l}{T^2} \right) ms^{-2}$$

சுருள்வில்களின் தொகுப்புகள்:

சுருள் வில்லின் விறைப்புத் தன்மையானது, சுருள்மாறிலி அல்லது விறைப்பு மாறிலியால் அளவிடப்படுகிறது.

சுருள் மாறிலியின் மதிப்பு அதிகமெனில் சுருள்வில்லானது விறைப்பாக இருக்கும். சுருள் வில்லை நீட்சியடையச் செய்யவோ அல்லது அழுக்கச் செய்யவோ அதிகவிசையை செலுத்தவேண்டும் என்பதை இது உணர்த்துகின்றது. இதேபோல் சுருள்மாறிலியின் மதிப்பு குறைவெனில் குறைந்த விசையை செலுத்தி சுருள்வில்லை நீட்சியடையச் செய்யவோ அல்லது அழுக்கவோ முடியும்.

இரு சுருள்வில்களை இரு வழிகளில் இணைக்க முடியும். ஒன்று தொடரிணைப்பில் இணைத்தல் மற்றொன்று பக்க இணைப்பில் இணைத்தல்.

1. சுருள்வில்கள் தொடரிணைப்பில் உள்ளபோதும்
2. சுருள்வில்கள் பக்க இணைப்பில் உள்ளபோதும்

தொகுபயன் சுருள்மாறிலியை கீழ்க்காணும் துணைப்பிரிவுகளில் நாம் கணக்கிடலாம்.

தொடரிணைப்பில் இணைக்கப்பட்டுள்ளசுருள்வில்கள்

இரண்டு அல்லது அதற்குமேற்பட்ட சுருள்வில்கள் தொடரிணைப்பில் இணைக்கப்பட்டுள்ளன என்க. தொடரிணைப்பில் உள்ள சுருள்வில்கள் ஏற்படுத்தும் நிகரவிளைவிற்குச் சமமான விளைவை ஏற்படுத்தும் ஒரு சுருள்வில்லை (தொகுபயன் சுருள்வில்) அச்சுருள்வில் தொகுப்புக்கு பதிலாக நாம் பயன்படுத்தலாம்.

தனித்தனி சுருள்மாறிலிகளின் மதிப்புகள் k_1, k_2, k_3 , (தெரிந்த அளவுகள்), மற்றும் தொகுபயன் சுருள்மாறிலி ks (தெரியாத அளவுகள்) ஆகியவற்றுக்கிடையே கணிதவியல் தொடர்பினை நாம் பெறலாம். எனிமைக்காக k_1, k_2 சுருள் மாறிலி கொண்ட இரு சுருள்வில்களை மட்டும் கருதுவோம். அ என்ற நிறையுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளதாக கொள்க. இதன் மூலம் பெறப்படும் முடிவினைப் பயன்படுத்த தொடரிணைப்பில் எந்த ஒரு எண்ணிக்கையிலும் இணைக்கப்படும் சுருள் வில்களுக்கான பொதுவான முடிவைப் பெறலாம்.

புறவிசை F வலது புறம் நோக்கி செலுத்தப்படுவதாகக் கொள்வோம். ஓவ்வொரு சுருள்வில்லின் சுருள்மாறிலி வெவ்வெறானவை மேலும் அற்றுக்கிடையேயனா பிணைப்பு இறுக்கமாக (rigid) இருப்பதில்லை. ஆதலால் அவை வெவ்வேறு நீட்சியடைகின்றன.

செலுத்தப்பட்டவிசை F_- ன் காரணமாக சுருள்கள் அதனுடைய சமநிலையிலிருந்து (நீட்சியடையாறிலை) நீட்சியடைந்த தொலைவுகள் முறையே x_1 மற்றும் x_2 என்க.

எனவே, நிறைப் புள்ளியின் மொத்த இடப்பெயர்ச்சி

$x = x_1 + x_2$
ஒருக்கின் விதியிலிருந்து

$$F = -k_s(x_1 + x_2) \Rightarrow x_1 + x_2 = - \Rightarrow \frac{F}{k_s}$$

சுருள்வில்கள் தொடரிணைப்பில் உள்ளதால்

$$-k_1x_1 = -k_2x_2 = F$$

$$\Rightarrow x_1 = -\frac{F}{k_1} \text{ and } x_2 = -\frac{F}{k_2}$$

எனவே சமன்பாடு பிரதியிட்டு தொகுபயன் சுருள்மாறிலியைக் கணக்கிடமுடியும்.

$$\begin{aligned} -\frac{F}{k_1} - \frac{F}{k_2} &= -\frac{F}{k_s} \\ \frac{1}{k_s} &= \frac{1}{k_1} + \frac{2}{k_2} \end{aligned}$$

அல்லது

$$k_s = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} Nm^{-1}$$

“n” சுருள்வில்களை தொடரிணைப்பில் இணைப்பதாகக் கொண்டால் தொடரிணைப்பின் தொகுபயன் சுருள் மாறிலி

அனைத்து சுருள் மாறிலிகளும் சமம் எனில் அதாவது

$$k_s = \frac{n}{k} \Rightarrow k_s = \frac{k}{n}$$

தொகுபயன் சுருள்மாறிலி “n” மடங்குறையும் என்பதை இது காட்டுகிறது.

ஆகவே, சுருள்வில்கள் தொடரிணைப்பில் இணைக்கப்படும் பொழுது தொகுபயன் சுருள்மாறிலியானது தனித்த சுருள் மாறிலியையிட குறைவாக இருக்கும்.

சமன்பாடு லிருந்து நாம் பெறுவது

$$k_1x_1 = k_2x_2$$

இறுக்கப்பட்ட நீளம் அல்லது நீட்சியடைந்த நீளம் x_1 மற்றும் x_2 -க்கான தகவு

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{k_1}{k_2}$$

முதல் மற்றும் இரண்டாவது சுருள்வில்லில் தேக்கி வைக்கப்பட்டுள்ள மீள் நிலையாற்றல்

முறையே $U_1 = \frac{1}{2}k_1x_1^2$ மற்றும் $U_2 = \frac{1}{2}k_2x_2^2$ எனில் அவற்றின் தகவு

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{\frac{1}{2}k_1x_1^2}{\frac{1}{2}k_2x_2^2} = \frac{k_1}{k_2} \left(\frac{x_1}{x_2} \right)^2 = \frac{k_1}{k_2}$$

பக்க இணைப்பில் சுருள்வில்கள்

இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சுருள்வில்கள் பக்க இணைப்பில் இணைக்கப்பட்டுள்ளன பக்க இணைப்பில் உள்ள சுருள்வில்கள் ஏற்படுத்தும் நிகர விளைவிற்குச் சமமான விளைவை ஏற்படுத்தும் ஒரு சுருள்வில்லை (தொகுபயன் சுருள்வில்) அச்சுருள்வில் தொகுப்புகளுக்கு பதிலாக நாம் பயன்படுத்தலாம்.

தனித்தனி சுருள் மாறிலிகளின் மதிப்புகள் k_1, k_2, k_3 , (தெரிந்த மதிப்புகள்), மற்றும் தொகுபயன் சுருள் மாறிலி k_p (தெரியாத அளவு) ஆகியவற்றுக்கிடையோன கணிதவியில் தொடர்பினை நாம் பெற முடியும்.

எனிமைக்காக k_1 மற்றும் k_2 சுருள் மாறிலி கொண்ட இரு சுருள்வில்கள்களை மட்டும் கருதுவோம். m என்ற நிறையுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளதாகக் கொள்க.

இதன் மூலம் பெறப்படும் முடிவினைப் பயன்படுத்தி பக்க இணைப்பில் எந்த ஒரு எண்ணிக்கையிலும் இணைக்கப்படும் சுருள்வில்களுக்கான பொதுவான முடிவைப் பெறலாம்.

விசை F – ஜ் வலது புறமாக செலுத்துவதாக கொள்வோம். இந்நேர்வில், இரு சுருள்களும் ஒரே அளவிலான நீட்சி அல்லது இறுக்கத்தினை அடைகின்றது.

நிறை m அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி எனில்

$$F = -k_p x$$

இங்கு k_p என்பது தொகுபயன் சுருள்மாறிலி ஆகும். முதல் சுருளில் x நீட்சியை ஏற்படுத்தும் விசை F_1 எனவும். இரண்டாவது சுருளில் அதே அளவு x நீட்சியை ஏற்படுத்தும் விசை F_2 எனவும் கொண்டால், தொகுபயன் விசையானது.

$$F = k_1 x - k_2 x$$

சமன்பாடு மற்றும் ஆகியவற்றை சமன்செய்ய நாம் பெறுவது

$$k_p = k_1 + k_2$$

பொதுவாக n சுருள்வில்கள் பக்க இணைப்பில் இணைக்கப்பட்டிருப்பின்,

$$k_p = \sum_{i=1}^n k_i$$

அனைத்து சுருள்வில் மாறிலியின் மதிப்பும் சமமெனில் அதாவது

$$k_1 = k_2 = \dots = k_n = k$$

$$k_p = n k$$

தொகுபயன் சுருள்மாறிலி கெடு மடங்குஅதிகரிக்கும் என்பதை இது காட்டுகிறது. ஆகவேசுருள்வில்கள் பக்க இணைப்பில் இணைக்கப்பட்டிருப்பின் தொகுபயன் சுருள்மாறிலிதனித்தனி சுருள் மாறிலியின் மதிப்பினைவிடதுக்காக இருக்கும்.

தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில் தனி ஊசலின் அலைவுகள் மற்றும் தனி ஊசலின் விதிகள் தனி ஊசல்:

தனி ஊசல் என்பது சீரலைவு இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் ஒரு இயந்திரவியல் அமைப்பாகும். நீளமான கயிற்றில் (நிறையற்ற மீட்சித் தன்மையற்றதாக கருதுக) m நிறை கொண்ட ஊசல்குண்டு ஒரு முனையில் தொங்கவிடப்பட்ட நிலையில் மறு முனையானது காட்டியுள்ளவாறு தாங்கியில் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. சமநிலையில், தனி ஊசல் அலைவுராமல் செங்குத்தாக கீழ்நோக்கி தொங்கிக் கொண்டிருக்கும். இந்நிலை சம நிலைப்புள்ளி அல்லது நடுநிலைப்புள்ளி எனப்படும். தனி ஊசலானது சமநிலைப் புள்ளியிலிருந்து சிறிய இடப்பெயர்ச்சிக்கு உட்படுத்தப்பட்டு விடப்படும் போது, ஊசல் குண்டானது முன்னும் பின்னும் இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும். தனி ஊசலின் நீளம் கீஸ்பது தொங்கவிடப்பட்ட புள்ளிக்கும் ஊசல் குண்டின் ஈர்ப்பு மையத்திற்கும் இடைப்பட்ட தொலைவு ஆகும்.

ஊசல் குண்டின் மீது எந்த ஒரு இடம் பெயர்ந்த நிலையிலும் இரு விசைகள் செயல்படுகின்றன.

- ஈர்ப்பியல் விசை $\vec{F} = m\vec{g}$ செங்குத்தாக கீழ்நோக்கி செயல்படுகிறது.
- தொங்கவிடப்பட்ட புள்ளியை நோக்கி கயிற்றின் வழியாக செயல்படும் இழவிசை \vec{T}

ஈர்ப்பியல் விசையின் இருக்குறுகளாவன

- செங்குத்து கூறு: கயிற்றின் வழியாக இழுவிசைக்கு எதிர்திசையில் செயல்படும் கூறு.
 $F_{as} = mg \cos \theta$
- தொடுவியல் கூறு: கயிற்றிற்கு செங்குத்தாக உள்ள கூறு அதாவது வில்லின் தொடுகோட்டு திசையில் உள்ள கூறு $F_{ps} = mg \sin \theta$

எனவே,
கயிற்றின் வழியே விசையின் செங்குத்துக் கூறு

$$T - F_{as} = m \frac{v^2}{l}$$

இங்கு v என்பது ஊசல் குண்டின் வேகம்

$$T - mg \cos \theta = m \frac{v^2}{l}$$

நாம் உற்று நோக்கும்போது ஈர்ப்பியல் விசையின் தொடுகோட்டு கூறானது எப்பொழுதும் சமநிலை நோக்கியே அமையும். அதாவது ஈர்ப்பியல் விசையானது, ஊசல் குண்டின் சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து அடைந்த இடப்பெயர்ச்சியின் எதிர்திசையில் அமையும். இந்த தொடுவியல் விசையே மீள் விசையாகும். தொடுவியல் விசையை நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியின் மூலம் நாம் பெறலாம்.

$$\begin{aligned} m \frac{d^2 s}{dt^2} + F_{ps} &= 0 \Rightarrow m \frac{d^2 s}{dt^2} = -F_{ps} \\ m \frac{d^2 s}{dt^2} &= -mg \sin \theta \end{aligned}$$

இங்கு s என்பது ஊசல் குண்டின் இடம் பெயர்ச்சியாகும். இது வட்டவில்லின் வழியே அளவிடப்படுகிறது.

வட்ட வில்லின் நீளத்தை கோண இடப்பெயர்ச்சியின் வாயிலாக பெறலாம். அதாவது
 $s = l \theta$

இதன் முடுக்கம்

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = l \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$

சமன்பாடு பிரதியிட

$$l \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -g \sin \theta$$

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} = -\frac{g}{l} \sin \theta$$

மேற்கண்ட வகைக்கெழு சமன்பாட்டில் $\sin \theta$ இருப்பதனால், இச்சமன்பாடு நேர்போக்கற்ற (இரண்டாம் வரிசை ஒருபடித்தான்) சமன்பாடாகும். சிறிய அலைவுகளுக்கு தோராயமாக $\sin \theta \approx \theta$ என்பதால் மேற்கொண்ட வகைக்கெழு சமன்பாடு நேர்போக்கு வகைக்கெழுச் சமன்பாடாகிறது.

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} = -\frac{g}{l} \theta$$

இது நன்கு அறிந்த அலையியக்கத்திற்கான வகைக்கெழு சமன்பாடு. எனவே அலையியற்றியின் கோண அதிர்வெண்ணானது (அமைப்பின் இயல்புஅதிர்வெண்)

$$\omega^2 = \frac{g}{l}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \text{ rad s}^{-1}$$

அலையியக்கத்தின் அதிர்வெண்

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} \text{ Hz}$$

அலையியக்கத்தின் அலைவு நேரம்

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \text{ s}$$

தனிஊசலின் விதிகள்

தனி ஊசலின் அலைவு நேரமானது

கீழ்க்கண்ட விதிகளின் அடிப்படையில் அமைந்துள்ளது.

நீளத்தின் விதி:

கொடுக்கப்பட்ட புவிஸ்பு முடுக்கத்தின் மதிப்பிற்கு, தனிஊசலின் அலைவு நேரம் தனிஊசலின் நீளத்தின் இருமடி மூலத்திற்கு நேர்த்தகவில் அமையும்.

$$T \propto \sqrt{l}$$

முடுக்கத்தின் விதி

கொடுக்கப்பட்ட தனி ஊசலின் நீளம் மாறாதிருக்கும் போது ஊசலின் அலைவுநேரம் புவிஸ்பு முடுக்கத்தின் இருமடி மூலத்திற்கு எதிர்தகவில் அமையும்.

$$T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$$

பின்வரும் காரணிகளைச் சார்ந்திருக்காது

1. ஊசல் குண்டின் நிறை:

தனி ஊசலில் ஊசல் குண்டின் அலைவுநேரம் நிறையை சார்ந்திராது. இது தானே கீழேவிடும் பொருளின் இயக்கத்தை போன்றது. எனவே மாறாத நீளம் கொண்ட தனிஊசலில் ஊசல் குண்டாக்யானை ஊசலுற்றாலும் எழும்பு ஊசலுற்றாலும் அலைவுக் காலம் பாதிக்காது. இரண்டும் ஒரே அலைவுக்காலத்தை பெற்றிருக்கும்.

2. அலைவுகளின் வீச்சு:

சிறியகோண அளவுகளில் தனி ஊசல் (கோண இடப்பெயர்ச்சி சிறியதாக உள்ளபோது) அலைவுற்றால் அலைவுநேரம் வீச்சினை சார்ந்திராது.

ஒரு சீரான குறுக்கு வெட்டுப்பரப்பு A கொண்ட திறந்த புயங்களைக் கொண்டு வடிவ கண்ணாடிக் குழாயைகருதுக. பாகுநிலையற்ற, அழக்க இயலாத ர அடர்த்தி கொண்ட திரவமானது P வடிவக் குழாயின் பயங்களில் h உயரத்திற்கு நிரப்பப்பட்டுள்ளதாக கொள்க. குழாயும் திரவமும் அசைவற்ற நிலையில் உள்ளதெனில் திரவத்தம் மட்டம் சமநிலைப் புள்ளி O வில் இருக்கும். திரவத்தின் மீது எந்த ஒரு புள்ளியில் அழுத்தத்தை அளவிட்டாலும் சமமாக இருக்கும். மேலும் புயங்களின் மேற்பகுதியிலும் அழுத்தம் (குழாயின் இருபுறங்களின் உள்ள முனைகளில்) சமமாக இருக்கும். இவ்வழுத்தம் வளி மண்டல அழுத்தத்திற்குச் சமம். இதனால் குழாயின் புயங்களில் திரவமட்டங்கள் சமநிலையில் இருக்கும். ஏதேனும் ஒருபுயத்தில் நாம் காற்றைஹதுவதன் மூலம் தேவையான விசையை செலுத்துவதால் சமநிலைப் புள்ளி O விலிருந்துதிரவமட்டம் மாறுபடுகிறது. அதாவது ஒருபுயத்தில் ஊதப்பட்ட காற்றின் அழுத்தம் மற்றொரு புயத்தை விடுதிக்கம். இந்த அழுத்த மாறுபாடு திரவத்தை நடு அல்லது சமநிலைப் பொருத்துசிறிது நேரம் அலைவுகளை உருவாக்குகிறது பின் இறுதியாக அமைதி நிலைக்கு திரும்புகிறது. இதன் அலைவுநேரம்.

$$T = \sqrt{\frac{l}{2g}} \text{ விநாடி}$$

இங்கேஎன்பது P வடிவ குழாயில் உள்ளதிரவத்தம்பத்தின் மொத்தநீளம்

தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் ஆற்றல்:

நிலைஆற்றலுக்கானசமன்பாடு

தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில் விசைக்கும் இடப்பெயர்ச்சிக்கும் இடையேயான தொடர்பு ஹாக் விதியின்படி

$$\vec{F} = -k\vec{r}$$

பொதுவாக விசை என்பது வெக்டர் அளவு ஆதலால் முப்பரிமாணத்தில் இது மூன்று கூறுகளை கொண்டது. மேலும் மேற்கண்ட சமன்பாட்டில் விசையானது ஆற்றல் மாற்றா விசையாகும். இந்த விசையை ஒரு கூறு கொண்ட ஸ்கேலார் சார்பிலிருந்து தருவிக்க முடியும். ஒரு பரிமாண இயக்கத்தில்

$$F = -kx$$

தொகுதி 1,அலகு4 இல் விவாதித்தது போல் ஆற்றல் மாற்றா விசைப்புலத்தினால் செய்யப்பட்ட வேலை பாதையைச் சார்ந்திராது. கீழ்க்கண்ட சமன்பாட்டிலிருந்து அதன் நிலையாற்றலைக் கணக்கிடமுடியும்.

தொகுதி 1,அலகு4 இல் விவாதித்தது போல் ஆற்றல் மாற்றா விசைப்புலத்தினால் செய்யப்பட்ட வேலை பாதையைச் சார்ந்திராது. கீழ்க்கண்ட சமன்பாட்டிலிருந்து அதன் நிலையாற்றலைக் கணக்கிடமுடியும்.

$$F = \frac{dU}{dx}$$

தொகுதி 1,அலகு4 இல் விவாதித்தது போல் ஆற்றல் மாற்றா விசைப்புலத்தினால் செய்யப்பட்ட வேலை பாதையைச் சார்ந்திராது.

$$-\frac{dU}{dx} = -kx$$

$$dU = kx dx$$

ஓப்புமாறி

தொகையீட்டு மாறிலி x' என்பது ஓப்புமாறியாகும்.

$$\int_0^y t dt = \int_0^y x dx = \int_0^y p dp = \frac{y^2}{2}$$

மாறித, x மற்றும் p என்பன ஒப்பு மாறிகள் ஏனெனில் தொகையீட்டின் போது t, x அல்லது p ஆகிய எந்த மாறிகளை வைத்து தொகையீட்டை நாம் செய்யும் போது ஒரே விடை கிடைக்கப்பெறும்.

சிறிய இடப்பெயர்ச்சி dx – ஜ மேற்கொள்ள F என்ற விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை நிலை ஆற்றலாக சேகரிக்கப்படுகிறது.

$$U(x) = \int_0^x k x' dx' = \frac{1}{2} k (x')^2 \Big|_0^x = \frac{1}{2} k x^2$$

விசை மாறிலியின் மதிப்பு $k = m \omega^2$ யை சமன்பாடு நாம் பிரதியிட

$$U(x) = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$$

இங்கு, ஒன்றிய அலைவும் அமைப்பின் இயல்பு அதிர்வெண். சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகள்களுக்கு, நாம் பெறுவது

$$x = A \sin \omega t$$

$$U(t) = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \sin^2 \omega t$$

இயக்க ஆற்றலுக்கான சமன்பாடு

இயக்க ஆற்றல்

$$KE = \frac{1}{2} m v_x^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2$$

துகளானது சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது எனில், சமன்பாடு விடுந்து

$$x = A \sin \omega t$$

எனவே திசைவேகமானது

$$v_x = \frac{dx}{dt} = A \omega \cos \omega t$$

$$= A \omega \sqrt{1 - \left(\frac{x}{A} \right)^2}$$

எனவே,

$$KE = KE = \frac{1}{2} m v_x^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 (A^2 - x^2)$$

$$KE = KE = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \cos^2 \omega t$$

மொத்த ஆற்றலுக்கான சமன்பாடு

இயக்க ஆற்றல் மற்றும் நிலை ஆற்றல் இவற்றின் கூடுதல் மொத்த ஆற்றல் ஆகும்.

$$E = KE + U$$

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 (A^2 - x^2) + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$$

எனவே, x^2 ஜி நீக்க,

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = மாறிலி$$

மறுதலையாக சமன்பாடு மற்றும் சமன்பாடு விடுந்து நாம் பெறும் மொத்த ஆற்றல்

விடுந்து நாம் பெறும் மொத்த ஆற்றல்

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \sin^2 \omega t + \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \cos^2 \omega t$$

$$= \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 (\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t)$$

திரிகோணமிதி முற்றொருமையிலிருந்து,

$$(\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t) = 1$$

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = மாறிலி$$

$$U(t) + K(t)$$

எனவே மொத்த ஆற்றலைக் கொண்டு பெறப்படும் சீரிசை அலையியற்றியின் வீச்சு

$$A = \sqrt{\frac{2E}{m\omega^2}} = \sqrt{\frac{2E}{k}}$$

அலைவுகளின் வகைகள்

கட்டற்றுஅலைவுகள்:

அலையியற்றியை அதன் சமநிலைப் புள்ளியிலிருந்து இடம்பெயரச் செய்து அலைவுறச் செய்தால் அது அலைவுறும் அதிர்வெண்ணானது இயல்புஅதிர்வெண்ணிற்கு சமமாக இருக்கும். இவ்வகை அலைவுகள் அல்லது அதிர்வுகள் கட்டற்ற அலைவுகள் அல்லது கட்டற்ற அதிர்வுகள் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்:

1. இசைக்கவையின் அதிர்வுகள்
2. இழுத்துக்கட்டப்பட்டகம்பியின் அதிர்வுகள்
3. தனிஊசலின் அலைவுகள்
4. சுருள்வில் நிறைஅமைப்பின் அலைவுகள்

தடையுறுஅலைவுள்:

தனி ஊசல் அலைவுறும் போது (முந்தையநிகழ்வில்) அலைவின் வீச்சானதுமாறிலினவும் அலையியற்றியின் மொத்தஞூற்றல் மாறாதது எனவும் எடுத்துக் கொள்கிறோம். ஆனால் உண்மையில் ஊடகத்தின் ஊராய்வு மற்றும் காற்றின் இழுவையால் காலம் அதிகரிக்கும் போது வீச்சு குறைகின்றது. இதன் அலைவுகள் நிலைநிறுத்தப்படாமல் இருக்கும் மற்றும் சீரிசை அலையியற்றின் ஆற்றல் படிப்படியாக குறைகின்றது. இந்தஆற்றல் இழப்புஅலையியற்றி குழந்துள்ள ஊடகம் உட்கவர்தலால் ஏற்படுகிறது. இந்தவகைஅலை இயக்கம் தடையுறுஅலைவுகள் என அழைக்கப்படுகின்றது. வேறுவிதமாக கூநினால் அலையின் வீச்சுகுறைகின்றது மற்றும் அலையியற்றியின் ஆற்றல் ஊடகத்தின் தடைக்கு எதிராக செய்யப்பட்ட வேலையாக மாற்றப்படுகிறது. இவ்வகை இயக்கம் தடையுறு இயக்கம் என அழைக்கப்படுகிறது மற்றும் இந்நிகழ்வில் உராய்வுவிசை (தடையுறு விசை) அலையியற்றியின் தீசைவேகத்திற்கு நேர்த்தவில் இருக்கும்.

தடையுறு சீரிசைஅலையியற்றி-காலம் அதிகரிக்கும் போது வீச்சு குறைகிறது.

எடுத்துக்காட்டுகள்:

1. தனி ஊசலின் அலைவுகள் (காற்றின் தடையுடன்) அல்லது எண்ணேய் நிரப்பப்பட்ட கலனிற்குள் தனிஊசலின் அலைவுகள்
2. தொட்டிச் சுற்றில் ஏற்படும் மின்காந்த அலைவுகள்
3. கால்வனாமீட்டரில் ஏற்படும் தடையுறு அலைவு

நிலைநிறுத்தப்பட்டஅலைவுகள்:

ஊசலில் ஆழிக் கொண்டிருக்கும் போது ஒரு சில அலைவுகளுக்கு பிறகு அலைவு நிறுத்தப்படும். இதற்கு காரணம் தடையுறு விசையாகும். இதனைத் தவிர்க்க தள்ளு விசையைச் செலுத்தி அலைவுகளானது நிலை நிறுத்தப்படுகிறது.

புற மூலத்திலிருந்து ஆற்றலை பயன்படுத்தி அலையியற்றிக்கு அளிப்பதனால் அலைவுகளின் வீச்சுமாறாமல் இருக்கும். இவ்வகை அதிர்வுகளை நிலை நிறுத்தப்பட்ட அதிர்வுகள் எனகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு:

அதிர்வுறும் இசைக்கலவையின் ஆற்றலை மின்கல அடுக்கு அல்லதுமின் மூலத்திலிருந்து பெறுச்செய்தல்

திணிப்பு அதிர்வுகள்:

எந்த ஒரு அலையியற்றி, தான் இழந்த ஆழ்வை புறச்சீலைவு அமைப்பினால் பெற்று தொடர்ந்து இயங்குகின்றதோ அந்த அலையியற்றியை திணிப்பு அலையியற்றி அல்லது இயக்கப்பட்ட அலையியற்றி என அழைக்கின்றோம்.

இவ்வகை அதிர்வுகளில், பொருளானது ஆரம்பத்தில் இயல்பு அதிர்வெண்ணில் அதிர்வுறும் பின்னர் புற சீரலைவு விசையின் காரணமாக புற சீரலைவு விசையின் அதிர்வெண்ணில் அதிர்வுறும். இத்தகைய அதிர்வுகள் திணிப்பு அதிர்வுகள் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு:

கம்பி இசைக் கருவிகளில் பெறப்படும் அதிர்வுகள்

ஒத்ததிர்வு:

ஒத்ததிர்வுதினிப்பு அதிர்வின் சிறப்புநிகழ்வு ஆகும். இங்குபூற்சீரலைவுவிசையின் (அல்லது இயக்கிவிசையின்) அதிர்வெண்ணும் அதிர்வுறும் பொருளின் இயல்பு அதிர்வெண்ணும் சமமாக இருக்கும். இதன் விளைவினால் அதிர்வுறும் பொருளின் வீச்சு அதிகரிக்க ஆரம்பித்துபெரும் வீச்சுநிலையைப் பெறும். இந்தநிகழ்வை ஒத்ததிர்வுனவும் அதன் அதிர்வுகள் ஒத்திசைவுனவும் அழைக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு:

ஒலியால் கண்ணாடிடுத்தல்

ஒத்திசைவு அதிர்வுகள் பாலத்தில் ஏற்படுவதை தவிர்க்க பாலத்தின் மீது இராணுவவீரர்கள் அணிவகுத்து கடந்துசெல்ல அனுமதிக்கப்பட மாட்டார்கள்.

இராணுவ வீரர்கள் பாலத்தைக் கடந்து செல்லும் போது, அவர்கள் பாலத்தின் மீதுகாலடி எடுத்துவைக்கும் அதிர்வெண் பாலத்தின் இயல்பு அதிர்வெண்ணிற்கு சமம் எனில் இப்பாலம் ஒத்திசை அதிர்வுகளை பெறலாம். வீச்சின் மதிப்பு மிகப்பெரியது என்பதால் பாலம் இடிந்து விழவாய்ப்புள்ளது.
